МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені І.І. МЕЧНИКОВА

«МЕХАНІКА І МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА»

Методичні вказівки до лабораторних робіт
з курсу загальної фізики
для студентів хімічного факультету

Одеса
2012

УДК 531/534, 536.7

Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу загальної фізики. Розділ «Механіка і Молекулярна фізика», для студентів хімічного факультету / укладачі: Калінчак В.В., Орловська С.Г., Черненко О.С. – Одеса: ОНУ імені І.І. Мечникова, 2006. – 58 с.

Укладачі:

В.В. Калінчак, доктор фізико-математичних наук,

професор кафедри теплофізики;

С.Г. Орловська, кандидат фізико-математичних наук,

доцент кафедри теплофізики;

О.С. Черненко, кандидат фізико-математичних наук,

ст. викладач кафедри теплофізики.

Рецензенти:

С.М. Контуш, доктор фізико-математичних наук,

професор кафедри теплофізики;

О.К. Копійка, кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри загальної та хімічної фізики.

Затверджено до друку Вченою радою
фізичного факультету
ОНУ імені І.І. Мечникова.
Протокол № 1 від 10 вересня 2012 р.

З М І С Т

МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ І ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ

Результати будь-якого експериментального досліджень фізико-хімічних явищ (фізичного експерименту) необхідно уміти проаналізувати. Це значить, що в лабораторії необхідно навчитися не тільки вимірювати різні фізико-хімічні величини, але і перевіряти і знаходити зв'язок між ними, зіставляти результати експерименту з висновками теорії.

Під вимірюванням розуміють порівняння вимірюваної величини з іншою величиною, прийнятою за одиницю вимірювання.

Вимірювання підрозділяють на прямі і непрямі.

При **прямих** вимірюваннях визначувану величину порівнюють з одиницею вимірювання безпосередньо або за допомогою вимірювального приладу, проградуйованого у відповідних одиницях.

При **непрямих** вимірюваннях шукана величина обчислюється з результатів прямих вимірювань інших величин, які пов'язані з вимірюваною величиною певною функціональною залежністю.

При вимірюванні фізичної величини звичайно доводиться виконувати послідовні операції:

1. вибір методу вимірювання;
2. вибір, перевірка і установка приладів;
3. спостереження свідчень приладів і відлік;
4. обчислення шуканої величини з результатів вимірювань, аналіз та обчислення похибок.

1.1 Похибки результатів вимірювань

Істинне значення фізичної величини абсолютно точно визначити неможливо. Кожне вимірювання дає значення визначуваної величини x з деякою похибкою Δx . Це значить, що істинне значення $x_{іст}$ лежить в інтервалі

$$x_{вим} - \Delta x \le x_{іст} \le x_{вим} + \Delta x$$

де $x_{вим}$ – значення величини x, набуте при вимірюванні; Δx характеризує точність вимірювання величини x. Величину Δx називають **абсолютною похибкою**, з якою визначається x.

Всі похибки підрозділяють на систематичні, випадкові та грубі (промахи). Причини виникнення похибок найрізноманітніші. Зрозуміти можливі причини похибок і звести їх до мінімуму – це і означає грамотно поставити експеримент. Ясно, що це непроста задача.

Систематичною називають таку похибку, яка залишається постійною або закономірно змінюється при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини.

Такі похибки виникають в результаті конструктивних особливостей вимірювальних приладів, неточності методу дослідження, яких-небудь упущень експериментатора, а також при застосуванні для обчислень неточних формул, закруглених констант. Вимірювальним приладом називають такий пристрій, за допомогою якого здійснюється порівняння вимірюваної величини з одиницею вимірювання.

У будь-якому приладі закладена та або інша систематична похибка, яку неможливо усунути, але порядок якої можна врахувати.

Систематичні похибки або збільшують, або зменшують результати вимірювання, тобто ці похибки характеризуються постійністю знаку.

Випадкові похибки – помилки, появу яких не може бути попереджено. Тому вони можуть зробити певний вплив на окреме вимірювання, але при багаторазових вимірюваннях вони підкоряються статистичним законам і їх вплив на результати вимірювань можна врахувати або значно зменшити.

Промахи і грубі похибки – надмірно великі помилки, які явно спотворюють результат вимірювання. Цей клас похибок викликаний найчастіше неправильними діями спостерігача. Вимірювання, що містять промахи і грубі похибки, слід відкидати.

1.2 Похибки прямих вимірювань

Нехай в результаті повторюваних вимірювань фізичної величини маємо послідовні значення

$$x_1, x_2, \ldots, x_j, \ldots, x_n.$$

Подамо результати n вимірювань як відхилення виміряного від істинного значення фізичної величини x_{icm} (далі просто x) у вигляді

$$\Delta x_1 = x_1 - x;\ \Delta x_2 = x_2 - x;\ \ldots\ ,\ \Delta x_j = x_j - x;\ \ldots,\ \Delta x_n = x_n - x.$$

Підсумовуючи члени та розділивши їх на кількість вимірювань, дістанемо

$$x = \bar{x} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i$$

де $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ – **середнє арифметичне значення** вимірюваної величини.

При великій кількості вимірювань випадкові відхилення Δx_i, однакові за модулями, але з різними знаками, зустрічаються однаково часто. Тому

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i\right) = 0.$$

Тоді $x = \bar{x}$. Отже при $n \to \infty$ істинне значення фізичної величини дорівнює середньому арифметичному (звичайно, при цьому немає систематичних похибок).

У реальній метрологічній практиці число вимірювань n є скінченою величиною. Через це завдання теорії обробки результатів вимірювань зводиться до оцінки ступеня наближення вимірюваного значення до істинного.

Повне описання появи випадкових подій здійснюється за допомогою функції розподілу. Аналогічно використовується і функція розподілу випадкових похибок.

Досвід обробки результатів вимірювань показує, що розподіл похибок описується різними законами. Проте, досить часто для опису розподілу випадкових похибок використовується нормальний закон розподілу (закон Гауса)

$$p(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}\right),$$

де $p(\Delta x)$ – густина ймовірності випадкової величини x, тобто ймовірність, віднесена до величини відповідного інтервалу Δx; Δx – відхилення від істинного значення; σ^2 – дисперсія генеральної сукупності. Генеральною сукупністю називається множина можливих значень вимірювань x_i або можливих значень похибок Δx_i.

Закон Гауса знаходить широке застосування в теорії похибок. Це зумовлено такими причинами:

1) для великої кількості вимірювань різні за модулем похибки зустрічаються однаково часто;
2) малі за модулем похибки зустрічаються частіше, ніж великі, тобто імовірність появи похибки тим менша, чим більше її абсолютне значення;
3) похибки вимірювань становлять неперервний ряд значень.

На рис. 1 наведено форму кривої Гауса для трьох значень σ. Початок координат розміщено в точці з нульовою похибкою. Для нормального закону розподілу є характерною його симетрія (при великій кількості вимірювань появи випадкових похибок, які рівні за розміром, але різні за знаком, - рівноймовірні) і монотонність зменшення густини ймовірності (поява великих випадкових похибок малоймовірна). Права і ліва частини кривої Гауса асимптотично наближаються до осі абсцис.

Чим менше σ, тим вища крива розподілу і навпаки. Із збільшенням σ зростає розкид відліків, тобто точність вимірювання зменшується. Величина σ є основним параметром, який визначає вид кривої розподілу похибок вимірювання. Кожному з відліків відповідає точка по осі Δx.

Зміст функції Гауса такий. Площа фігури, обмеженої кривою Гауса, віссю x та

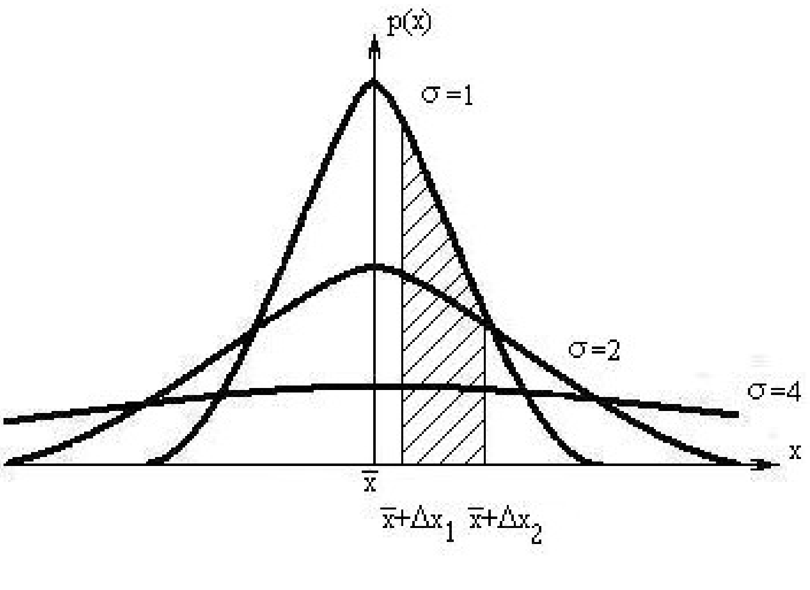

Рис. 1. Розподіл Гауса при різних значеннях дисперсії.

прямими, паралельними вісі ординат, з координатами точок $\bar{x}+\Delta x_1$ і $\bar{x}+\Delta x_2$ (заштрихована площа на рис.1), чисельно дорівнює густині ймовірності, з якою довільний вимір попадає в інтервал $[\Delta x_1, \Delta x_2]$. Вся площа під кривою Гауса дорівнює одиниці.

Для оцінки величини випадкової похибки є кілька способів.

Найбільш поширеною є оцінка за допомогою **середньої квадратичної** (або стандартної) **похибки** (S_n)

Згідно з означенням

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i^2}{n-1}}.$$

Якщо число вимірювань дуже велике, то випадкова величина S_n прагне до деякої сталої величини σ, яку називають статистичною границею S_n. :

$$\sigma = \lim_{n\to\infty} S_n$$

Ця границя, власне, і є середньою квадратичною похибкою.

Для оцінки точності результату виміряного значення фізичної величини використовують такі характеристики: довірчий інтервал та граничну (надійну) похибку середнього арифметичного.

Довірчий інтервал – це інтервал ($x_i - \Delta x_i$, $x_i + \Delta x_i$), який містить істинне значення $x_{іст}$ виміряної фізичної величини x із заданою ймовірністю α, яка називається надійною ймовірністю (або **коефіцієнтом надійності**).

Надійністю результату серії вимірювань називають вірогідність α того, що істинне значення x вимірюваної величини потрапляє в даний довірчий інтервал; виражається α або в частках одиниці, або у відсотках.

Чим більше довірчий інтервал, тим з більшою надійністю шукана величина x потрапляє в цей інтервал. Природно, що величина α залежить від числа n проведених вимірювань, а також від похибки, що задається Δx.

Так при $\mathrm{n} \geq 30$, вибираючи Δx рівним σ, ми набудемо значення $\alpha \approx 0{,}68$. Ймовірність того, що будь-яке значення вимірюваної величини буде лежати в інтервалах $\bar{x} \pm 2\sigma$, $\bar{x} \pm 3\sigma$ дорівнює, відповідно, 95% і 99%. Значення 0,99 рекомендується брати для випадків, коли вимірювання не можна повторити.

Таким чином, величина σ характеризує ступінь впливу випадкових похибок на результати вимірювання: чим менше σ, тим точніше проведене вимірювання.

Обробка результатів серії вимірювань зводиться до можливо точнішого знаходження $\bar{\mathrm{x}}$ і σ. Величину 3σ звичайно приймають за граничну абсолютну похибку окремого вимірювання (іноді замість 3σ беруть абсолютну похибку вимірювального приладу).

Якщо при вимірюванні абсолютна похибка більша за 3σ, то це вимірювання слід віднести до грубих похибок або промаху.

Оскільки неможливо виконати дуже велике число вимірювань, то виникає питання: як змінюється надійність при зміні числа вимірювань? Залежність ця складна і не виражається в елементарних функціях. Існують спеціальні таблиці коефіцієнтів Стьюдента, по яких можна визначити, в скільки разів потрібно збільшити стандартний довірчий інтервал, щоб при певному числі вимірювань n одержати задану надійність α (табл. 1).

Оцінка стандартного відхилення $\bar{x}$ проводиться за формулою:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n(n-1)}}$$

Тоді Δ – гранична похибка, яка дорівнює половині надійного інтервалу, розраховується за формулою

$$\Delta = t_{\alpha}^{n} S_{\bar{x}},$$

де t_{α}^{n} – нормований коефіцієнт Стьюдента, який залежить від надійної ймовірності та кількості вимірювань.

Результати вимірювань записуються у вигляді

$$x = \bar{x} \pm \Delta = \bar{x} \pm t_{\alpha}^{n} S_{\bar{x}}$$

Таблиця 1. Таблиця коефіцієнтів Стьюдента

Число Вимірю-вань	Надійність							
	0.5	0,6	0,7	0.8	0.9	0,95	0.98	0.99
2	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12.7	31,8	636,6
3	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	31.6
4	0,77	0,98	1,3	1.6	2.4	3,2	4,5	12,9
5	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3.7	8,6
6	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2.6	3,4	6,9
7	0,72	0.90	1.1	1.4	1.9	2.4	3,1	6,0
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	5,4
9	0.71	0,90	1,1	1,4	1.9	2,3	2,9	5,0
10	0.70	0.88	1.1	1,4	1,8	2,3	2,8	4,8
15	0,69	0,87	1.1	1.3	1,8	2.1	2,6	4,1
20	0.69	0,86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.5	3.9
∞	0,67	0,84	1,0	1,3	1,6	2,0	2,3	3,3

Декілька зауважень про розподіл Стьюдента. Як уже відмічалось, розподіл Стьюдента справедливий для малого числа вимірювань $n \geq 2$, що характерно як для техніки, так і для наукових досліджень. Із зростанням числа вимірювань розподіл Стьюдента прагне до нормального розподілу (фактично при $n > 20$). Математичного виразу розподілу Стьюдента ми не наводимо, зважаючи на його складність.

Характерним для розподілу Стьюдента є його незалежність від параметрів $\bar{x}$ та σ нормальної генеральної сукупності, а також можливість оцінки при невеликому числі вимірювань $n < 20$ похибки $\Delta x = \bar{x} - x_i$ за заданою надійною ймовірністю α або знаходження надійності вимірювання за заданим значенням Δx.

Розподіл Стьюдента дає також змогу встановити, що при досить великому n середнє арифметичне значення $\bar{x}$ з імовірністю, як завгодно близькою до вірогідності, доволі мало відрізняється від істинного значення x.

Порядок обробки результатів вимірювань наступний:

- виконують n вимірювань і записують їх результати в таблицю;
- обчислюють $\bar{x}$;
- обчислюють $S_{\bar{x}}$ і знаходять по таблиці коефіцієнт Стьюдента t_α^n залежно від заданої надійності α і числа вимірювань n.

Результат записують у вигляді

$$x = \bar{x} \pm t_\alpha^n S_x .$$

Це означає, що істинне значення вимірюваної величини $x_{іст}$ знаходиться в інтервалі $[\bar{x} - t_\alpha^n S_{\bar{x}}; \bar{x} + t_\alpha^n S_{\bar{x}}]$ з надійністю α.

Мірою точності результатів вимірювань є відносна похибка (в %):

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

Зворотну їй величину $\psi = \frac{1}{\varepsilon_x}$ називають точністю вимірювань.

Використовуючи таблицю коефіцієнтів Стьюдента, часто вирішують і зворотну задачу: по відомій абсолютній похибці вимірювального приладу і заданій величині надійності визначають необхідне число вимірювань в серії.

Приклад. Нехай проведено 6 вимірювань товщини пластинки штангенциркулем. Результати вимірювань наведено в табл. 2. Провести обробку результатів вимірювання при α = 0.95.

Обробку результатів виконуємо у такій послідовності:

а) вважаємо, що систематичних похибок немає;

Таблиця 2. Результати вимірювання

Номер спостереження	Результати спостереження, d_j, мм	Відхилення від середнього арифметичного, Δd_i, мм	Квадрат відхилення від середнього арифметичного Δd_j^2, мм^2
1	30.1	+0.1	0.01
2	30.0	–	–
3	30.1	+0.1	0.01
4	29.8	–0.2	0.04
5	29.9	–0.1	0.01
6	30.1	+0.1	0.01

б) обчислюємо середнє арифметичне $\bar{d}$ = 30,0 мм;

в) обчислюємо значення Δd_i, Δd_i^2 і записуємо їх у таблицю;
г) обчислюємо оцінку середнього квадратичного відхилення результату спостереження:

$$S_d = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(d_j - \overline{d}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{5}\cdot 0.08\text{мм}^2} \approx 0.1\text{мм}.$$

Максимальна можлива похибка S_{dmax}. Її ми беремо такою, що дорівнює $3S_d$ (за правилом трьох сигма вважають, що значення 3σ є межею випадкового відхилення спостереження або просто максимальним відхиленням; йому відповідає ймовірність α = 0,997 (практично дорівнює одиниці); зважаючи на це, одним з критеріїв промаху є значення відхилення окремого спостереження, більше 3 σ). Й отже, результати всіх шести спостережень слід вважати надійними, оскільки вони задовольняють правило трьох сигма, і промахів немає;

д) обчислюємо оцінку середнього квадратичного відхилення результату вимірювання за формулою

$$S_{\overline{d}} = \frac{S_d}{\sqrt{n}}, \quad S_{\overline{d}} = \frac{0.1\text{мм}}{\sqrt{6}} \approx 0.04\text{мм};$$

е) обчислюємо надійні межі випадкової похибки результату вимірювання при α = 0.95.

При n = 6 і α = 0.95 коефіцієнт Стьюдента t_α^n – 2.57. Тоді Δd = 2.57· 0.04 ≈ 0.1 мм.

Результат вимірювань записуємо у вигляді d = 30.0 ± 0.1 мм.

Відносна похибка

$$\varepsilon_d = \pm\frac{\Delta d}{\overline{d}}\cdot 100\% = \pm 3{,}3\%.$$

Якщо ж зроблено тільки одне вимірювання, то точність вимірювання фізичних величин в цьому разі (якщо воно виконано ретельно) характеризується точністю вимірювального приладу.

