

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І.І. МЕЧНИКОВА  
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ЕКОНОМІКИ І МЕХАНІКИ

*О.Б. Васильєв*

## **математичні моделі і методи оцінки фінансових інвестицій**

Методичні вказівки та завдання  
до самостійної роботи з спецкурсу  
«Математичні методи в інвестуванні  
та аналізі фінансових ризиків»  
для здобувачів ступеня вищої освіти «магістр»  
спеціальності 113 Прикладна математика

ОДЕСА  
ОНУ  
2017

УДК  
519.853(075.8)  
ББК 22.183.42я81  
Е912

Рекомендовано до видання Вченою Радою  
ІМЕМ ОНУ імені І.І. Мечникова  
*Протокол №5 від 19.04.2017*

***Рецензенты:***

***В.В. Вербіцький***, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри обчислювальної математики Одеського національного університету імені І.І. Мечникова

***Є.М. Страхов***, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри оптимального керування і економічної кібернетики Одеського національного університету імені І.І. Мечникова

© О.Б. Васильєв, 2017  
© Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, 2017

## Зміст

|  |    |
|--|----|
| Вступ. Загальні відомості про цінні папери.....  | 4  |
| Розділ 1. Облігації.....   | 4  |
| 1.1. Показники дохідності облігацій.....   | 5  |
| 1.2. Методика визначення показників дохідності для різних видів облігацій.....         | 6  |
| 1.3. Характеристики термінів надходження платежів та вимірювання ризику облігацій..... | 10 |
| 1.4. Середній термін дисконтованих платежів (дюрація Маколея).....                     | 11 |
| 1.5. Модифікована дюрація.....   | 12 |
| 1.6. Опуклість облігації.....  | 13 |
| Завдання до самостійної роботи.....  | 13 |
| Розділ 2. Акції.....   | 14 |
| 2.1. Прості та привілейовані акції.....  | 15 |
| 2.2. Інформація про акції для потенційних інвесторів.....                              | 18 |
| 2.3. Оцінка вартості простих (звичайних) акцій підприємства.....                       | 19 |
| Завдання до самостійної роботи.....  | 21 |
| Розділ 3. Математична модель управління інвестиційним портфелем.....                   | 22 |
| 3.1. Інвестиційний процес.....   | 22 |
| 3.2. Формування інвестиційної стратегії організації.....                               | 22 |
| 3.3. Ризик інвестиційного портфеля і методи управління портфелем.....                  | 23 |
| 3.4. Ефективні портфелі. Задача Г. Марковиця.....                                      | 25 |
| Завдання до самостійної роботи.....  | 27 |
| Список літератури.....   | 27 |

## Вступ. Загальні відомості про цінні папери

Основною складовою фінансового механізму є фінансові інструменти, тобто будь-які форми коротко- і довгострокового інвестування, торгівля якими здійснюється на фінансових ринках.

Серед фінансових інструментів в першу чергу виділяють цінні папери. Цінні папери (ЦП) - грошові документи, які підтверджують право володіння частиною капіталу або відносини позики, кредиту. Вони визначають взаємовідносини між організацією, яка їх випустила (емітувала) і їх власниками, передбачають, як правило, виплату доходу у вигляді дивідендів або відсотків, а також можливість передачі іншим особам грошових чи інших прав на ці документи.

Відповідно до закону України на її території можуть обертатися такі цінні папери: акції акціонерного товариства (АТ), облігації, державні боргові зобов'язання і похідні ЦП (ЦП, які підтверджують право їх власника на купівлю-продаж зазначених вище ЦП (наприклад, опціон)).

## РОЗДІЛ 1. ОБЛІГАЦІЇ

Облігації - ЦП, які свідчать про внесення її власником грошових коштів і підтверджують зобов'язання виплатити йому номінальну вартість цього цінного паперу в призначений в ньому термін з виплатою фіксованого відсотка. Випускають облігації внутрішніх державних і муніципальних позик, облігації підприємств (корпоративні). Облігація є найбільш поширеною формою боргових зобов'язань.

Державні і муніципальні облігації гарантуються владою і забезпечуються відповідним майном. Вважається, що державні облігації - безризикові ЦП.

АТ можуть випускати облігації на суму, яка не перевищує 25% від величини їх статутного фонду. Власник облігацій АТ не має права брати участь в управлінні цим АТ.

Облігація забезпечує її власнику певний дохід. Найчастіше він регулярно отримує проценти по купону, а в кінці терміну - викупну ціну облігації.

Дохід від облігацій зазвичай нижче, ніж у інших видів ЦП, в той же час він більш надійний, тобто менш ризикований. У облігації інвестують свої вільні резерви пенсійні фонди, страхові компанії, інвестиційні фонди і т.д.

Основні параметри облігацій:

- номінальна вартість (face value);
- викупна ціна (redemption value);
- дата погашення (date of maturity);
- ставка прибутковості або купонна процентна ставка (coupon rate);
- дати виплати процентів.