1.3 Похибки непрямих вимірювань

Як бути, якщо x визначається не прямим вимірюванням, а непрямим, тобто за наслідками вимірювань інших величин y і z? Хай x є деякою функцією y і z, тобто

$$x = f(y, z).$$

Тоді якнайкраще значення при оцінці x рівне

$$\overline{x} = f(\overline{y}, \overline{z}),$$

де $\overline{y}$ і $\overline{z}$ - середні арифметичні значення. Як же знайти Δx, якщо відомі Δy і Δz? Оскільки самі величини y і z знаходяться шляхом прямих вимірювань, то їх похибки Δy і Δz можна оцінити по формулах для прямих вимірювань.

Помітимо, перш за все, що $\Delta x = x - \overline{x}$. Отже, простою оцінкою для Δx є різниця

$$\Delta x = f(\overline{y} + \Delta y, \overline{z} + \Delta z) - f(\overline{y}, \overline{z}) \approx \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial f}{\partial z}\Delta z,$$

тобто помилка непрямого вимірювання знаходиться через помилки прямих вимірювань за правилом диференціювання. Часто цієї оцінки виявляється досить.

Точнішим є наступний вираз:

$$\Delta x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \Delta y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \Delta z^2},$$

де $\frac{\partial f}{\partial z}$ і $\frac{\partial f}{\partial z}$ – частинні похідні по y і z, взяті при значеннях $y = \bar{y}$, $z = \bar{z}$.

Часто зручно виражати точність, з якою знайдено x, через відносну похибку ε_x. За визначенням

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}},$$

де $\bar{x}$ – розраховують через $\bar{y}$ і $\bar{z}$.

Помітимо, що виходячи з визначення відносної похибки, результат вимірювань величини x можна записати у вигляді

$$x = \bar{x}(1 + \varepsilon_x)\text{, оскільки } x = \bar{x} \pm \Delta x = \bar{x}\left(1 + \frac{\Delta x}{\bar{x}}\right)$$

Розглянемо практично важливий випадок, коли x є степеневою функцією y і z:

$$x = f(y,z) = y^m z^n,$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = m y^{m-1} z^n, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = n y^m z^{n-1}$$

(m і n можуть бути цілими або дробовими, більше або менше нуля).

Відносна похибка рівна

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} = \sqrt{m^2 \varepsilon_y^2 + n^2 \varepsilon_z^2}.$$

Звідси випливає важливий висновок: при вимірюваннях необхідно найточніше визначити значення величини, що входить в розрахункову формулу з найбільшим по модулю показником степеня.

Приведемо прості випадки розрахунку граничних похибок результату непрямого вимірювання величини Y.

1. Нехай $Y = A + B$, а граничні абсолютні похибки прямого вимірювання величин A і B відповідно рівні ΔA і ΔB (це або похибки вимірювальної апаратури, або результат розрахунку).

Тоді

$$Y \pm \Delta Y = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B).$$

Очевидно, найбільш невигідний випадок той, коли ΔA і ΔB будуть однакові по знаку, наприклад $+\Delta A$ і $+\Delta B$, тоді гранична абсолютна похибка результату дорівнює $\pm\Delta Y = \Delta A + \Delta B$, а гранична відносна похибка

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Y}{A + B} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B}.$$

2. Нехай $Y = AB$, тоді

$$Y \pm \Delta Y = (A \pm \Delta A)(B \pm \Delta B) = AB \pm A\Delta B \pm B\Delta A + \Delta A \cdot \Delta B$$

Вважаючи $\Delta A \cdot \Delta B << 1$, нехтуємо малим доданком. Одержуємо

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Y}{AB} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}.$$

3. Нехай $Y = A^n$. Тоді $Y = \underbrace{AA...A}_{n \cdot разів}$

Гранична відносна похибка рівна

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_n \frac{\Delta A}{A} = n\frac{\Delta A}{A},$$

а гранична абсолютна похибка

$$\Delta Y = \frac{\Delta Y}{Y} Y = nA^{n-1}\Delta A.$$

4. Нехай $Y = \sin\alpha$. Тоді

$$Y \pm \Delta Y = \sin(\alpha \pm \Delta\alpha).$$

Покладемо, що $\Delta\alpha$ мала. В цьому випадку $\sin\Delta\alpha \approx \Delta\alpha$. Отже,

Таблиця 3. Відносна похибка функції

№	Вид функції	Гранична відносна похибка
1	$\mathrm{Y = A + B + C}$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \frac{\Delta A + \Delta B + \Delta C}{\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}}$
2	$\mathrm{Y = A - B}$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \frac{\Delta A + \Delta B}{\overline{A} - \overline{B}}$
3	$\mathrm{Y = A \cdot B \cdot C...}$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \frac{\Delta A}{\overline{A}} + \frac{\Delta B}{\overline{B}} + \frac{\Delta C}{\overline{C}}$
4	$\mathrm{Y = A^n}$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = n \cdot \frac{\Delta A}{\overline{A}}$
5	$Y = \sqrt[n]{A}$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta A}{\overline{A}}$
6	$Y = \frac{A}{B}$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \frac{\Delta A}{\overline{A}} + \frac{\Delta B}{\overline{B}}$
7	$Y = \sin\alpha$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \Delta\alpha \cdot \mathrm{ctg}\alpha$
8	$Y = \cos\alpha$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \Delta\alpha \cdot \mathrm{tg}\alpha$
9	$Y = \mathrm{tg}\alpha$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \frac{2\Delta\alpha}{\sin 2\overline{\alpha}}$
10	$Y = \mathrm{ctg}\alpha$	$\frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \frac{2\Delta\alpha}{\sin 2\overline{\alpha}}$

$$Y \pm \Delta Y = \sin\alpha + \Delta\alpha\cos\alpha,$$

і тоді

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Y}{\sin\alpha} = \Delta\alpha \cdot \mathrm{ctg}\alpha.$$

В таблиці 3 наведено формули розрахунку відносних граничних похибок фізичних величин, що виражені найбільш поширеними функціями.

Якщо в розрахункові формули входять константи, наприклад, число π, фізичні постійні, табличні дані, то вони беруться з такою точністю, щоб число значущих цифр в них було на одиницю більше, ніж число значущих цифр в значеннях вимірюваних величин. Тоді константи практично не вносять похибок в результат вимірювань.

1.4 Правила обчислення похибок

Похибку звичайно виражають однією значущою цифрою і лише при особливо відповідальних вимірюваннях – двома. Похибки вимірювання вказують, які цифри є сумнівними в числовому значенні зміряної величини. Оскільки точність визначення фізичної величини визначається вимірюванням, а не обчисленням, те округлення числового значення результату вимірювання проводиться до цифри того ж порядку, що і значення похибки.

При округленні результатів вимірювань необхідно пам'ятати наступні правила наближених обчислень.

1. Зайві цифри у цілих чисел замінюються нулями, а у десяткових дробів відкидаються.

Наприклад,

$$Y = 123\ 357 \pm 678 \text{ (до округлення)};$$
$$Y = 123\ 400 \pm 700 \text{ (після округлення)},$$

2.Якщо замінювана нулем або відкидана цифра старшого розряду менше 5, то цифри, що залишаються, не змінюються, а якщо вказана цифра більше 5, то остання цифра, що залишається, збільшується на одиницю:

Наприклад,

$$Y = 237{,}46 \pm 0{,}13 \text{ (до округлення)};$$
$$Y = 237{,}5 \pm 0{,}1 \text{ (після округлення)}.$$

3. Якщо замінювана нулем або відкидана цифра рівна 5 (з подальшими нулями), то округлення проводиться так: остання цифра в закругленому числі залишається без зміни, якщо вона парна, і збільшується на одиницю, якщо вона непарна.

Наприклад,

$$Y = 237.465 \pm 0.127 \text{ (до округлення)};$$
$$Y = 237.46 \pm 0.13 \text{ (після округлення)},$$
$$Y = 237.5 \pm 0.1 \text{ (після округлення)}.$$

При представленні остаточних результатів фізичних вимірювань часто застосовують запис числових значень у вигляді десяткового дробу, помноженого на необхідну степінь числа десять.

Наприклад, числа 3106; 0.0285; 0.120 записуються так: $3.106 \cdot 10^{3}$; $2.85 \cdot 10^{-2}$; $1.2 \cdot 10^{-1}$. Швидкість світла 300 000 км/с звичайно записують як $3 \cdot 10^{5}$ км/с.

1.5 Обчислення з наближеними числами

Маючи результати вимірювань, можна визначити вірні, сумнівні і невірні цифри. Якщо похибка містить в собі десятки, то число десятків буде сумнівним.

Наприклад, в серії вимірювань одержано: $h_1 = 5360$ м, $h_2 = 5390$ м, $h_3 = 5420$ м, $\overline{h} = 5390$ м. У остаточному результаті h = (5390 ± 30)м похибка містить в собі десятки метрів. Цифри, що стоять зліва від сумнівної, – вірні; що стоять праворуч від сумнівної – невірні (вони повинні бути відкинуті як в початкових даних, так і в остаточному результаті). У розглянутому прикладі остаточний результат слід записати так: h = (5390 ± 30)м.

До значущих відносять всі вірні і сумнівні цифри; до незначущих – нулі на початку десяткових дробів, менших 1; нулі в кінці числа, що замінили цифри, відкинуті після округлення; невірні цифри, якщо вони з якихось причин не відкинуті.

Приклад. Числа 584 ± 6; 0.00456 ± 0.00002; 0.002442 ± 0.00003 містять по три значущі цифри. У числі 5628 всі цифри значущі, оскільки помилка не вказана. Якщо дане число 1,000000 ± 0,000003, то в ньому останній нуль сумнівний, тому всі інші нулі в цьому числі значущі.

1. При складанні і відніманні розряд сумнівної цифри суми співпадає зі старшим із розрядів сумнівних цифр всіх доданків.

Тому при складанні чисел потрібно:

а) у всіх доданків визначити розряди сумнівних цифр і знайти з них найстарший;

б) всі доданки округляти до цього розряду або зберегти ще один, наступний за сумнівним (запасна цифра);

в) скласти доданки, причому сумнівна цифра суми співпадає із старшим з розрядів сумнівних цифр всіх доданків.

Приклад. Скласти $5.4382 \cdot 10^5 - 2.918 \cdot 10^3 + 3.14 \cdot 10^{-1} + 1.24 \cdot 10^{-3}$.

Всі запропоновані числа містять значущі числа. У першого числа сумнівна цифра – десятки; у другого – одиниці; у третього – в розряді десятих часток, у четвертого – в розряді стотисячних. Старший розряд – десятки. Округлення проводять до старшого розряду — десятків. Тоді

$$543820 - 2920 + 40 = 540940 = 5{,}4094 \cdot 10^5.$$

Останній доданок відкидають зовсім (у ньому немає ні десятків, ні одиниць).

2. Результат множення і ділення містить стільки значущих цифр, скільки їх є в початковому даному з якнайменшою кількістю значущих цифр. Тому при множенні або розподілі чисел:

а) представляють початкові числа у вигляді, коли кома стоїть після першої цифри, а всі значущі цифри перемножують на множник десять у відповідній степені;

б) зі всіх початкових чисел знаходять число, де якнайменша кількість значущих цифр;

в) всі початкові числа округляють так, щоб всі вони містили таку кількість значущих цифр, скільки їх було в числі з якнайменшою їх кількістю (іноді беруть для вірності ще по одній запасній цифрі);

г) виконують дію над числами, які отримано після округлення, не звертаючи уваги на кому і множник десять в деякій степені; в результаті залишають стільки значущих цифр, скільки їх було в числі з якнайменшою їх кількістю; виконують операції множення (ділення) коефіцієнтів десять в деякій степені;

д) записують результат.

Приклад. Нехай необхідно помножити 981.17 на 0.314

Представимо співмножники як $9.8117 \cdot 10^2$ і $3.14 \cdot 10^{-1}$. Після округлення маємо

$$9.81 \cdot 10^2 \cdot 3.14 \cdot 10^{-1}$$

і після множення

$$9.81 \cdot 3.14 = 30.8034 = 3.08 \cdot 10^1.$$

Помножимо коефіцієнти $10^2 \cdot 10^{-1} = 10^1$. Остаточний результат: $3.08 \cdot 10^2$.

1.6 Похибки засобів вимірювання

Для характеристики більшості вимірювальних приладів часто використовують поняття приведеної похибки E_n (**класу точності**). Приведена похибка – це відношення абсолютної похибки Δx до граничного значення $x_{пр}$ вимірюваної величини (тобто до найбільшого її значення, яке може бути виміряне за шкалою приладу). Приведена похибка, будучи по суті відносною похибкою, виражається у відсотках:

$$\Delta E_n = \left| \frac{\Delta x}{x_{пр}} \right| \cdot 100\%.$$

По приведеній похибці прилади розділяють на сім класів: 0.1; 0.2; 0.5; 1.0; 1.5; 2.5; 4.

Прилади класу точності 0.1; 0.2; 0.5 застосовують для точних лабораторних вимірювань і називають прецизійними.

У техніці застосовують прилади класів 1; 1.5; 2.5 і 4 (технічні).

Клас точності приладу вказують на шкалі приладу. Якщо на шкалі такого позначення немає, то даний прилад позакласний, тобто його приведена похибка більше 4%.

Завод, що випускає прилад, гарантує відносну похибку вимірювання даним приладом, рівну класу точності (зведеної похибки) приладу при вимірюванні величини, що дає покажчик на всю шкалу. Визначивши за шкалою приладу клас точності і граничне значення, легко розрахувати його абсолютну похибку, яку приймають однаковою на всій шкалі приладу. Знаки ⟨⟨+⟩⟩ і ⟨⟨–⟩⟩ означають, що похибка може бути допущена як у бік збільшення, так і у бік зменшення від дійсного значення вимірюваної величини.

Правда, при використовуванні приладу для конкретних вимірювань рідко буває так, щоб вимірювана величина займала всю шкалу. Як правило, вимірювана величина менше. Це збільшує відносну похибку вимірювання.

Для оптимального використовування приладів їх підбирають так, щоб значення вимірюваної величини потрапляло в кінець шкали приладу, це зменшить відносну похибку вимірювання і наблизить її до класу точності приладу.

У тих випадках, коли на приладі клас точності не вказаний, абсолютна похибка приймається рівній половині ціни якнайменшого розподілу.

Так, при вимірюванні лінійкою, якнайменший розподіл якої 1 мм, припускається помилки до 0.5 мм.

Для приладів, оснащених ноніусом, за приладову похибку приймають похибку, визначувану ноніусом (для штангенциркуля – 0.1 мм або 0.05 мм; для мікрометра – 0.01 мм).

Точність приладу неможливо перевершити ніяким методом вимірювання на ньому. Для точніших вимірювань застосовують прилад вищого класу.

Вибираючи прилад для вимірювання якої-небудь фізичної величини, керуються перш за все метою вимірювання.

Для вимірювання товщини дроту не можна користуватися міліметровою лінійкою, потрібен штангенциркуль, мікрометр або інший точніший прилад (наприклад, мікроскоп). А ось для вимірювання площі лабораторного столу досить метрової лінійки з сантиметровими розподілами.

1.7 Графічне представлення результатів вимірювань

Графічний метод зручно застосовувати тоді, коли досліди проводяться для вивчення залежності між двома величинами. Перевага графіків – це, перш за все, наочність, тобто достатньо ясне представлення особливостей залежності, що вивчається: убування, зростання, наявність максимумів, мінімумів, точок перегину, періодичність і т.д. Крім того, графічний метод дає можливість інтерполяції і екстраполяції результатів досліду. Але необхідно пам’ятати, що необґрунтована екстраполяція може часто приводити до помилкових висновків. Екстраполяцією слід користуватися, якщо крива графіка знаходить плавний хід і немає підстав чекати різких її змін за межами графіка. Використовування графіків полегшує обробку результатів вимірювань, а також дозволяє знайти помилки вимірювань, зокрема промахи, і виключити їх вплив на результат обробки.

Для побудови графіка складають таблицю результатів. Потім на міліметрівці або в графічному редакторі креслять взаємно перпендикулярні осі. По осі ординат прийнято відкладати залежну змінну величину, тобто функцію, а по осі абсцис – значення незалежних змінних величин, тобто аргументи. Особливу увагу слід звернути на вибір масштабу. Масштаб вибирають так, щоб повністю використовувати всю площу креслення і щоб графік проходив ближче до бісектриси кута між осями. Зовсім необов'язково, щоб нульові значення аргументу і функції співпадали з початком координат. На осях слід відкладати той діапазон значень, який фігурує в досліді. Масштаб по осях слід вибирати таким, щоб легко було читати значення, що цікавлять, наприклад, якщо відстань між двома сусідніми лініями рівна одній, двом, чотирьом, п’яти, десяти одиницям. Якщо ж ця відстань рівна трьом, шести, семи, дев'яти одиницям, то для визначення координати крапок на графіку витрачається багато зусиль. Крім того, масштаб слід вибирати, враховуючи похибку тих вимірюваних величин, які наносять на графік. Найменший розподіл на графіку повинен бути не менше абсолютної похибки даної величини. На осях необхідно вказати числові значення фізичних величин, що відкладаються, і їх одиниць. При цьому множники, що визначають порядок величин, можуть включатися в їх одиниці, наприклад, ($I, A \cdot 10^{-3}$).

Іноді користуються іншими позначеннями, наприклад, $d \cdot 10^3 (м)$. Такий запис означає, що значення, що цікавить, необхідно розділити на 10^3 і результат буде виражений в метрах. Дослідну криву на графіку слід проводити, не просто сполучаючи крапки, а вибираючи переважний напрям серед крапок (рис.2). Крива повинна проходити так, щоб приблизно однакове число крапок знаходилося над кривою і під нею, тобто по можливості ближче до більшості експериментальних крапок. Абсолютні помилки наносять у вигляді вертикальних і горизонтальних відрізків.

Якщо вимірювана величина змінюється дуже сильно, на декілька порядків, то зручно застосувати логарифмічну шкалу, тобто відкладати на осях логарифми вимірюваної величини, або напівлогарифмічну, коли логарифми відкладають тільки по одній з осей. При цьому необхідно пам’ятати, що логарифмічний масштаб можна застосовувати без втрати точності, якщо відносна похибка постійна по всій залежності.

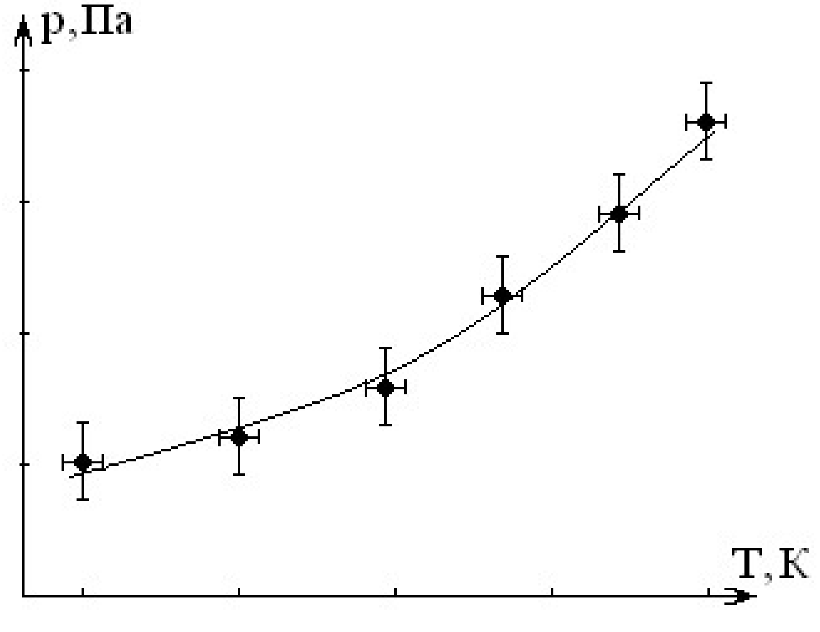

Рис. 2. Приклад графічного представлення результатів вимірювання

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.
ВИМІРЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ РОЗМІРІВ ТІЛ І ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ ОБ'ЄМІВ

Мета роботи: ознайомитися з методикою обробки результатів прямих і непрямих вимірювань на прикладі визначення об'ємів циліндра і кулі.

Для вимірювання лінійних величин застосовують найрізноманітніші способи, вибір яких визначається заданою точністю та умовами експерименту.

Для безпосередніх вимірювань довжини широко використовуються такі міри, як масштабна лінійка, металеві вимірювальні лінійки, рулетки без стабілізуючої основи. Точність вимірювання довжини цими мірами невисока. Ціна поділки, наприклад, масштабної лінійки не перевищує половини ціни поділки і дорівнює 0.5 мм.

Для більш точних вимірювань користуються приладами з ноніусом, який побудовано за принципом методу збігів. Ноніуси (у такому вигляді, як вони застосовуються тепер) винайшов у 1631 р. у Франції директор Монетного двору Ц.Верньє. Тому їх правильно було б назвати верньєрами, як в геодезії. У фізиці та техніці їх прийнято називати ноніусами за ім'ям португальця П.Нуніша (Nunes, латинізоване ім'я Nonius), який у 1542 р. винайшов подібне, але менш зручне пристосування, що нині не застосовується.

Метод лінійного ноніуса. Ноніусом називається невелика додаткова шкала до звичайного масштабу, яка дає змогу підвищити точність вимірювання в 10-20 разів. Ноніус переміщується по основній шкалі. Розглянемо лінійний ноніус штангенциркуля. Ноніус для вимірювання з точністю до 0.1 мм являє собою шкалу довжиною 9 мм, поділену на десять рівних частин (рис.3а). Тому одна поділка ноніуса дорівнює 0.9 мм, тобто менша від поділки основної шкали масштабної лінійки. Коли нульова мітка (штрих) шкали ноніуса буде між певними мітками основної шкали штангенциркуля, то це означатиме, що до цілого числа міліметрів треба додати певне число x десятих часток міліметра. Будова ноніуса ґрунтується на тому, що людське око легко розрізняє, чи є два штрихи продовженням один одного, чи вони дещо зсунуті.

Для визначення числа x знаходимо мітку шкали ноніуса, яка збігається з якоюсь міткою основної шкали (на рис.3б це друга відмітка ноніуса). Нехай такою міткою буде n – нна по порядку мітка шкали ноніуса. Оскільки вимірювана дробова частина міліметра дорівнює різниці між цілим числом міліметрів за основною шкалою штангенциркуля (n мм) і відстанню по шкалі ноніуса від нуля до мітки, що збігається (0.9 мм), можна записати $0.1x = n - 0.9n$, тобто $x = n$.

Отже, порядковий номер збіжної мітки ноніуса безпосередньо дає число десятих часток міліметра.

Шкала ноніуса для вимірювання з точністю до 0.05 мм має 20 однакових поділок на довжині 19 мм, а шкала ноніуса для вимірювання з точністю до 0.02 мм має 50 однакових поділок на довжині 49 мм. Мітка цих ноніусів, яка збігається зі штрихом основної шкали, дорівнює за довжиною поділкам ноніуса. Якщо $\Delta\alpha_n$ і $\Delta\alpha_m$ відповідні відносно ціни поділок ноніуса і основної шкали, то

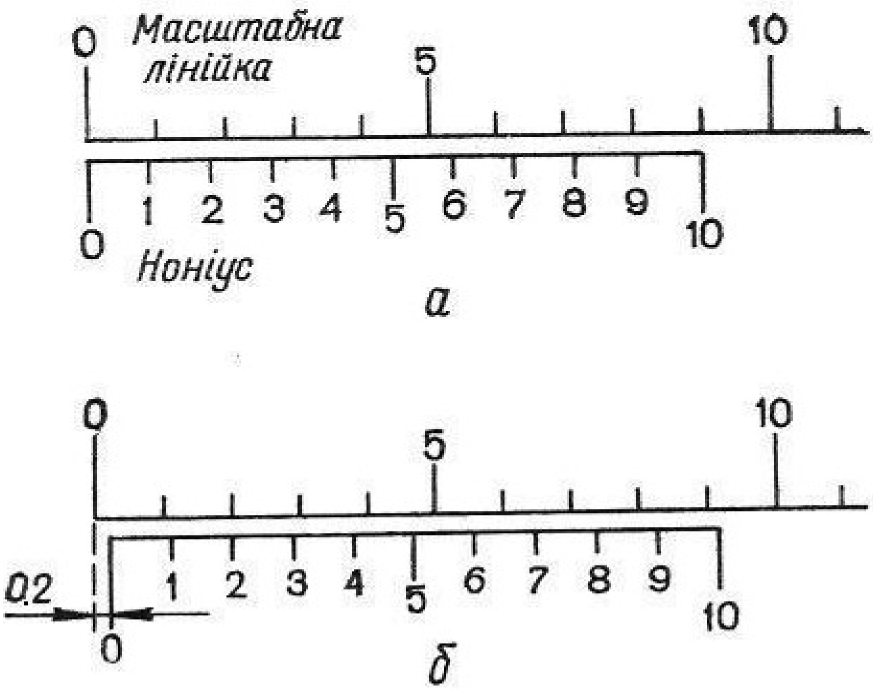

Рис. 3. Метод лінійного ноніусу.

$$n\,\Delta\alpha_n = (n-1)\,\Delta\alpha_m,$$

звідки різниця цих поділок (тобто точність ноніуса)

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_m - \Delta\alpha_n = \frac{\Delta\alpha_m}{n}.$$

Точністю ноніуса називають величину $\Delta\alpha_m/n$, яка дорівнює відношенню ціни найменшої поділки основної шкали до числа поділок ноніуса. Під точністю відліку за ноніусом розуміють ціну його поділки.

Довжина відрізка, вимірюваного за допомогою ноніуса, дорівнює числу цілих поділок основного масштабу (шкали) плюс точність ноніуса, помножена на номер поділки ноніуса, співпадаючої з деякою поділкою основної шкали.

Штангенциркуль (рис.4) – це прилад для вимірювання лінійних розмірів з точністю від 0.1 до 0.02. Штангенциркуль складається із стальної лінійки (штанги) 5 з міліметровими поділками, відносно якої переміщується рамка з ноніусом 4, і двох пар губок (ніжок) – нерухомих 1 і рухомих 2. Між губками затискують вимірювану деталь. Щоб точно визначити розмір деталі, рухому губку штангенциркуля переміщують у момент дотику її до деталі за допомогою мікрометричного пристрою, щоб запобігти надмірному натисканню губок на деталь. Закріплюють рухому губку на штанзі стопорним гвинтом 3 (при відповідних навичках роботи з штангенциркулем гвинт можна не закріпляти) і роблять відлік за ноніусом. Для вимірювання внутрішніх розмірів деталі є калібровані губки 7. Загальна ширина їх при зведених губках найчастіше дорівнює 10 мм; цей розмір треба додавати до відліку за шкалою.

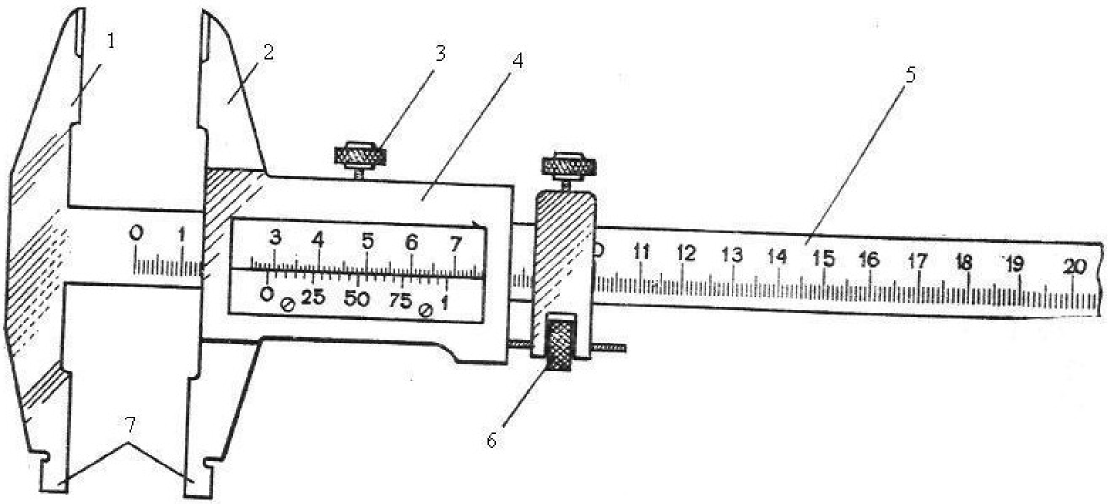

Рис. 4. Будова штангенциркуля: 1 – нерухома ніжка, 2 – рухома ніжка, 3 – стопорний гвинт, 4 – рамка з ноніусом, 5 – лінійка, 6 – мікрометричний пристрій, 7 – ніжки для вимірювання внутрішніх розмірів.

Мікрометр (рис.5) – це інструмент для вимірювання лінійних розмірів з точністю до 0.01 мм. Він складається із стальної скоби 8, що має нерухому опорну п’яту 1, стебла 3, мікрометричного гвинта 4 і стопорного гвинта 7. Мікрометричний гвинт переміщується всередині спеціальної гільзи з різьбою, закріпленою в стеблі. Крок гвинта 0.5—1.0 мм. На зовнішній поверхні стебла нанесено дві поздовжні шкали, зсунуті одна відносно одної на 0.5 мм. Зовні стебло охоплює барабан 4, з’єднаний з мікрометричним гвинтом. Таким чином, при обер-

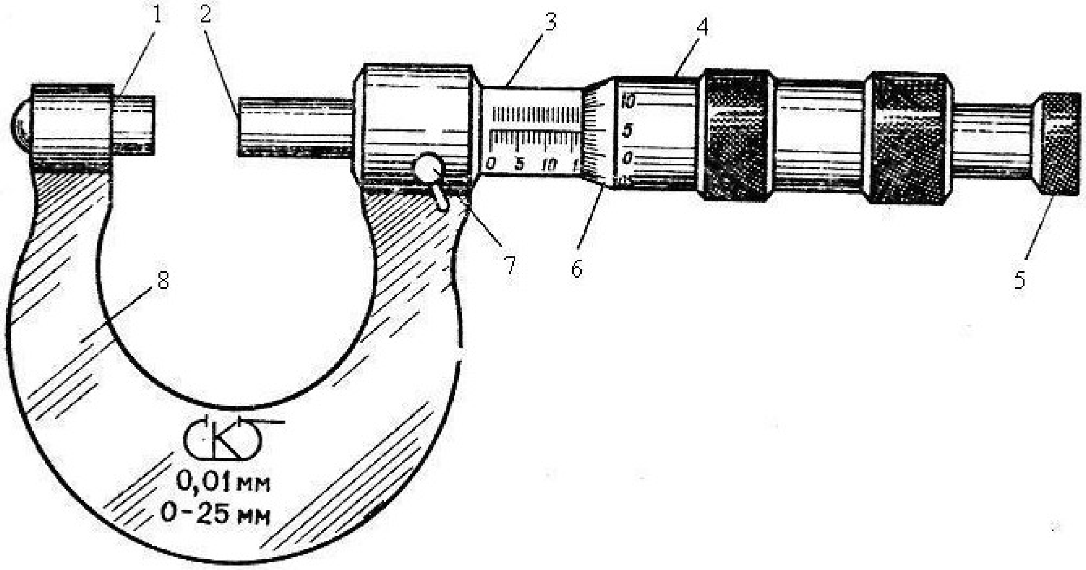

Рис. 5. Будова мікрометра: 1 – нерухома опорна п’ята, 2 – вимірювальна поверхня, 3 – стебло, 4 – мікрометричний гвинт, 5 – пристрій тріскачка, 6 – скошений обід барабана, 7 – стопорний гвинт, 8 – стальна скоба.

танні барабана обертається і гвинт; при цьому переміщується його вимірювальна поверхня 2. Дія мікрометра ґрунтується на властивості гвинта здійснювати при повороті його поступальне переміщення, пропорційне куту повороту. Скошений обід барабана 6 поділено на 50 (або 100) однакових поділок. На правому кінці барабана є особливий фрикційний пристрій – тріскачка 5. При вимірюванні слід обертати барабан тільки за головку тріскачки. Деталь при вимірюванні затискається між п'ятою і мікрометричним гвинтом. Після того, як досягнуто певного ступеня натиску на деталь, фрикційна головка починає проковзувати, даючи характерний тріск. Завдяки цьому затиснута деталь деформується порівняно мало (її розміри не спотворюються) і, крім того, це запобігає псуванню мікрометричного гвинта. Для відлічування показів мікрометра по шкалі стебла визначають ціле число (нижня шкала) і половини (верхня шкала) міліметрів. Для відлічування сотих часток міліметра користуються поділками на барабані (крок мікрометричного гвинта визначається заздалегідь).

Порядок виконання роботи

Визначення об’єму циліндра.

1. Штангенциркулем виконати п’ять вимірювань діаметра і п’ять вимірювань висоти циліндра. Дані занести в таблицю.
2. Результати прямих вимірювань обробити у відповідності з теорією похибок і правилами наближення.
3. Обчислити об’єм циліндра, відносну похибку об’єму, а також величину довірливого інтервалу.

Визначення об’єму кулі.

1. За допомогою мікрометра зробити 5 вимірювань діаметра кульки.
2. Виконати обробку прямих, а потім непрямих вимірювань.
3. Обчислити об’єм кулі, відносну похибку об’єму, а також величину довірливого інтервалу.

Контрольні запитання і завдання

1. Що значить виміряти фізичну величину?
2. У якому випадку можна вважати, що результати вимірювань узгоджуються з очікуваною залежністю між досліджуваними величинами?
3. Як бути, якщо шукану величину не можна виміряти безпосередньо і її значення знаходиться по значенню інших величин?
4. Охарактеризуйте прямі і непрямі, контактні і безконтактні методи вимірювання лінійних розмірів.
5. Що являє собою ноніус і на чому базується метод лінійного ноніуса?
6. Як визначити точність ноніуса?
7. Що таке довірливий інтервал? Який фізичний зміст має коефіцієнт надійності?
8. Що представляє собою коефіцієнт Стьюдента? До яких граничних значень буде прямувати коефіцієнт Сьюдента для α=0.68, 0.95 та 0.997, якщо кількість вимірювань необмежено зросте?

9. Як зміниться довірливий інтервал, якщо при заданому коефіцієнті надійності збільшити число вимірювань? А якщо при заданому числі вимірювань збільшити коефіцієнт надійності?
10. Яка будова і які правила користування штангенциркулями, мікрометричними інструментами, механічними вимірювальними приладами?
11. Як сконструювати ноніус для підвищення точності вимірювань з даним масштабом в n разів?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2. ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЮНГА ПРУЖНИХ МАТЕРІАЛІВ

Мета роботи: Визначити модуль Юнга методами розтягнення та вигину для різних матеріалів, які мають форми трубок і пластин.

Деформацією називають зміну форми та об'єму тіл під дією різних сил. В залежності від сил, які діють, розрізняють наступні види деформацій: розтягнення, стиснення, зсув, кручення, вигиб. Всіляка деформація пружного тіла супроводжується виникненням пружних напруг. Вони виникають внаслідок того, що зовнішня сила викликає зміщення одних частин відносно інших. Кожна частина тіла діє на оточуючі її частини, які , в свою чергу, чинять на неї рівну та протилежну дію. Таким чином, через будь-яку площадку усередині тіла передається дія двох рівних та протилежних сил. Границя відношення сили ΔF до площини перетину ΔS, на яку вона діє, визначена за умови, що площа перетину прямує до нуля, називається напругою в даній точці тіла:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta S}.$$

Напруги в різних точках тіла – різні, та тільки в деяких випадках можна вважати їх постійними у взятому перетині. В цьому випадку напруга рівна $\sigma = \frac{F}{S}$.

При зміні зовнішньої сили деформація, яка її викликає, також змінюється. При невеликих зовнішніх силах, тобто для пружних (малих) деформацій, спостерігається пропорційність між зовнішньою силою та величиною деформації $\Delta\ell$ (закон Гука: $F = k \cdot \Delta\ell$, де k – коефіцієнт пружності, що залежить від матеріалу та фізичного стану тіла). Після закінчення дії зовнішньої сили деформація зникає, тобто тіло відновлює свою початкову форму та розміри. Це стадія пружних деформацій. При збільшенні деформуючої сили пропорційність порушується, деформація зростає швидше, причому після закінчення дії сили деформація зникає не повністю. Це стадія пластичних деформацій. Напругу, яка розмежовує стадії пружних та пластичних деформацій, називають межею пружності тіла. Деформація, яка зберігається після закінчення дії сили, називається залишковою. При ще більшому збільшенні зовнішньої сили тіло можна зруйнувати. Напруга, вище якої тіло руйнується, називається межею міцності.

а) Визначення модуля Юнга по деформації розтягнення

Розглянемо випадок деформації розтягнення для тіла, яке має скрізь однакову товщину. Прикладом можуть бути металева нитка, дріт. Якщо верхній кінець такого тіла закріпити, а до нижнього підвісити тягар масою m, то тіло буде видовжуватися. Позначимо його початкову довжину через ℓ ,а абсолютне подовження через $\Delta\ell$. За величину деформації приймемо відносне подовження $\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}$. По закону Гука відносне подовження ε пропорційне напрузі: ε ~ σ. З міркувань зручності, коефіцієнт пропорційності вводять як обернену величину E, яка називається модулем Юнга. Вона вимірюється в Н/м^2. На практиці зручно користуватися кг/мм^2. Закон Гука в цьому випадку записується у вигляді:

$$\sigma = E\varepsilon \qquad \text{або} \qquad \frac{\Delta\ell}{\ell} E = \frac{F}{S}.$$

З цієї рівності очевидно, що модуль Юнга рівний тій напрузі, яка б розтягнула тіло вдвічі ($\Delta\ell = \ell$) в порівнянні з початковою довжиною. Однак для більшості тіл це неможливо, так як такі напруги перевищують межу міцності. Модуль Юнга з урахуванням виразу для площі перетину дроту $S = \frac{\pi D^2}{4}$ обчислюють за формулою:

$$E = \frac{4L}{\pi D^2 (\Delta\ell/P)} ,$$

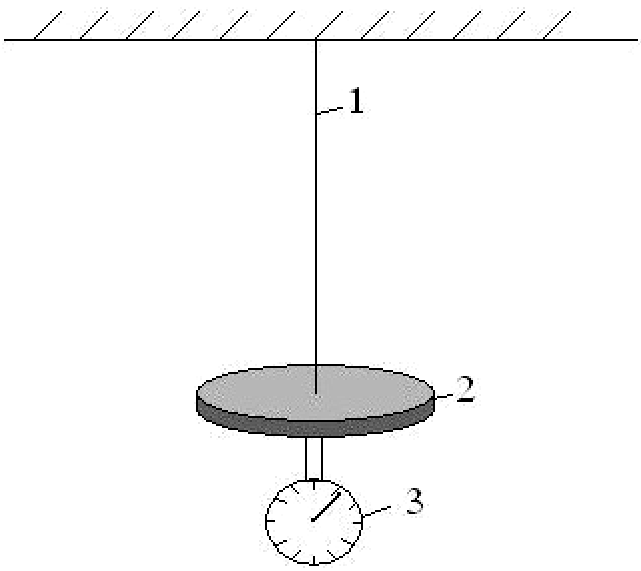

Рис. 6. Визначення модуля Юнга методом розтягу: 1 – сталева нитка, 2 – платформа для тягарів, 3 – індикатор.

де P = mg – сила, з якою розтягується досліджуваний зразок. Модуль Юнга характеризує пружні властивості і є важливою характеристикою тіл. Для знаходження модуля Юнга методом розтягнення використовується пристрій, який зображений на рис.6.

До досліджуваного зразка приєднана платформа, на яку послідовно кладуть гирі, в результаті чого змінюється натяг дроту. Індикатор відмічає збільшення довжини дроту. При проведенні досліду необхідно мати на увазі, що сталевий дріт при відсутності навантаження завжди трохи зігнутий, що не може сказатися на результатах, особливо при великих навантаженнях. Випрямляти дріт шляхом збільшення початкової напруги небезпечно, бо це може призвести до невиконання закону Гука, тобто можуть виникнути залишкові деформації.

Порядок виконання роботи

1. Встановити індикатор на нуль.

2. В процесі експерименту необхідно слідкувати за виконанням закону Гука (лінійного зв'язку між відносним подовженням та напругою). Для цього необхідно навантажити дріт одним з тягарів масою 0.5 кг, потім його забрати, відмічаючи кожен раз абсолютне подовження $\Delta\ell$. Повторити експеримент з двома, трьома, чотирма і п'ятьма гирями. Якщо довжина дроту не повертається в початковий стан, необхідно кожного разу аретирувати (встановлювати на нуль) індикатор.

3. Зняти залежності подовження сталевого дроту від його навантаження при зростаючому та спадаючому навантаженні.

4.Дані заносять до таблиці і обчислюють абсолютне подовження $\frac{\Delta\ell}{P}$ на 1 кг тягаря, а потім знаходять середнє значення цієї величини, яке разом з іншими величинами використовується для визначення модуля Юнга.

5.За допомогою мікрометра в декількох місцях (не менш 5 вимірів) вимірюють діаметр досліджуваного зразка. Обчислюють середнє значення і довірчий інтервал. При вимірюванні діаметру необхідно звернути увагу на те, щоб не згинати дріт мікрометром.

6. Виміряти довжину дроту та знайти похибку її вимірювання.

7. Відносну похибку модуля Юнга визначають за формулою:

$$\frac{\Delta E}{\overline{E}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{\overline{L}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{\overline{D}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta\ell/P)}{\overline{(\Delta\ell/P)}}\right)^2}\ .$$

Тут ΔD і $\Delta(\frac{\Delta\ell}{P})$- довірчі інтервали, які знаходять, обробляючи прямі виміри, а ΔL – абсолютна похибка вимірів довжини зразка лінійкою.

Для полегшення розрахунків результати вимірювання можна заносити в таблицю:

m, кг	навантаження					розвантаження			
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	2.0	1.5	1.0	0.5
$\Delta\ell$, мм									
$\Delta\ell$/P, мм/Н									

б) <u>Визначення модуля Юнга по деформації вигину</u>

Якщо пружну пластинку чи трубу нерухомо закріпити одним кінцем у стіні, а інший кінець навантажити тягарем масою m, цей кінець буде опускатися, зразок вигибається. При вигині верхні шари розтягуються, нижні – стискуються, а середній шар, який називається нейтральним, зберігає свою довжину. Очевидно, що середня частина майже не чине опір вигину. Ця обставина враховується в техніці і знаходить відображення в природі. Наприклад, стержні, які працюють на вигин, звичайно роблять порожніми, чим досягають економії матерії і полегшують конструкції без шкоди для міцності.

Переміщення λ, яке отримує вільний кінець стержня, називають стрілою прогину. Стріла прогину буде тим більша, чим більше навантаження і, крім того, вона повинна залежати від форми і розмірів пластини і її модуля пружності. Можна показати, що для пластини, яка має довжину L, ширину a і висоту b, стріла прогину дорівнює $\lambda = \frac{4mgL^3}{Eab^3}$, де E – модуль Юнга, а mg – навантаження, яке прикладене до незакріпленого кінця. Якщо пластина буде обома кінцями покладена на тверді опори і навантажена всередині вантажем масою m (рис.7), то при розрахунку стріли прогину необхідно в формулу замість mg підставити mg/2, а замість L підставити L/2. Тобто пластина, яка опирається обома кінцями на опори, веде себе так, якби вона була закріплена посередині, а на кожен з кінців діяла б спрямована сила, яка дорівнює P/2. Отже, стріла прогину дорівнює $\lambda = \frac{mgL^3}{4Eab^3}$. З цієї формули знаходимо модуль Юнга для зразка у вигляді пластини

$$E = \frac{L^3}{4ab^3(\lambda/P)}.$$

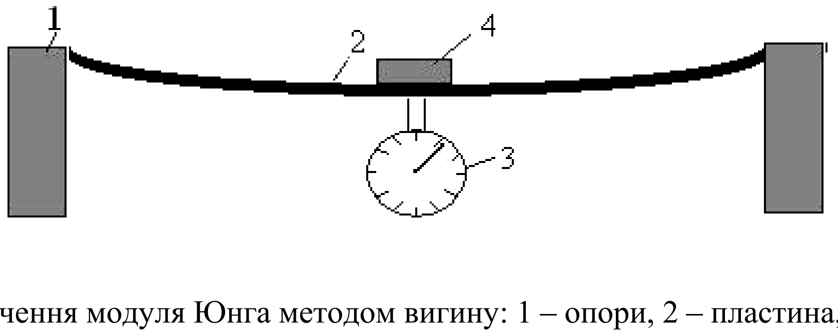

Рис. 7. Визначення модуля Юнга методом вигину: 1 – опори, 2 – пластина, 3 – індикатор, 4 – вантаж

Пристрій для визначення модуля Юнга методом вигину являє собою масивну платформу з двома стійками на кінцях, на які поміщують досліджуваний зразок. Посередині на спеціальній штанзі закріплюють індикатор для визначення стріли прогину.

Порядок виконання роботи

1. Штангенциркулем декілька разів (не менш п'яти) вимірюють довжину, ширину і висоту пластини. Розраховують середнє значення і довірчий інтервал цих величин.

2. Пластину посередині навантажити і розвантажити послідовно тягарями 0.5 кг, 1.0 кг, 1.5 кг, 2.0 кг, 2.5 кг і кожен раз визначають стрілу прогину індикатором. Перевірити, чи повертається пластина в початковий стан.

3.Дані заносять до таблиці і визначають величину стріли прогину на одиницю ваги (λ / P) для кожного виміру, а потім розраховують середнє значення і довірчий інтервал.

4. Відносну похибку модуля Юнга визначають по формулі:

$$\varepsilon_E = \sqrt{9\left(\frac{\Delta L}{\overline{L}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{\overline{a}}\right)^2 + 9\left(\frac{\Delta b}{\overline{b}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta\lambda/P)}{\overline{(\Delta\lambda/P)}}\right)^2}\ ;$$

5. Перевірити, чи суттєво залежить результат від точки прикладення сили. Для цього змістити точку розташування важків на 5 мм від попередньої. Порівняти отримане значення модуля Юнга з попереднім, знайденим для навантаження, прикладеного до середини стержня.

Контрольні питання та завдання

1.Які основні види деформацій ви знаєте?

2.Сформулюйте закон Гука.

3.Який фізичний зміст модуля Юнга? В яких одиницях він вимірюється?

4.Який механізм виникнення залишкової деформації?

5.Від чого залежить величина стріли прогину?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3.

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВОГО КОЛЕСА

Мета роботи: використовуючи закон збереження механічної енергії, експериментально визначити момент інерції махового колеса і порівняти отриманий результат з розрахунком по теоретичній формулі.

Тверде тіло являється системою матеріальних точок, відстань між якими при русі не змінюється. При русі навколо нерухомої вісі всі матеріальні точки, що утворюють тіло, обертаються з однаковою кутовою швидкістю ω.

Нехай r_i – відстань і-тої матеріальної точки до осі обертання, а m_i – її маса. Тоді лінійна швидкість цієї точки $v_i = \omega r_i$, а момент імпульсу відносно осі обертання $L_i = m_i v_i r_i = m_i r_i^2 \omega$. Момент імпульсу L твердого тіла складається з моментів імпульсу всіх утворюючих це тіло матеріальних точок:

$$L = \sum_i L_i = \left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega = I\omega,$$

де $I = \sum_i m_i r_i^2$ – момент інерції твердого тіла відносно осі обертання.

Під дією прикладених до тіла зовнішніх сил його момент імпульсу $L = I\omega$ змінюється зі швидкістю

$$\dot{L} = M_{зовн},$$

де $M_{зовн}$ – сума моментів зовнішніх сил, прикладених до тіла:

$$M_{зовн} = \sum_j M_j = \sum_j F_j r_j .$$

Тут $M_j = F_j r_j$ – момент сил відносно осі обертання j-ої зовнішньої сили, прикладеної до тіла; F_j – проекція цієї сили на площину, перпендикулярну до осі обертання тіла; r_j – плече цієї сили.

Момент інерції тіла залежить від вибору осі обертання. Але це не значить, що для всілякої нової осі момент інерції I необхідно обчислювати спочатку. Момент інерції твердого тіла I відносно осі, яка паралельна осі, що проходить через центр інерції тіла, дорівнює (теорема Гюйгенса-Штейнера):

$$I = I_0 + ma^2,$$

де I_0 – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр інерції тіла, m – маса твердого тіла, a – відстань між осями.

Моментом інерції називають фізичну величину, що характеризує інерційні властивості тіла в обертальному русі. Тобто момент інерції є аналогом маси в поступальному русі.

Момент інерції суцільних тіл, що мають густину ρ, можна обчислити інтегруванням: $I = \int_V \rho r^2 dV$.

Кінетична енергія обертального руху визначається за формулою:

$$W_к^{об} = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_i \left(m_i r_i^2\right) = \frac{1}{2} I\omega^2 .$$

Ця формула справедлива лише у випадку, коли тіло обертається навколо нерухомої осі. Якщо тіло рухається як ціле і обертається, то його кінетичну енергію можна представити у вигляді суми кінетичних енергій поступального руху центра мас тіла і обертального руху навколо осі обертання (теорема Кьонінга):

$$W_к = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2,$$

де V_C – швидкість центра мас (центра інерції) твердого тіла; I_0 – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас тіла.

Момент інерції махового колеса визначають на установці, яка складається з махового колеса зі шківом, насадженого на вал, лінійки і тягарця (рис.8). Вал закріплений у двох підшипниках. На вал 3 намотується нитка. До її кінця прикріплюють тягарець 4 масою m. Під дією тягарця шків разом з валом і маховим колесом рівноприскорено обертається. На характер обертального руху впливають значення моменту інерції махового колеса, моменту інерції шківа, моменту інерції вала та сили тертя в підшипниках. Вал і шків вибирають такими, щоб вони мінімально впливали на характер обертального руху і не вносили істотних змін в його характер. При падінні тягарця його потенціальна енергія $E_п = mgh$, де h – висота підняття тягарця, перетворюється в кінетичну енергію поступального руху тягарця, в кінетичну енергію обертального руху махового колеса і витрачається на виконання роботи подолання сил тертя.

Кінетична енергія поступального руху тягарця визначається за формулою

$$E_к = \frac{mv^2}{2},$$

де v – швидкість тягарця. Кінетична енергія обертального руху системи визначається за формулою

$$E_к^{об} = \frac{I\omega^2}{2},$$

де I, ω – момент інерції і кутова швидкість всіх елементів, що обертаються.

Якщо знехтувати силами тертя в підшипниках і опором повітря, то згідно закону збереження енергії можна записати:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

Рух тягарця є рівноприскореним з прискоренням a, тому є справедливими наступні вирази: $v = at$, $h = \frac{at^2}{2}$ і, як результат, $v = \frac{2h}{t}$. Так як нитка намотана на

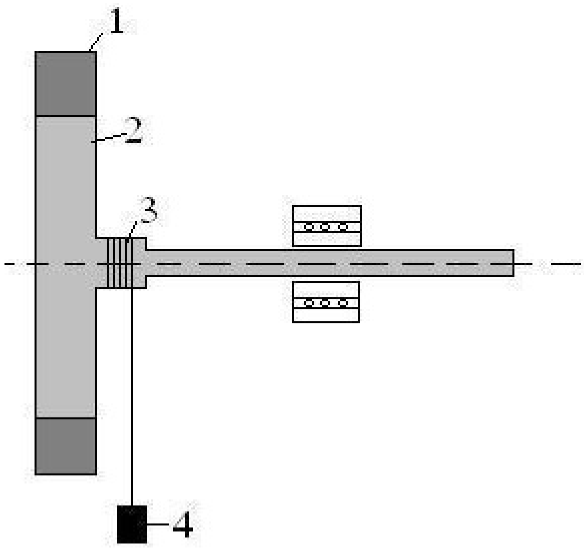

Рис. 8. Визначення моменту інерції махового колеса: 1 – махове колесо, 2 – шків, 3 – вал, 4 – тягарець.

вал, то швидкість поступального руху нитки і, звісно, тягарця завжди дорівнює лінійній швидкості точок, що лежать на поверхні вала. Тому $v = \omega r$ і $\omega = \frac{2h}{rt}$, де r – радіус вала.

З урахуванням цього закон збереження можна переписати у вигляді

$$mgh = \frac{2h^2 I}{r^2 t^2} + \frac{2mh^2}{t^2},$$

звідки момент інерції системи

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right).$$

Якщо колесо зняти, то момент інерції утвореної системи I_0 буде визначатися тією ж формулою, але час t_0 опускання тягарця на висоту h буде іншим.

Момент інерції самого колеса можна визначити як різницю

$$I_{кол} = I - I_0 \quad \text{або} \quad I_{кол} = \frac{mr^2 g}{2h}\left(t^2 - t_0^2\right), \qquad (1)$$

де t – час опускання тягарця при надітому на шків колесі, t_0 – час опускання тягарця без колеса.

Розглянемо випадок, коли силами тертя не можна нехтувати. В цьому випадку закон збереження і перетворення енергії має вигляд

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + A,$$

де $A = Fh$ – робота подолання сил тертя; F — сила тертя. Силу тертя визначимо з таких міркувань. Обертаючись за інерцією, махове колесо підніме тягарець на висоту $h_1 < h$, система матиме потенціальну енергію $E_{p1} = mgh_1$. Різниця потенціальних енергій $E_p - E_{p1}$ дорівнюватиме роботі подолання сил тертя $mgh - mgh_1 = F(h + h_1)$, звідки

$$F = mg\frac{h - h_1}{h + h_1}.$$

Підставивши вирази для ω, v, F в закон збереження енергії, матимемо формулу для визначення моменту інерції системи для цього випадку

$$I = mr^2\left(gt^2\,\frac{h_1}{h(h + h_1)} - 1\right).$$

При знятті колеса зі шківу момент інерції утвореної системи I_0 буде визначатися тією ж формулою. Момент інерції самого колеса в цьому випадку можна визначити як різницю

$$I_{кол} = I - I_0 \quad \text{або} \quad I_{кол} = \frac{mr^2 g}{2h}\left(\frac{2h_1}{h + h_1}t^2 - \frac{2h_2}{h + h_2}t_0^2\right), \qquad (2)$$

де t, t_0 – час опускання тягарця при надітому на шків колесі і без нього; h_1, h_2 – висота підіймання тягарця за інерцією з колесом і без нього на шківі.

Момент інерції колеса можна розрахувати теоретично інтегруванням елементарних циліндричних шарів від R_1 (зовнішній радіус) до R_2 (внутрішній радіус колеса). Результат такого розрахунку дає наступний вираз для моменту інерції махового колеса:

$$I_{кол,теор} = \frac{1}{2} M\left(R_1^2 + R_2^2\right), \tag{3}$$

де M – маса колеса.

Порядок виконання роботи

1. Виміряти штангенциркулем в декількох місцях (не менше 5 разів) діаметр вала, на який намотується нитка. Обробивши результати, знайти радіус вала і довірливий інтервал.
2. Обертаючи колесо і намотуючи нитку на вал, підняти тягарець на висоту h від найнижчого положення тягарця.
3. Опустити колесо, виміряти час t, за який тягарець опуститься до найнижчого положення. Виміряти висоту h_1, на яку підіймається тягарець за інерцією. Дослід повторити 5 разів.
4. Зняти колесо і знову повторити дослід п'ять разів, вимірюючи час t_0 опускання тягарця до найнижчого положення і висоту підіймання тягарця за інерцією h_2.
5. Виміряти зовнішній і внутрішній діаметри колеса.
6. Розрахувати моменти інерції колеса по експериментальним (1), (2) і теоретичним (3) даним. Результати порівняти.
7. Розрахувати похибку вимірювання моменту інерції колеса по формулі

$$\varepsilon_I = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\bar{m}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta r}{\bar{r}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2 + 4\frac{\bar{t}^2 \Delta t^2 + \bar{t}_0^2 \Delta t_0^2}{\left(\bar{t}^2 - \bar{t}_0^2\right)^2}}.$$

Контрольні запитання

1.Що таке момент інерції? Яку роль він відіграє в динаміці обертального руху? В яких одиницях він вимірюється?
2. Звідки випливає, що момент інерції тіла є величина адитивна?
3. Сформулюйте теорему Гюйгенса-Штейнера.
4. Який закон покладений в основу виведення емпіричної формули? Сформулюйте його.
5. Момент якої сили приводить до обертального руху колеса?
6. Вкажіть раціональний спосіб обчислення моменту інерції тіл з отворами.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4.

ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ СЕДИМЕНТАЦІЇ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Мета роботи – з рівняння руху тіла сферичної форми у в'язкому середовищі визначити швидкість падіння тіла і порівняти її з дослідними даними.

В даній роботі розглядається процес седиментації (осідання) частинок в полі сили тяжіння, що використовується, наприклад, для розшарування частинок різної густини в розчинах, суспензіях.

На тверду кульку, що падає у в'язкій рідині, діють три сили: сила тяжіння кульки F_T, виштовхувальна сила F_A, що визначається за законом Архімеда, і сила опору рухові кульки з боку рідини F_C, яка зумовлена внутрішнім тертям рідини.

Основну роль тут відіграє не тертя кульки об рідину, а взаємне тертя окремих шарів рідини. Найближчий до поверхні кульки шар рідини ніби прилипає до неї і рухається зі швидкістю кульки, інші шари – з дедалі меншою швидкістю.

Робота сил в'язкості залежить від розмірів поверхні вибраного елемента рідини і пропорційна величині $\eta v \ell^2$, а кінетична енергія цього ж елементу рідини залежить від його об'єму і пропорційна $\rho v^2 \ell^3$, де v – швидкість руху окремого шару рідини, ℓ – лінійні розміри елементу рідини, ρ – її густина, а η – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини. Тому відношення енергії елементу рідини до роботи сил в'язкості, тобто безрозмірна величина:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v \ell}{\eta}$$

характеризує відносну роль сил в'язкості і називається числом Рейнольдса (на ім'я англійського фізика О. Рейнольдса). Чим менше число Рейнольдса, тим більшу роль відіграють сили в'язкості в процесі руху рідини.

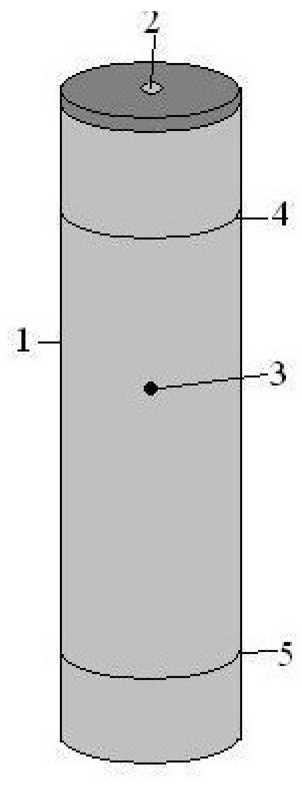

Рис. 9. Установка для визначення швидкості седиментації методом Стокса: 1 – труба з гліцерином, 2 – отвір для опускання кульок, 3 – кулька, 4 – верхня мітка, 5 – нижня мітка.

Коефіцієнт в'язкості η для різних рідин має різне значення і залежить від параметрів, які характеризують стан рідини, в першу чергу, від її температури. Одиниці вимірювання коефіцієнту – кг/(м^2·с).

Як бачимо, число Рейнольдса залежить від відношення коефіцієнта динамічної в'язкості η до її густини ρ. Тому відносний вплив в'язкості визначається величиною $\nu = \frac{\eta}{\rho}$, яка називається кінематичною в'язкістю. Її одиниці вимірювання – м^2/с.

Якщо кулька падає в рідині, нескінченній у всіх напрямках, не залишаючи після себе ніяких збурень, при малих значеннях числа Рейнольдса сила опору визначається законом Стокса:

$$F_C = 6\pi\eta v r,$$

де v – швидкість руху кульки; r — її радіус.

Запишемо рівняння руху кульки:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_T + \vec{F}_A + \vec{F}_C.$$

Усі три сили, що діють на кульку, яка рухається в рідині, напрямлені по вертикалі: сила тертя і виштовхувальна сила – вгору, сила тяжіння — вниз. Сила тертя зі збільшенням швидкості кульки зростає.

При певних швидкостях руху кульки алгебраїчна сума трьох сил дорівнює нулю (прискорення стане рівним нулю), тобто кулька рухається за інерцією з постійною швидкістю. Для цього випадку справедливе співвідношення

$$F_T - F_A - F_C = 0$$

або

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g + 6\pi r \eta v.$$

де ρ – густина кульки; ρ_p – густина рідини. Розв'язавши рівняння відносно швидкості седиментації кульки, отримаємо

$$v_s = \frac{2}{9}\frac{\rho - \rho_p}{\eta} g r^2.$$

Зрозуміло, що забезпечити рух кульки в нескінченному середовищі практично неможливо, оскільки розміри посудини, в якій знаходиться рідина, скінченні. Тому при визначенні швидкості седиментації потрібно враховувати наявність стінок посудини. У випадку, коли кулька рухається в рідині, що знаходиться в циліндричній посудині радіусом R, при врахуванні наявності стінок, швидкість осідання можна визначати як

$$v_s = \frac{2}{9}\frac{\rho - \rho_p}{\eta(1 + 2.4\, r/R)} g r^2.$$

Установка (рис. 9) для визначення швидкості седиментації методом Стокса — це прозора циліндрична посудина, закріплена на штативі. Зверху посудина закрита кришкою з отвором, до якої прикріплений пристрій для виймання кульки. На стінці посудини нанесено дві мітки. Відстань між поверхнею рідини і верхньою міткою 10 – 12 см. Радіус кульки визначають за допомогою вимірювального мікроскопа або мікрометра; внутрішній радіус посудини – за допомогою штангенциркуля; відстань між другою верхньою і другою нижньою мітками на посудині — за допомогою мірної лінійки; час, за який кулька проходить відстань L між мітками, за допомогою електронного секундоміра.

Порядок виконання роботи

1. За допомогою мікрометра виміряти діаметр скляної кульки 5 разів.
2. Опустити кульку в гліцерин і визначити час її руху між мітками.
3. Досліди повторити декілька разів з кульками приблизно однакових діаметрів, в кожному випадку вимірюючи їх розмір.
4. Визначити середню швидкість седиментації, розділивши відстань між мітками на час руху кульки.
5. Знайти середній діаметр кульки і розрахувати його довірливий інтервал.
6. Розрахувати швидкість седиментації кульки, отриману з рівняння руху і порівняти її з дослідним значенням. В розрахунках прийняти: для гліцерину $\eta = 1.194$ кг/(м^{2}с), $\rho_p = 1260$ кг/м^3; для скла: $\rho = 2500$ кг/м^3.
7. Розрахувати похибку експериментального вимірювання швидкості седиментації, вважаючи, що основними є похибки, пов'язані з вимірюванням відстані і часу падіння кульки, і дорівнюють
$$\varepsilon_{v,\text{експ}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta t}{\bar{t}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{\bar{L}}\right)^2}\ .$$
8. Розрахувати похибку розрахункового значення швидкості седиментації, вважаючи, що в основному вона пов'язана з розкидом діаметра кульки, і дорівнює $\varepsilon_{v,\text{розр}} = 2\dfrac{\Delta D}{\bar{D}}$.

Контрольні питання

1. Чому виникають сили тертя, що діють на кульку? Поясніть механізм дії цієї сили.
2. Що таке число Рейнольдса? Його фізичний зміст. Як за допомогою нього визначити характер руху кульки?
3. Що таке коефіцієнт динамічної в'язкості? Який його фізичний зміст?
4. Що називається коефіцієнтом кінематичної в'язкості рідини?
5. Чому у в'язкому середовищі згодом кулька рухається з постійною швидкістю?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5.
ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ПОШИРЕННЯ ЗВУКУ В ПОВІТРІ

Між швидкістю звуку v, його частотою ν та довжиною звукової хвилі λ існує співвідношення:

$$v = \lambda\nu.$$

Частоту звуку в лабораторних умовах знаходять за частотою коливань джерела звуку. Довжину звукової хвилі в повітрі визначають як відстань між двома послідовними точками, що коливаються в однакових фазах. Отже, завдання обчислення швидкості звуку в повітрі зводиться до експериментального визначення положення двох точок, які перебувають одна від одної на відстані λ. Цю експериментальну задачу можна розв'язати методом зсуву фаз, а також методом резонансу.

а) Визначення швидкості поширення звуку в повітрі фазовим методом

Мета роботи: Вивчити складання двох взаємно перпендикулярних коливань при різних значеннях різниці фаз між коливаннями. За допомогою фігур Ліссажу виміряти довжину звукової хвилі і її швидкість в повітрі.

Схему експериментальної установки наведено на рис.10. На оптичній лаві розміщено мікрофон і гучномовець, які можуть вільно переміщуватись у горизонтальному напрямі. Гучномовець та мікрофон встановлено на спеціальних каретках. Звук від гучномовця поширюється в повітрі і приймається мікрофоном, де перетворюється в електричні коливання тієї самої частоти. Ці коливання підсилюються підсилювачем низької (звукової) частоти (ПНЧ) і подаються на вхід блоку вертикально відхиляючих пластин електронного осцилографа («Вхід Y»). На вхід горизонтально відхиляючих пластин («Вхід X») при вимкненому блоці розгортки подається електричний сигнал тієї самої частоти від звукового генератора (ЗГ), який живить гучномовець. Отже, промінь електронно-променевої

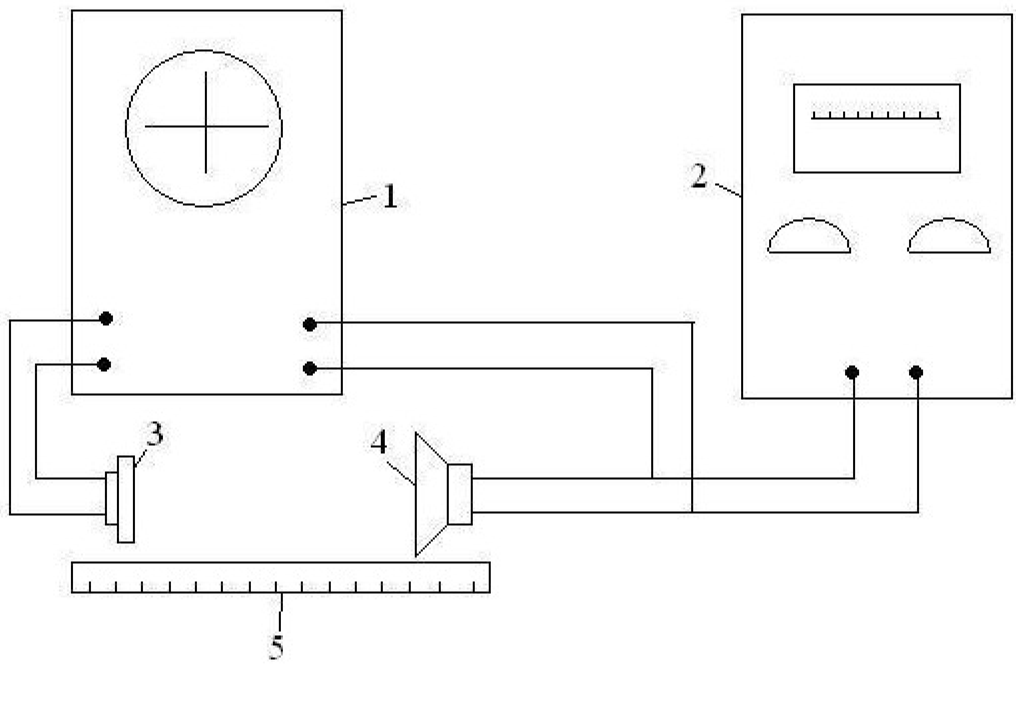

Рис. 10. Установка для визначення швидкості звуку методом зсуву фаз: 1 – електронний осцилограф, 2 – звуковий генератор, 3 – мікрофон, 4 – гучномовець, 5 – лінійка.

трубки осцилографа бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях однакової частоти. Розглянемо складання взаємно перпендикулярних гармонічних коливань, які здійснює матеріальна точка. Вони задаються рівняннями:

$$x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{і} \quad y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Тут x, y – зміщення точки вздовж вісі X та Y; A_1, A_2 – амплітуди коливань, ω – кругова частота, рад/с; φ_1, φ_2 – початкові фази.

В результаті обох коливань промінь описує еліпс. Дійсно, якщо виключити з цих рівнянь час t, неважко знайти рівняння траєкторії y(x), що в загальному випадку описує еліпс:

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-2\frac{xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_1-\varphi_2)=\sin^2(\varphi_1-\varphi_2).$$

Орієнтація цього еліпса по відношенню до осей X і Y залежить від різниці фаз складових коливань:

1. В частинному випадку, коли $\varphi_1-\varphi_2=(2k+1)\frac{\pi}{2}$, де k = 0, 1, 2, …, рівняння приймає вид

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1.$$

В цьому випадку еліпс симетрично розташований відносно осей координат. При цьому напіввісь еліпса вздовж осі x дорівнює A_1, а вздовж осі y – A_2.

2. У випадку, коли $\varphi_1-\varphi_2=k\pi$, де k = 0, 1, 2, …, рівняння приймає вид

$$y=\pm\frac{A_2}{A_1}x.$$

Це рівняння прямої лінії, в яку вироджується еліпс. При k = 0, 2, 4 …пряма проходить через перший і третій, а при k = 1, 3, 5 … – через другий і четвертий квадранти.

При складенні коливань різних частот отримуються більш складні траєкторії, вид яких залежить від співвідношення частот і різниці початкових фаз. Отримані при складанні взаємно перпендикулярних коливань траєкторії називають фігурами Ліссажу.

Різницю фаз між коливаннями можна змінювати, переміщуючи мікрофон або гучномовець. При зміні відстані між ними на λ/2 різниця фаз зміниться на кут $\varphi_1-\varphi_2=\pi$. Отож, вимірюючи цю відстань, що відповідає двом найближчим перетворенням еліпса в пряму лінію, можна виміряти довжину хвилі і, знаючи частоту генератора, визначити швидкість звуку.

Реальна картина на екрані осцилографа може відрізнятися від отриманої. Нелінійні спотворення електричних сигналів призводять до того, що вертикальне і горизонтальне зміщення променя не зовсім синусоїдальне, а, отже, і фігури Ліссажу не завжди вдається перетворити в пряму лінію. Тому в цьому випадку мікрофон переміщують до тих пір, поки площа, що обмежує еліпс, не стане мінімальною.

Порядок виконання роботи

1. Включити осцилограф і дати прогрітися 4 – 5 хв. За допомогою ручок «Яркость» і «Фокус» отримати чітке зображення променя.

2. Ввімкнути генератор звукової частоти і дати прогрітися 4 – 5 хв. Встановити ручку «Регулировка выхода» на нульове значення і частоту ν = 1750Гц.
3. Підвищуючи напругу на виході генератора, за допомогою ручок «Усиление», отримати чітке зображення у вигляді еліпса.
4. Повільно переміщуючи мікрофон і гучномовець, дістати на екрані осцилографа пряму, що проходить через перший і третій квадранти. Зафіксувати положення на оптичній лаві каретки з мікрофоном.
5. Повільно пересуваючи мікрофон вздовж оптичної лави, дістати на екрані осцилографа зображення прямої, що проходить через другий і четвертий квадранти. Зафіксувати положення мікрофона і гучномовця на оптичній лаві.
6. Виміряти відстань між декількома положеннями мікрофона і гучномовця, коли еліпс перетворюється в пряму лінію. Кожного разу визначати довжину λ звукової хвилі.
7. Обчислити середнє значення довжини хвилі і розрахувати швидкість звуку.
8. Повторити дослід при інших частотах звуку, наприклад, 2000 Гц, 2250 Гц, для впевненості у відсутності дисперсії звуку в повітрі, тобто незалежності швидкості звуку від частоти.
9. Оцінити похибку вимірювання.

Контрольні питання

1. Записати рівняння плоскої бігучої хвилі. Що таке довжина хвилі? Хвильове число?
2. Отримати рівняння траєкторії, яку описує електронний промінь, що здійснює одночасно коливання в двох взаємно перпендикулярних напрямах.
3. При яких умовах на екрані видно еліпс, пряму, коло?
4. Як створюється різниця фаз між взаємно перпендикулярними коливаннями електронного променя?
5. Які зміни виникнуть на екрані осцилографа, якщо між мікрофоном і гучномовцем помістити руку чи інший предмет?
6. Чи залежить швидкість звуку від частоти? Дати означення дисперсії звуку.

b)Визначення швидкості звуку в повітрі методом резонансу.

<u>Мета роботи</u> : ознайомитися з умовами виникнення резонансу в повітрі і визначити швидкість звуку.

При поширенні звукової хвилі в газах відбувається багаторазове стиснення та розширення газу. Це призводить до підвищення або зменшення його температури у місцях розширення або стиснення. Оскільки ці процеси відбуваються з великою частотою, то температура газу не встигає вирівнюватися.

Отже, з точки зору термодинаміки, процес поширення звуку в газах можна вважати адіабатичним. На основі цього уявлення Лаплас вивів формулу для розрахунку швидкості поширення звуку в газах

$$v = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} ,$$

де $\gamma = C_p / C_v$ – показник адіабати, R – універсальна газова стала; T – температура газу; M – його молекулярна маса.

З іншого боку, відомо, що швидкість поширення звуку в газі можна визначити із співвідношення

$$v = \lambda \upsilon,$$

де λ – довжина хвилі, υ – частота коливань. При використанні цієї формули для експериментального визначення швидкості звуку в повітрі при певній температурі можна скористатися методом стоячих хвиль.

Стоячі хвилі виникають в результаті складення двох зустрічних плоских хвиль з однаковими амплітудами та частотами. Для виникнення стоячих хвиль необхідно, щоб різниця фаз між ними була сталою.

Нехай рівняння прямої та зворотної хвиль, які розповсюджуються вздовж осі x, мають вигляд

$$s_1 = a\cos(\omega t - kx), \quad s_2 = a\cos(\omega t + kx),$$

де s_1, s_2 – зміщення; a – амплітуда коливань; $\omega = 2\pi / T$ – циклічна частота; $k = 2\pi / \lambda$ – хвильове число; T – період коливань; λ – довжина хвилі.

В результаті їх складення маємо рівняння для стоячої хвилі

$$s = s_1 + s_2 = 2a\cos kx \cos \omega t = A\cos \omega t,$$

де $A = 2a\cos kx$ – амплітуда стоячої хвилі. Вона залежить від координати x, що визначає положення точок середовища. Оскільки $\cos kx$ може набувати значень від 0 до 1 (від'ємні значення тут не мають фізичного змісту), то амплітуда різних точок може змінюватися від 0 до 2a . Точки хвилі, що мають найбільші амплітуди, називають пучностями стоячої хвилі. Це точки, де A = 2a, тобто

$$|\cos kx| = 1, \text{ або } kx = \pm n\pi, \frac{2\pi}{\lambda} = n\pi, \quad x = \pm n\frac{\lambda}{2}.$$

Точки, де амплітуди дорівнюють нулю, називають вузлами стоячої хвилі. Тобто, це точки, де виконується умова

$\cos(kx) = 0$ або $2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}$, звідки

$$x = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{4}.$$

Відстань як між сусідніми пучностями, так і між сусідніми вузлами знайдемо як різницю координат. Наприклад, для двох сусідніх пучностей маємо

$$x_{k+1} - x_k = (k+1)\frac{\lambda}{2} - k\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}.$$

Відстань від вузла до найближчої пучності дорівнює чверті довжини хвилі:

$$(2k+1)\frac{\lambda}{4} - k\frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4}.$$

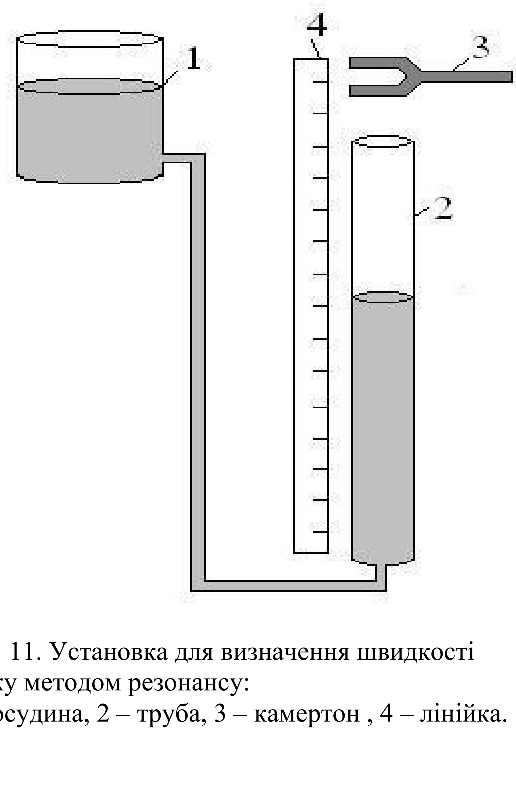

Рис. 11. Установка для визначення швидкості звуку методом резонансу:
1-посудина, 2 – труба, 3 – камертон , 4 – лінійка.

Вузли утворюються в тих місцях, в яких коливання в обох хвилях весь час здійснюються в протилежних фазах. Так як стояча хвиля нерухома, то не переносить енергію.

Стоячі хвилі виникають, в основному, при інтерференції бігучих прямої та відображеної від границі розділу двох середовищ хвилі. Якщо середовище, від якого відображається хвиля, більш густіше, ніж середовище, в якому вона розповсюджується, то на межі розподілу виникає вузол, а якщо навпаки, то пучність. Зміна фази хвилі на протилежну при відображенні хвилі від більш густішого середовища та збереження фази при відображенні від менш густішого відома в теорії пружності на основі розглядання граничних умов на межі двох пружних середовищ.

Для визначення швидкості звуку в повітрі можна використовувати установку, яка зображена на рис.11. Звукову хвилю заданої частоти можна визвати, ударяючи молоточком по ніжкам камертона. Довжину хвилі визначають по методу резонансу.

Для цього камертон розміщують над стовпом повітря в трубі і, піднімаючи або опускаючи посудину 1, змінюють висоту стовпа повітря, встановлюють по лінійці, при яких значеннях спостерігається максимум гучності звукової хвилі. Якщо при деякій висоті стовпа повітря спостерігається максимум гучності, то це означає, що стовп повітря знаходиться з коливаннями камертону в резонансі. Резонанс відбувається лише при умові, що частота звуку співпадає з власною частотою повітряного стовпа. Довжина стовпа повітря при резонансі повинна дорівнювати непарному числу чверті звукової хвилі, яка йде від камертона. Тобто при резонансі

$$\ell = \frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \ldots$$

Це пояснюється тим, що при резонансі в повітряному стовпі виникає стояча хвиля, вузол якої знаходиться біля нижчого кінця повітряного стовпа (на поверхні води), а пучність – біля відкритого кінця труби, де ми розміщуємо камертон.

Таким чином, вимірюючи висоту стовпа повітря, при якому спостерігається резонанс, можна визначити довжину звукової хвилі.

Порядок виконання роботи

1. Вдарити молоточком по ніжкам камертона і піднести його до відкритого кінця труби А, заповненої водою.
2. Опускати баластну посудину В, збільшуючи тим самим висоту повітряного стовпа.
3. По лінійці помітити ті поділки, де спостерігається максимум гучності звука (резонанс).
4. Визначити висоту ℓ_1 повітряного стовпа, при якому спостерігається перший резонанс. Дослід повторити 3-5 раз. Розрахувати довжину хвилі по формулі $\lambda = 4\ell_1$.

5. Продовжуючи опускати баластний посуд В, знайти висоти повітряного стовпа, при яких спостерігається другий і третій максимуми звучання. Розрахувати довжини хвилі по формулам

$$\lambda = \frac{4}{3}\ell_2, \qquad \lambda = \frac{4}{5}\ell_3.$$

6. Знайти середнє значення довжини хвилі по результатам спостереження резонансу при різних висотах повітряного стовпа.
7. Розрахувати швидкість звуку по формулі $v = \lambda \cdot \nu$, де ν - частота коливань, подвоєне значення якої вказане на камертоні.
8. Визначити абсолютну та відносну похибку експерименту.

Контрольні питання

1. Що таке хвиля? Які хвилі називаються поздовжніми? Які поперечними?
2. Чому процес поширення звуку в повітрі вважають адіабатичним?
3. Як залежить швидкість поширення звуку в повітрі від температури?
4. Яку хвилю називають стоячою і як вона виникає?
5. Які точки стоячої хвилі називаються вузлами, які пучностями?
6. Як визначається енергія в стоячій хвилі? Чому стояча хвиля не переносить енергію?
7. При якій довжині повітряного стовпа спостерігається максимум гучності звучання і чому?
8. Як впливає густина відбиваючого середовища на положення вузлів і пучностей у стоячій хвилі?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ВІДНОШЕННЯ ПИТОМИХ ТЕПЛОЄМНОСТЕЙ C_p/C_v ДЛЯ ПОВІТРЯ ЗА МЕТОДОМ КЛЕМАНА-ДЕЗОРМА

Мета роботи: зрозуміти газові закони та перший закон термодинаміки, ознайомитися з методами визначення відношення теплоємності газу при сталому тиску до його теплоємності при сталому об'ємі, виміряти відношення теплоємностей для повітря.

Теплоємністю тіла називають кількість тепла, яку треба надати йому чи відібрати для зміни температури тіла на один градус:

$$C = dQ/dT.$$

Розглядають питому c та молярну C_M теплоємності, які характеризують вже не тіло, а речовину, з якої складається тіло. Молярна C_v теплоємність (теплоємність одного моля):

$$C_\mu = \frac{\mu}{m}\frac{\delta Q}{dT}.$$

Питома c теплоємність (теплоємність одиниці маси):

$$c = \frac{1}{m}\frac{\delta Q}{dT}.$$

Зв'язок між молярною C_μ і питомою с теплоємностями: $C_\mu = \mu c$.

Однак, за першим законом термодинаміки, отримане тілом тепло δQ витрачається не тільки на збільшення внутрішньої енергії dU, а й на виконання тілом роботи δA:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Тому, залежно від того, здійснюється чи ні робота при нагріванні тіла, до нього треба підвести більшу чи меншу кількість тепла для однієї й тієї ж зміни його внутрішньої енергії(температури). Таким чином, теплоємність визначається не тільки властивостями речовини, але залежить також від умов нагрівання тіл та є функцією процесу.

Для твердих та рідких тіл робота, яка пропорційна зміні об'єму dV тіла при його нагріванні $\delta A = pdV$, настільки мала, що нею можна знехтувати, тому теплоємність цих тіл в різних процесах практично однакова. Це пов'язано з тим, що такі тіла мають малі значення температурного коефіцієнту розширення.

Для газів залежність величини теплоємності від виду процесу виявляється суттєвою. Якщо нагрівання газу відбувається без здійснення роботи, тобто при сталому об'ємі, то відповідна цьому процесу теплоємність має назву теплоємності при сталому об'ємі $\mathbf{C_v}$ та ,так як в даному випадку $\delta A=0$ та $\delta Q = dU$, дорівнює:

$$C_v = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_v = \left(\frac{dU}{dT}\right)_v,$$

а зміна внутрішньої енергії газу $dU = C_v dT$.

Якщо при нагріванні на dT газ здійснює роботу, то для тієї ж зміни внутрішньої енергії треба затратити тепло, більше на величину цієї роботи. З урахуванням виразів для δA та dU перший закон термодинаміки треба записати таким чином:

$$\delta Q = C_v dT + pdV.$$

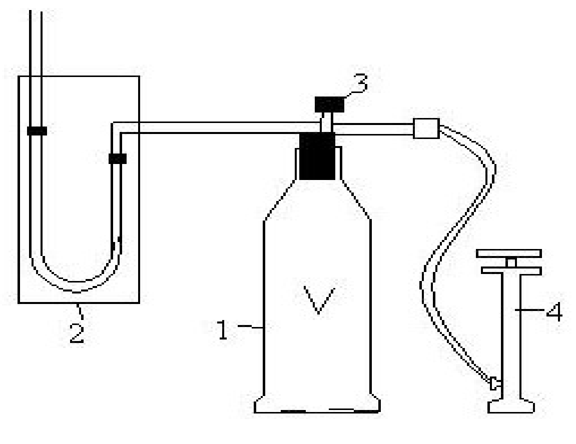

Рис. 12. Установка для визначення відношення питомих теплоємностей для повітря: 1 – балон з повітрям, 2 – водяний манометр, 3 – кран, 4 – насос.

Зокрема, при нагріванні зі здійсненням роботи тиск може залишитись сталим. Теплоємність такого процесу має назву теплоємності при сталому тиску C_p і дорівнює

$$C_p = C_v + \frac{pdV}{dT},$$

тобто більше C_V на величину $p\frac{dV}{dT}$.

Останню величину легко обчислити для ідеального газу з рівняння його стану $pV = \frac{m}{\mu}RT$. Для 1 молю $(m = \mu)$

газу при сталому тиску (p = const): $p\frac{dV}{dT} = R$, звідси отримаємо рівняння Майєра:

$$C_p = C_v + R.$$

Враховуючи, що внутрішня енергія молю ідеального газу $U = \frac{i}{2}RT$, де i – число ступенів свободи , запишемо: $C_v = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2}R$ та $C_p = C_v + R = \frac{i+2}{2}R$.

Для опису адіабатичного процесу, а також для великої кількості інших процесів, суттєве значення має відношення $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, яке іноді називають коефіцієнтом Пуассона. Очевидно, що для газів $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$. Таким чином, це відношення може бути знайдено шляхом розрахунку, якщо відомо число ступенів свободи i молекули даного газу. Для одноатомних газів i=3, звідки $\gamma = \frac{3+2}{3} = 1.67$, а для двохатомних ($N_2$,O_2) – i=5 та $\gamma = \frac{5+2}{5} = 1.4$.

Для експериментального визначення γ можна використати рівняння адіабатичного процесу $pV^{\gamma} = \text{const}$. Один з методів базується на тому, що процес розповсюдження звукових коливань в газах є майже адіабатичним, причому швидкість розповсюдження звуку в повітрі має наступний вираз: $v = \sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}}$, звідси

$$\gamma = \frac{v^2\mu}{RT}.$$

Визначивши експериментально швидкість звуку та температуру газу відомого хімічного складу (це означає, що відома молярна маса μ), можна знайти величину γ.

В методі Клемана-Дезорма (рис. 12) використовують балон, з’єднаний трубкою з водяним манометром та іншою трубкою з краном K, який з’єднує балон об’ємом V з оточуючим повітрям. Цю трубку використовують для накопичення у балоні повітря за допомогою ручного насосу та для випуску надлишку повітря. В методі газ послідовно проходить крізь три стани, які характеризуються такими параметрами (P_1 ,V_1, T_1), (P_2 ,V, T_2), (P_2 ,V, T_1).

До балону при закритому крані накачують повітря. Надмірний тиск можна визначити за допомогою відкритого манометру. Так як повітря, що стискається під поршнем насосу, нагрівається, то треба зачекати, поки внаслідок теплообміну температура його зрівняється з температурою оточуючого середовища T_1. При цьому тиск повітря P_1 в балоні визначається за усталеною різницею рівнів рідини в манометрі. Відкривши кран, ми даємо повітрю можливість виходити з балону, поки тиск у ньому не зрівняється з зовнішнім, атмосферним P_0, після чого кран K знову закриваємо. Зрозуміло, що маса газу, яка тепер заповнює об'єм V балону, займала перед відкриттям крану менший об'єм V_1, який був лише частиною повного об'єму V. Процес розширення газу можна вважати адіабатичним, так як він відбувається настільки швидко, що помітного теплообміну між газом та стінками балону не здійснюється. Тому повинне виконуватися рівняння адіабати:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_0 V^{\gamma} \qquad (1).$$

До моменту закриття крану тиск усередині та зовні об'єму зрівнялись, але газ в балоні охолонув внаслідок адіабатичного процесу. Якщо зачекати, поки газ, завдяки теплообміну, нагріється до початкової температури кімнати, то тиск у балоні підвищиться до якоїсь величини p_2, що можна відстежити за показами манометру. Порівнюючи цей останній стан маси газу, який залишився у балоні (P_2 ,V,T), з початковим, перед відкриттям крану K (P_1,V_1,T), ми побачимо, що обидва процеси спостерігаються при сталій температурі і тому в даному випадку можна використати закон Бойля-Маріотта

$$p_1 V_1 = p_2 V\,. \qquad (2)$$

З останніх двох рівнянь можна виключити об'єми, які не змінюються. Для цього треба піднести рівняння (2) до степені γ та почленно поділити на рівняння (1).

$$\frac{p_1^{\gamma} V_1^{\gamma}}{p_1 V_1^{\gamma}} = \frac{p_2^{\gamma} V^{\gamma}}{p_0 V^{\gamma}} \quad \text{або} \quad \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma} = \frac{p_1}{p_0}$$

З останнього рівняння величина γ може бути знайдена шляхом логарифмування:

$$\gamma = \frac{\ln p_1 - \ln p_0}{\ln p_1 - \ln p_2}$$

Так як практично тиски p_1, p_2, p_0 мало відрізняються між собою, то різниці логарифмів можна замінити різницями відповідних чисел: $\gamma = \dfrac{P_1 - P_{atm}}{P_1 - P_2}$

Різниця рівнів рідини у трубках манометру h показує, на скільки тиск у посудині більше атмосферного, тобто $p_1 = p_0 + \rho g h_1$, $p_2 = p_0 + \rho g h_2$. Тому робоча формула для визначення γ має вигляд:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2},$$

де h_1 – різниця між рівнями рідини в першому стані, h_2 – в останньому.

Порядок виконання роботи

1. Накачати у балон небагато повітря, дати йому набути температури оточуючого середовища, що буде видно вже по встановленій різниці рівнів h_1 рідини у манометрі. Записати цю різницю.
2. Відкрити кран, швидко випустити таку кількість повітря, щоб тиск у балоні дорівнював атмосферному (відсутність різниці рівнів) та закрити кран.
3. Спостерігаючи за манометром, зачекати, поки різниця рівнів h_2 не перестане збільшуватись. Записати цю різницю рівнів.

4. За формулою розрахувати перше значення γ.

5. Повторити операції (1)-(4) 5 разів та отримати 5 значень γ.

6. Результат попередньої різниці рівнів h, яка визначає значення γ, розрахованих < γ > та Δγ, записати у таблицю.

n	h_1	h_2	$h_1 - h_2$	γ_i	$\Delta\gamma_i$
1					
2					
3					
4					
5					
$\langle\gamma\rangle = \frac{\sum \gamma_i}{5}$ $\Delta\gamma =$					

Надійний інтервал розраховується за формулою: $\Delta\gamma = t_{\alpha}^{n}\sqrt{\frac{\sum(\Delta\gamma_i)^2}{n(n-1)}}$,де t_{α}^{n}– коефіцієнт Стьюдента для n вимірювань.

7.Порівняйте отриманий результат <γ> з табличним γ_{tab} та порівняйте цю різницю з розрахованою похибкою Δγ.

Контрольні питання

1. Що таке теплоємність? В яких одиницях вимірюються питома та молярна теплоємності?

2. Що характеризує та від чого залежить теплоємність тіла? Чим відрізняються питома та молярна теплоємності?

3. Чому відношення $\frac{C_p}{C_v}$ не може бути менше одиниці? Як відрізняються C_p та C_v для газів, твердих та рідких тіл?

4. Що розуміють під числом ступенів свободи? Чому число ступенів свободи молекул інертних газів дорівнює 3? Яке число ступенів свободи у молекули води?

5. Як визначається адіабатичний процес? Чому процес розповсюдження звукових коливань у газах майже адіабатичний?

6. Які процеси відбуваються у балоні в даній роботі? Які закони характеризують ці процеси? Виведіть розрахункову формулу для відношення $\frac{C_p}{C_v}$.

7. Як та чому змінюється тиск повітря в балоні в усіх фазах експерименту? Як при цьому змінюється температура?

8. Яка маса повітря проходить крізь усі стани, які розглядаються в даній роботі?

9. Чому необхідно приймати застережні заходи, щоб у балон не попала вода чи рідина з манометру?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7.
ВИЗНАЧЕННЯ ПИТОМОЇ ТЕПЛОТИ ПАРОУТВОРЕННЯ БЕНЗОЛУ

Мета роботи – експериментально вивчити залежність тиску насичених парів бензолу від температури, а також визначити питому теплоту випаровування бензолу.

Для опису стану речовини і фазових переходів, що відбуваються в ній, зручно користуватися фазовими діаграми (діаграмою стану). Криві на рис.13 розділяють однорідні стани речовини, які відрізняються своїми фізичними властивостями: газоподібний (г), рідкий (р), твердий (т). Ці стани називають **фазами**. Для води, наприклад, це пар, вода і лід. Перехід речовини з однієї фази в іншу називається **фазовим переходом**. Фазові переходи бувають І і ІІ родів. Під час фазових переходів **І роду** поглинається або виділяється певна кількість теплоти. Температура і тиск при цьому є сталими. До фазових переходів першого роду належать: правління, випаровування, сублімація, тощо.

Криві на фазовій діаграмі відповідають рівновазі між двома фазами. Так крива ОК відповідає рівновазі між рідкою і газоподібною фазами і називається кривою випаровування. В точці перетину всіх трьох кривих (т. О) при строго визначених значеннях тиску і температури в рівновазі знаходяться одночасно всі три фази. Ця точка називається потрійною точкою .

Крива випаровування закінчується точкою К – критичним станом речовини, в якому зникає відмінність між фізичними властивостями рідкої і газоподібної фаз.

Фазові переходи І роду описуються рівнянням Клаузіуса-Клапейрона. Доведемо його.

Якщо здійснюється рівноважний фазовий перехід, то зміна ентропії є $dS = \frac{\delta Q}{T}$, де δQ – теплота, підведена до системи за час процесу при температурі переходу T. Згідно першому закону термодинаміки теплота dQ, що підводиться до системи, йде на збільшення внутрішньої енергії системи dU і на роботу розширення pdV, тобто

$$\delta Q = dU + pdV \quad \text{або} \quad TdS = dU + pdV .$$

Виражаючи приріст ентропії внутрішньої енергії в об’ємі як різницю відповідних величин в цих станах, останній вираз можна записати у вигляді:

$$T(S_1 - S_2) = U_1 - U_2 + p(V_1 - V_2) \text{ або } U_1 + pV_2 - TS_1 = U_2 + pV_2 - TS_2 .$$

Остання рівність означає, що функція Ф = U – pV – TS при фазовому переході не змінюється.

$$\Phi_1(p,T) = \Phi_2(p,T) . \tag{1}$$

Функція Ф називається термодинамічним потенціалом, диференціал якого описується формулою:

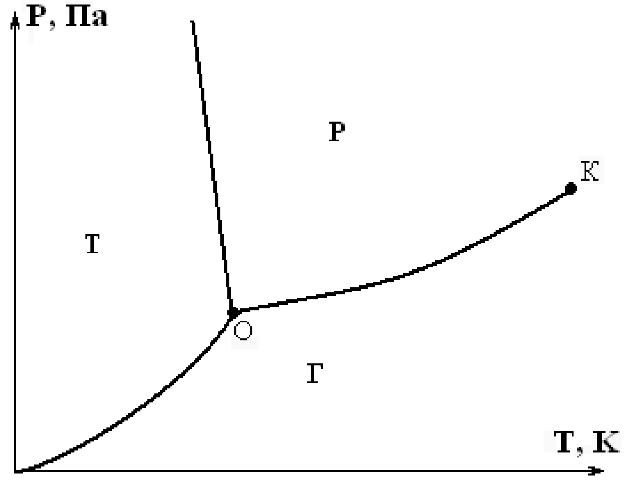

Рис. 13. Фазова діаграма

$$d\Phi = -SdT + Vdp. \tag{2}$$

При зміні в системі тиску p і температури T на малу величину dp і dT маємо інший рівноважний стан:

$$\left(\frac{d\Phi_1}{dT}\right)_p dT + \left(\frac{d\Phi_1}{dp}\right)_T dp = \left(\frac{d\Phi_2}{dT}\right)_p dT + \left(\frac{d\Phi_2}{dp}\right)_T dp.$$

З (2) випливає, що $\left(\frac{d\Phi}{dT}\right)_p = -S$; $\left(\frac{d\Phi}{dp}\right)_T = -V$.

Підставляючи ці значення похідних в попереднє рівняння, отримаємо

$$-S_1dT + V_1dp = -S_2dT + V_2dp \text{ або } (V_2 - V_1)dp = (S_2 - S_1)dT.$$

З останнього рівняння отримаємо залежність тиску від температури для рівноваги двох фаз чистої речовини:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{dS}{V_2 - V_1} = \frac{\delta Q}{T(V_2 - V_1)}.$$

Зважаючи на те, що при $p = \text{const}$ кількість теплоти дорівнює зміні ентальпії $\delta Q = dH = L$, останнє рівняння запишемо у вигляді

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(v_2 - v_1)}, \tag{3}$$

де L – питома теплота переходу з однієї фази в іншу; v_1, v_2 – питомі об’єми цих фаз (об’єми одиниці маси). Рівняння (3) носить назву рівняння Клаузіуса-Клапейрона.

Для випадку випаровування (3) запишемо у вигляді

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{T(v_2 - v_1)},$$

де r – питома теплота пароутворення рідини при температурі переходу T; v_1, v_2 – питомі об’єми пару та рідини.

При температурах, значно нижчих за критичну, питомий об’єм рідини значно менше питомого об’єму пару $(v_р << v_г)$ і ним можна знехтувати. Крім того, густина насиченого пару дуже мала і для нього можна використати рівняння стану ідеального газу

$$pv_г = \frac{RT}{\mu},$$

де p – тиск насиченого пару, μ – молярна маса пару. Звідки $v_г = \frac{RT}{\mu p}$. Підставляючи значення $v_г$ в рівняння Клапейрона-Клаузіуса, отримаємо

$$\frac{dp}{p} = \frac{r\mu}{R}\frac{dT}{T^2}.$$

Якщо прийняти, що теплота випаровування r не залежить від температури, то, інтегруючи останню рівність, отримаємо $\ln p = \frac{r \cdot \mu}{RT} + \text{const}$.

На практиці теплота пароутворення r – це функція від температури, однак, використовуючи рівняння до вузького інтервалу температур, можна дослідити середнє значення теплоти пароутворення.

Останнє рівняння показує, що в неширокому інтервалі температур залежність $\ln p$ від 1/T на кривій випаровування лінійна. Тангенс кута нахилу графіка цієї

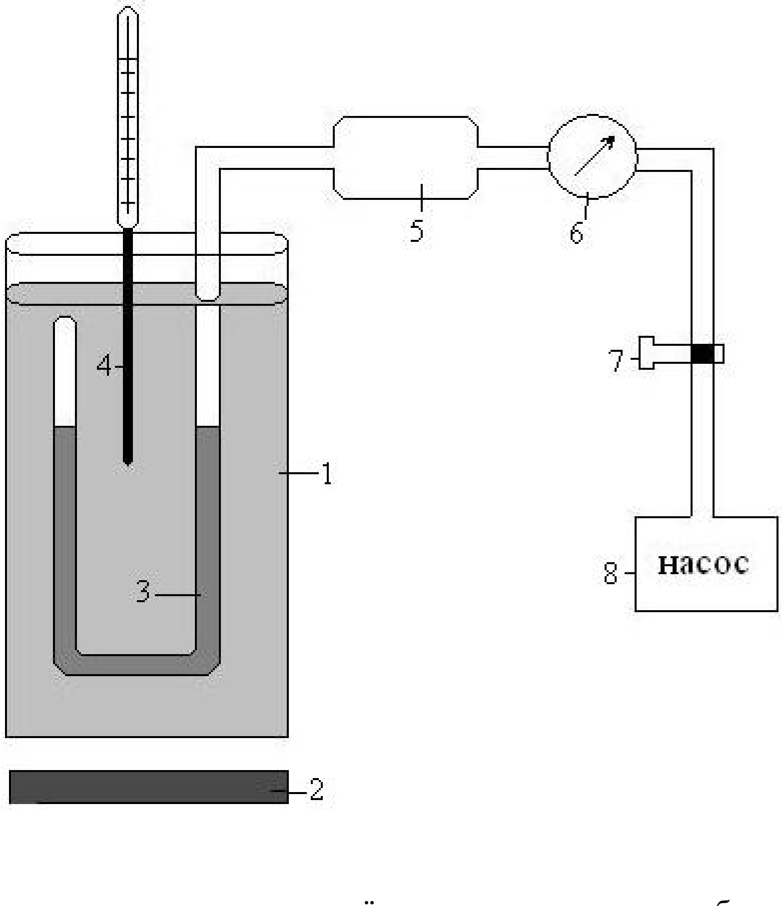

Рис. 14. Установка для визначення питомої теплоти пароутворення бензолу: 1 – стакан з водою, 2 – електроплитка, 3 – U-подібна трубка з ртуттю, 4 – термометр, 5 – буферна посудина, 6 – манометр, 7 – кран, 8 – насос.

лінії до осі 1/Т буде виражений як $tg\alpha = \frac{r\mu}{R}$. Таким чином, для визначення середнього значення питомої теплоти випаровування треба по експериментальним значенням р і Т побудувати графік залежності $\ln p = f(1/T)$ і з нього визначити тангенс кута α нахилу одержаної прямої до осі 1/Т, а потім розрахувати середнє значення питомої теплоти випаровування для досліджуваного інтервалу температур: $r = \frac{R}{\mu} tg\alpha$.

Для отримання залежності р від Т і визначення питомої теплоти випаровування в даній роботі використовується наступна установка (рис.14). В U-подібну трубку залита ртуть, над якою в запаяному кінці знаходиться крапля бензолу, а над нею – насичена пара. Другий кінець U-подібної трубки через буферну посудину, манометр, кран, сполучений з насосом, що дозволяє створювати в системі необхідне розрідження. Трубка поміщається в стакан з водою, що підігрівається електроплиткою. Температуру води, а отже і бензолу, вимірюють за допомогою термометра. Тиск насиченої пари бензолу вимірюється манометром, коли рівні ртуті в колінах U-подібної трубки врівноважуються. Вимірюючи тиск при різних температурах, одержують шукану залежність.

Порядок виконання роботи

1. Повернути кран в таке положення, щоб насос був сполучений з U-подібною трубкою. При кімнатній температурі створити в системі розрідження. Відкачування вести до тих пір, поки не врівноважаться рівні ртуті в обох колінах U-подібної трубки. Манометром зміряти тиск насиченої пари бензолу при кімнатній температурі.

Примітка. Для визначення тиску насиченої пари бензолу при кімнатній і інших температурах необхідно від 10^5 Па (1 атм) відняти свідчення манометра.

2. За допомогою крана з’єднати систему з повітрям і включити нагрівач. Досягши заданої температури, відкачуючи повітря, визначити тиск, при якому рівні в обох колінах зрівняються для даної температури.
3. Ввімкнути електроплитку і виміри провести при нагріванні через кожні 5°С до температури 50°С. Дані р і Т занести в таблицю.
4. За даними вимірювань побудувати два графіки: а) залежність р від Т; б) залежність $\ln p$ від 1/Т. По графіку “б” знайти $tg\alpha$ і розрахувати питому теплоту випаровування бензолу.

Контрольні питання

1. Що являє собою фазовий перехід? Наведіть приклади фазових переходів I роду.
2. Що таке діаграма станів?
3. Охарактеризуйте потрійну точку і критичну точку.
4. Яким рівнянням описуються криві на діаграмі станів?
5. Що називають термодинамічним потенціалом?

6. Що таке теплота фазового переходу і від чого вона залежить?
7. Як з рівняння Клаузіуса-Клапейрона визначити питому теплоту пароутворення?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8.
ВИЗНАЧЕННЯ СТАЛОЇ БОЛЬЦМАНА І ЧИСЛА ЛОШМІДТА ЗА ДОПОМОГОЮ ЕЛЕКТРОЛІЗУ

Виходячи з молекулярно-кінетичного тлумачення поняття температури (міра середньої кінетичної енергії молекул), її слід вимірювати в одиницях енергії. Проте це дуже незручно на практиці (необхідність оперувати досить малими числами: температурі в 1 К відповідає енергія $1.38\cdot10^{-23}$Дж, сама процедура вимірювання при цьому значно ускладнюється). Множник k, який виражає співвідношення між одиницями енергії (джоулем) та температурою (кельвіном), називають **сталою Больцмана**. Її числове значення встановлюють експериментально різними методами, наприклад, використавши явище електролізу.

Електролітами в широкому значенні слова називають речовини, що хімічно розкладаються на складові частини, коли по ним проходить електричний струм. До них належать тверді розчини, іонні кристали і, як основні, розчини неорганічних кислот, солей і основ в воді та інших розчинниках. Розпад електроліту на його складові частини під дією електричного струму називається **електролізом**. Продукти розкладу виділяються на електродах (первинні реакції), тобто струмопровідних тілах належної геометричної форми, що занурені в електроліт і під'єднані до полюсів джерела постійного струму. Ці продукти, як правило, вступають в хімічні реакції з електродами або розчинником (вторинні реакції).

Заряди в електролітах переносяться іонами. Згідно теорії електролітичної дисоціації, кожна молекула солей, лугів і кислот складається з двох іонів з протилежними по знаку і рівними по величині зарядами. В розчині зв'язки між іонами слабшають і молекула розпадається (**електролітична дисоціація)**. Зіштовхуючись, іони знов можуть об'єднуватися в нейтральні молекули (**рекомбінація**).Звичайно процеси дисоціації і рекомбінації протікають одночасно, в розчині встановлюється рухома рівновага і число іонів в одиниці об'єму електроліту буде залишатися сталим.

Еклектичне поле викликає направлений рух іонів в електроліті, тобто електричний струм. Іони з від'ємним знаком (аніони) рухаються до аноду (додатнього електроду), а з додатнім знаком (катіони) – до катоду (від'ємного електроду). Досягнувши анода, аніони віддають йому надлишкові електрони, які передаються в зовнішнє коло і рухаються до катоду. Катіони на катоді здобувають недостатні їм заряди. В результаті цих процесів аніони і катіони стають нейтральними молекулами (атомами).

Вивчаючи явище електролізу, англійський фізик М.Фарадей встановив два основні закони електролізу.

1. **Перший закон Фарадея**. Маса речовини m, що виділилася при електролізі на будь-якому електроді, прямо пропорційна кількості заряду q, що пройшов через електроліт:

$$m = Kq,$$

де K – електрохімічний еквівалент речовини.

2. **Другий закон Фарадея.** Електрохімічні еквіваленти пропорційні атомним вагам A і обернено пропорційні їх валентностям Z:

$$K = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z},$$

де $F = N_A \cdot e = 9.65 \cdot 10^4$ Кл / моль, N_A – число Авогадро, e – заряд електрона.

В даній роботі електролітом є 15 % водний розчин сірчаної кислоти H_2SO_4, який заливається в прилад, що одержав назву вольтелектрометра або вольтметра (рис. 15). Розглянемо основні процеси, що протікають в електроліті при проходженні струму. Молекули води володіють електричним дипольним моментом, якому молекули H_2SO_4 надають орієнтуючу дію. Створюване орієнтованими дипольними моментами молекул води електричне поле виявляється таким великим, що молекули H_2SO_4 розпадаються на іони:

$$H_2SO_4 \Leftrightarrow 2H^+ + SO_4^{2-}$$

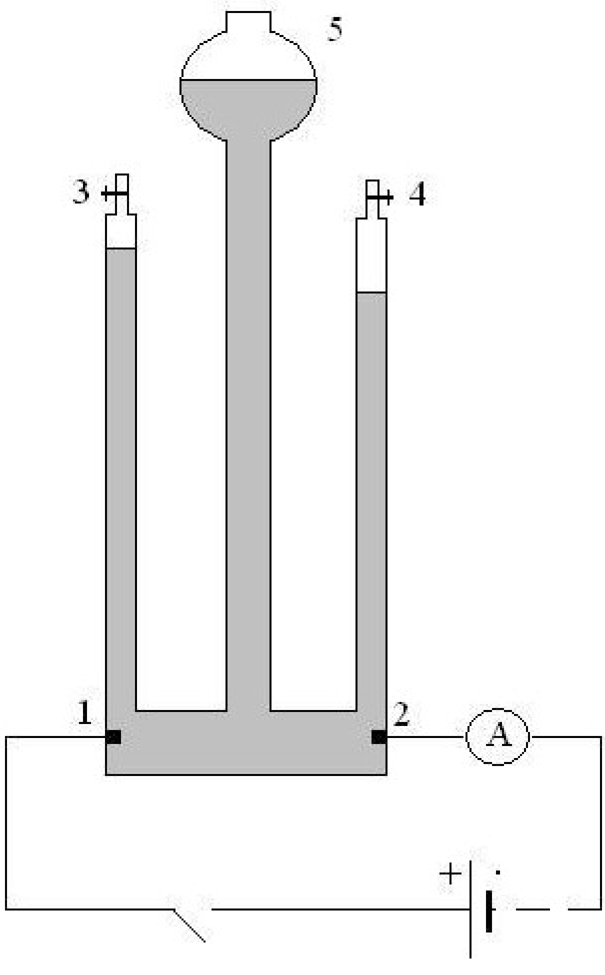

Рис. 15. Установка для визначення сталої Больцмана та числа Лошмідта: 1 – анод, 2 – катод, 3 – кран для випускання кисню, 4 – кран для випускання водню, 5 – середнє коліно

При включенні електричного поля між двома електродами, позитивні іони H^+ починають дрейфувати до електроду з меншим потенціалом, тобто до катода, а іони SO_4^{2-} у зворотній бік, тобто до анода, на яких будуть відбуватися хімічні перетворення:

на катоді: $2H^+ + 2e \rightarrow H_2$,

на аноді: $SO_4^{2-} - 2e \rightarrow SO_4$.

У першому випадку іони H+ захоплюють електрони на катоді, перетворюються в нейтральні атоми, а потім в молекулярний водень H_2, що виділяється поблизу катода у вигляді газових міхурів. У другому – іони SO_4^{2-} віддають електрони аноду і перетворюються в хімічно активні радикали SO_4. Вони вступають в хімічну реакцію або з розчинником, або з речовиною аноду. Якщо електроди зроблені з платини або нікелю, то молекули SO_4 реагують тільки з розчинником, тобто з водою. При цьому виділяється кисень:

$$2SO_4 + 2H_2O \to 2H_2SO_4 + O_2.$$

Молекули H_2SO_4, що утворюються в такій реакції, поступають в розчин, а молекулярний кисень виділяється у вигляді газових міхурів на аноді. Таким чином, кінцевий результат електролізу зводиться до розкладу води на кисень і водень.

Вольтметр є U– подібною посудиною, в кожне коліно якої впаяний електрод. Вгорі кожна трубка для випуску газів забезпечена краном. Об’єм газу, що виділився, визначається за допомогою міток, нанесених на трубки. Наповнення приладу електролітом відбувається через особливу трубку, яка в нижній частині з'єднується з U–подібною посудиною, а у верхній частині має розширення. На підставці приладу є дві клеми, сполучені з електродами приладу і службовці для підключення його в ланцюг. При проходженні струму в катодному коліні виділяється водень, стан якого описується рівнянням Менделєєва–Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT$$

де p – тиск, Па; V – об’єм, $м^3$; m – маса газу, кг; μ – молярна маса, кг/моль; R – універсальна газова стала, Дж/(моль·К); T – температура, К.

Враховуючи, що $m = N \cdot m_0$ і $\mu = N_A \cdot m_0$ (де m_0 – маса однієї молекули повітря, N – кількість молекул) одержимо

$$pV = \frac{N}{N_A}RT = NkT, \qquad (1)$$

де k – стала Больцмана і $R = k \cdot N_A$.

Рівняння (1) дозволяє визначити сталу Больцмана згідно формули:

$$k = \frac{pV}{NT}.$$

Число молекул водню H_2, що виділилися в катодному коліні, можна знайти по заряду Q, перенесеному іонами H+ за час протікання струму

$$Q = e \cdot N'$$

де N' – число атомів водню, що утворилися на катоді за час t, e – заряд електрона. Атоми H швидко рекомбінують, утворюючи молекули H_2, число яких в об'ємі V буде рівне $N = N'/2$.

У експериментах вимірюється сила струму I і час t, протягом якого виділяється водень, що займає об’єм V. Легко зрозуміти, що

$$N = \frac{I \cdot t}{2 \cdot e}.$$

Використовуючи останній вираз, сталу Больцмана можна обчислити як:

$$k = 2\frac{p \cdot V \cdot e}{I \cdot t \cdot T}.$$

Необхідний для розрахунків тиск водню в катодному коліні U – подібної трубки p рівний сумі атмосферного тиску $p_{атм}$ та тиску стовпа рідини, що піднялася в середньому коліні і мінус парціальний тиск насиченої пари води над розчином сірчаної кислоти:

$$p = p_{атм} + \rho gh - p_{нас}.$$

де ρ – густина розчину, $p_{нас}$ – тиск насиченої пари води при температурі електроліту над розчином електроліту, h – висота рідини в середній коліні по відношенню до висоти в катодному коліні.

Згідно **закону Рауля** відносне зменшення тиску насичених парів розчинника (в нашому випадку води) над поверхнею розчину нелетучої речовини (сірчаної кислоти) дорівнює відношенню числа молей розчиненої речовини ν' до числа молів розчинника ν:

$$\frac{p_{нас0} - p_{нас}}{p_{нас0}} = \frac{\nu'}{\nu},$$

де $p_{нас}$ і $p_{нас0}$ – тиск насичених парів води над поверхнею розчина і чистого розчинника, відповідно. В роботі використовувався водяний розчин з масовою концентрацією сірчаної кислоти 15%.Тоді легко отримати, що

$$p_{нас} = 0.968 \cdot p_{нас0}.$$

Число Лошмідта n_L (концентрація атомів за нормальних умов (T_0 = 273 К; p_0 = 101.3кПа)) за означенням обчислюється як:

$$n_L = \frac{N}{V_0},$$

де V_0 – об'єм, який займав би водень в катодному коліні при $p = p_0$ і $T = T_0$.

Величину V_0 знаходять, використавши об'єднаний газовий закон, згідно рівняння

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

І в результаті одержимо $n_L = \dfrac{NTp_0}{pVT_0}$.

Порядок проведення досліду

1.Зібрати електричне коло. Включити джерело напруги і встановити електричний струм I = 0.25 – 0.3 А. Підтримувати його протягом всього досліду постійним.

2.Одночасно з включенням струму ввімкнути секундомір. Коли в катодному коліні виділиться 5 – 6 см^3 газу, вимкнути струм і зупинити секундомір. Потім почекати поки всі кульки газу вийдуть з розчину, після цього можна зробити відлік по нижньому краю меніска.

3. Провести вимірювання висоти h рідини в середній коліні по відношенню до висоти в катодному коліні.

4. Дослід повторити 5 разів. Після кожного вимірювання газ з вольтелектрометра необхідно акуратно випустити в атмосферу.

Примітка. Вимірювання об'єму водню, що виділився, і висоти h проводяться в 5 дослідах, при цьому час протікання струму необхідно чітко витримувати.

5. Використовуючи приведені формули визначити сталу Больцмана і число Лошмідта.

Контрольні питання

1. Що таке електроліз? Як він відбувається?
2. Чому на електродах при електролізі розчину сірчаної кислоти виділяються кисень і водень?
3. Чому для знаходження сталої Больцмана спостерігають за виділення водню, а не кисню?
4. Де застосовується електроліз?
5. Який фізичний зміст має стала Больцмана?
6. Що таке число Лошмідта? Число Авогадро?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 9. ВИЗНАЧЕННЯ АБСОЛЮТНОЇ ТА ВІДНОСНОЇ ВОЛОГОСТІ ПОВІТРЯ ПСИХРОМЕТРОМ АВГУСТА

Мета роботи: визначити відносну та абсолютну вологість за допомогою психрометра Августа.

Атмосферне повітря містить деяку кількість водяних парів. Кількість цих парів може змінюватись як по абсолютній величині, так і по ступеню насиченості, що характеризується абсолютною та відносною вологістю.

Абсолютною вологістю повітря називають масу водяної пари в грамах, що міститься в 1 м^3 повітря, тобто її парціальній густині. Частіше абсолютну вологість вимірюють парціальним тиском водяної пари р, що знаходиться в повітрі при даній температурі і визначається вона в мм.рт.ст. або в Па. Це можливо, коли температури невисокі і пара далека від стану насичення, і тому можна застосовувати рівняння Менделеєва-Клапейрона.

Під **відносною вологістю** розуміють відношення абсолютної вологості до парціального тиску водяної пари $p_н$, яка насичує простір при тій же самій температурі і визначають у відсотках

$$\varphi = \frac{p}{p_н} \cdot 100\% . \qquad (1)$$

Частіше за все водяна пара знаходиться в повітрі в ненасиченому стані. Внаслідок зменшення температури навіть кількість водяної пари може стати насиченою і тоді утворюється туман або роса. Температура, при якій наявна в повітрі водяна пара стає насиченою, тобто починає конденсуватися, називається **точкою роси**.

Швидкість випаровування залежить від того, як близько водяна пара знаходиться від стану насичення. Якщо φ = 100%, то це означає, що пар в повітрі насичений і випаровування не відбувається. Чим менше відносна вологість, тим далі водяна пара від стану насичення і тим інтенсивніше випаровування. Тиск $p_н$ насиченої водяної пари при заданій температурі – величина таблична.

Найбільш поширеним методом для визначення вологості повітря являється психрометричний метод з використанням приладу – психрометра Августа. Цей прилад складається з двох термометрів: сухого та змоченого водою (балончик цього термометра обернений мокрим батистом). Показники термометрів будуть різними. Внаслідок випаровування води з батисту “мокрий ” термометр буде показувати температуру більш низьку, ніж “сухий ”. Чим менше вологість навколишнього повітря, тим інтенсивнішим буде процес випаровування і тим нижчі показання “мокрого” термометра. Виміри по двом термометрам дадуть різницю температур, яка і буде характеризувати вологість повітря.

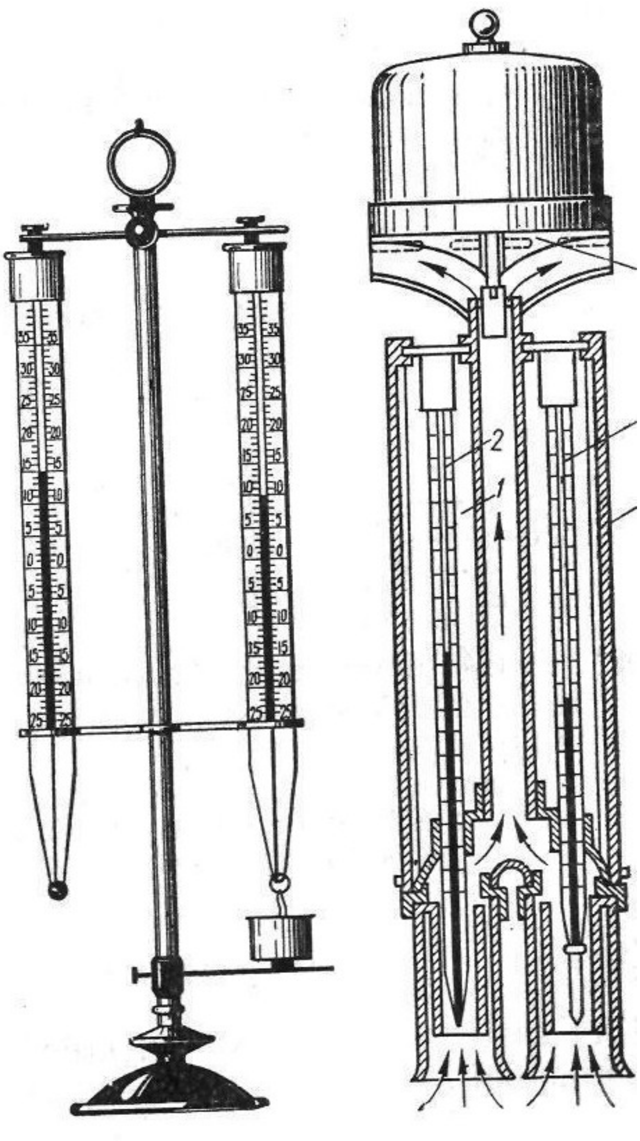

Рис. 16. Психрометр Августа

Показання мокрого термометра в психрометрі відрізняються (в бік завищення) від справжньої температури мокрого термометра, бо кульці мокрого термометра передається певна кількість теплоти за рахунок випромінювання навколишніх тіл і деяка кількість тепла надходить через виступаючий стовпчик ртуті термометра, що має температуру навколишнього повітря. Щоб зменшити цей вплив, захищають кульку екранами, обгорнути батистом виступаючий стовпчик ртуті, підвищити швидкість руху повітря і цим збільшити швидкість випаровування. Як показують спеціальні дослідження, при швидкості повітря 1.5 – 2 м/с і температурі мокрого термометра більше 20°С помилка сягає близько 1% від різниці показань термометрів і нею можна знехтувати.

Нехай температура “мокрого” термометра t_1, а “сухого”, що вимірює температуру повітря, t. Зниження температури “мокрого” термометра буде відбуватися до тих пір, поки не наступить теплова рівновага, при якій притік тепла до балончика “мокрого” термометра зовні дорівнюватиме витратам тепла на випаровування.

Для невеликих різниць температур кількість тепла Q_1, що отримав балончик “мокрого” термометра за одиницю часу, по закону Ньютона пропорційна його поверхні S та різниці температур між ним і “сухим” термометром

$$Q_1 = \alpha\, S\, (t - t_1),$$

де α - коефіцієнт тепловіддачі.

Швидкість випаровування по закону Дальтона визначається

$$V = \frac{dm}{dt} = \frac{cS(p_н - p)}{p_0},$$

де m – маса води, що випаровується, p_0 – атмосферний тиск, $p_н$ – пружність насиченої пари при температурі рідини, що випаровується (тобто при T_1), p – пружність водяної пари, що знаходиться в повітрі, c – коефіцієнт пропорційності, який залежить від швидкості потоку повітря.

Кількість тепла, що йде на випаровування Q_2 за одиницю часу, дорівнює $Q_2 = VL$, де L – питома теплота випаровування води. Падіння температури "мокрого" термометра закінчиться, коли буде виконуватись умова $Q_1 = Q_2$, або

$$\alpha S(t - t_1) = \frac{cSL}{p_0}(p_н - p).$$

Звідки

$$p = p_н - Ap_0(t - t_1).$$

Величина $A = \dfrac{\alpha}{cL}$ називається сталою психрометра.

Стала психрометра A в основному залежить від швидкості руху повітря, яка визначає коефіцієнти теплообміну і випаровування. Експериментальними дослідженнями К.О. Зворикіна встановлено таку формулу для цього коефіцієнту:

$$A \cdot 10^6 = 593.1 + \frac{135.1}{\sqrt{v}} + \frac{48}{v},$$

де v – швидкість руху повітря біля психрометра, м/с. Стала A дуже залежить від швидкості руху повітря в області малих значень швидкості, при великих – змінюється мало. Тому, змушуючи вентилятором вимушено рухатися повітря зі швидкістю 3-5 м/с, стала психрометра змінюється мало і дорівнює $A \approx 0.0007$.

Тому кінцева формула для визначення абсолютної вологості має вигляд

$$p = p_н - 0.0007 p_0 (t - t_1). \tag{2}$$

Формула вірна в тому випадку, коли біля приладу утворюється рівномірний рух повітря.

Порядок виконання роботи

1. Змочити батист, яким покрито балончик “мокрого” термометра, дистильованою водою за допомогою резинової груші або піпетки. Треба уважно слідкувати за тим, щоб вода не потрапила на другий термометр, або на внутрішню поверхню трубки, в якому знаходиться термометр.
2. Ключем заводять вентилятор (5-6 обертів ключа), приводячи тим самим в рух повітря, і слідкують за температурою “мокрого” термометра.
3. Коли температура “мокрого” термометра перестане понижуватися і буде мати постійне значення (через 4-5 хв.), записують показання t_1 и t; вентилятор при цьому повинен працювати повним ходом.
4. Вимірюють барометром атмосферний тиск p_0.
5. По таблицям знаходять пружність насичених парів води $p_н$ при температурі “мокрого” термометра t_1.
6. По формулі (2) знаходять абсолютну вологість повітря p.
7. По формулі (1) знаходять відносну вологість повітря. Тиск насичених водяних парів $p_н$ знаходять по таблицям при температурі “сухого” термометра.
8. Знайти відносну вологість також за допомогою номограм. Порівняти з розрахованою по формулі (1). Відносна вологість по номограмі визначається як точка перетину вертикальних прямих (температура “сухого” термометра) та похилих прямих (температура “мокрого” термометра).

Контрольні питання

1. Що таке абсолютна і відносна вологість? Як вони визначаються?
2. Що таке насичена пара? Ненасичена?
3. Чому вранці спостерігається випадання роси чи поява туману? Чому вона згодом зникає?
4. Від чого залежить швидкість охолодження?
5. Чому температура вологого термометра менша за температуру сухого?
6. Для чого термометри поміщені в нікельовані металеві трубки?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Загальна фізика: лабораторний практикум: Навч посібник./ *В.М. Барановський, П.В. Бережний, І.Т. Горбачук, В.П. Дущенко, М.І. Шут*/ – К.: Вища шк., 1992.–509 с.
2. Физический практикум. Механика и молекулярная физика / под ред. *В.И. Ивероновой* – М.: Изд-во «Наука», 1967. – 354 с.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики: учебное пособие для студ. втузов: ВЗТ – 3-е изд., исправл. – М.: Наука Т1: Механика; Молекулярная физика, 1987 – 432с.
4. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.І. Механика. – М.: Наука, 1989. – 576с.
5. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.ІІ. Термодинамика и молекулярная физика. – М.: Наука, 1990. – 592с.
6. *Матвеев А.Н.* Механика и теорія относительности. М.: Мир и Образование.– 3-е изд.. – 2003. – 432 с.
7. *Матвеев А.Н.* Молекулярная физика. М.: Высшая школа. – 1981. – 400 с.
8. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учеб. пособие для вузов – 11-е изд., стер. – М.: Академия, 2006. – 560 с.
9. Стрелков С.В. Механика. – М.: Наука, 1975. – 560 с.
10. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. – М.: Наука, 1976. – 480 с.
11. *Дефлаф А.А., Яворский Б.М.* Справочник по физике / Для инженеров и студентов вузов / М., Издательство “Наука”, издание третье, 1965.
12. Курс загальної фізики. Підруч. для студ. ВНЗ Т.1 Механіка / за заг. ред. В.А. Сминтини. ОНУ імені І.І. Мечникова, Одес. нац. мор. акад. – О. Астропринт, 2011. – 471 с.
13. Курс загальної фізики. Підруч. для студ. ВНЗ Т.2 Молекулярна фізика / за заг. ред. В.А. Сминтини. ОНУ імені І.І. Мечникова, Одес. нац. мор. акад. – О. Астропринт, 2011. – 343 с.