У світовій практиці використовуються кілька способів виплати доходів за облігаціями. В тому числі:

1. Встановлення фіксованого відсоткового платежу.
2. Застосування ступінчастої процентної ставки.
3. Використання плаваючої ставки процентного доходу.
4. Індесування номінальної вартості облігацій.
5. Реалізація облігації зі знижкою (дисконтом) проти їх номінальної вартості.
6. Проведення вигрешних позик.

### 1.1. Показники дохідності облігацій

Оскільки номінали у різних облігацій істотно відрізняються, то часто виникає необхідність порівняння їх ринкових цін. Таким відносним показником є курс облігацій (quoted price). Під курсом розуміють ринкову ціну однієї облігації в розрахунку на 100 грошових одиниць номіналу, тобто:

$$K = \frac{P}{N} * 100, \quad (1)$$

де P - ринкова ціна облігації, N – її номінальна вартість.

Наприклад, якщо N = 1000 грн., P = 960 грн. (облігація продається з дисконтом), то її курс складає 96.

Дохід від облігації складається з двох основних величин: процентів, які періодично виплачуються по купонам, і різниці між номіналом і ціною покупки облігації.

Кількісний аналіз облігацій націлений на:

1. Розрахунок прибутковості облігацій і ряду додаткових характеристик.
2. Визначення розрахункової ціни облігацій в повний період її обігу.
3. Оцінку динаміки дисконту або премії по облігаціях.

Інвестиції в цінні папери пов'язані з певним ризиком. Виділимо два основних види ризику для фінансових інвестицій: кредитний і ринковий ризику. Кредитний ризик визначається як можливість відмови у виплаті відсотка і основної суми боргу. Цей ризик характеризує кредитоспроможність і надійність самого емітента облігацій. Ринковий (процентний) ризик значно мірою визначається коливаннями процентної ставки на ринку кредитів.

Дохідність облігацій характеризується кількома показниками. Розрізняють:

- купонну дохідність (coupon rate);
- поточну дохідність (current / running yield);
- повнодохідність (redemption yield)

(або дохідність до погашення - YTM, або ставку поміщення).

Купонна дохідність визначається під час емісії облігацій. Поточна прибутковість характеризує відношення надходжень по купонах до ціни покупки облігацій. Вона не враховує друге джерело доходу від облігацій, а саме: отримання номіналу (викупної ціни) в кінці терміну. Тому даний показник непридатний при порівнянні дохідності різних видів облігацій.

Наприклад, облігації з нульовим купоном (zero coupon bond) мають поточну дохідність рівну нулю, а в той же час вони можуть бути досить прибутковими, якщо врахувати весь термін їх дії.

Найбільш інформативним і універсальним є показник повної дохідності, який враховує обидва джерела доходу по облігаціях. Даний показник придатний для порівняння прибутковості інвестицій в різні види облігацій і в інші ЦП, тому що, по суті, повна дохідність облігації - це внутрішня норма дохідності (IRR) інвестиції в дану облігацію.

Повна дохідність визначає реальну ефективність інвестицій в облігацію для інвестора у вигляді річної ставки складних відсотків, тобто нарахування відсотків за такою ставкою на ціну покупки облігації еквівалентно виплаті купонного доходу і суми погашення облігації в кінці терміну.

## 1.2.Методика визначення показників дохідності для різних видів облігацій

### А. Облігації без обов'язкового погашення, але з періодичної виплатою процентів (наприклад, вічна рента типу «консоли» британського казначейства)

Введемо позначення:  $g$  - заявлена норма річного доходу по облігації, тобто її купонна процентна ставка (купонна дохідність);  $r_t$  - поточна дохідність;  $r$  - повна дохідність. Тоді поточна дохідність облігації дорівнює:

$$r_t = \frac{N \cdot g}{P} = \frac{g}{K} * 100 \quad (2)$$

Формулою (2) користуються і в тих випадках, коли виплати за купонами здійснюються кілька разів за рік. Оскільки виплати за купонами є єдиним джерелом надходження для даного виду облігацій, то повна їх прибутковість дорівнює поточній, за умови, що виплати за купонами відбуваються один раз на рік, тобто  $r = r_t$ . Якщо ж проценти виплачуються  $m$  разів на рік, то:

$$r = \left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{g}{m} * \frac{100}{K}\right)^m - 1. \quad (3)$$

#### Приклад 1.

Вічна рента, що приносить дохід на рівні 5% річних, куплена за курсом 90. Яка фінансова ефективність інвестиції за умови, що відсотки виплачуються: 1) один раз на рік ( $m=1$ ); 2) щоквартально ( $m=4$ ).

#### Розв'язування:

$$1) m = 1: \quad r = r_t = \frac{g}{K} * 100 = \frac{0.05}{90} * 100 = 0.0556 \text{ (5.56\%);}$$

$$2) m = 4: \quad r = \left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{0.0556}{4}\right)^4 - 1 = 0.0568 \text{ (5.68\%).}$$

## Б. Облігації з нульовим купоном (дисконтні), тобто без виплати процентів

Даний вид облігацій забезпечує її власнику дохід у розмірі різниці між її номіналом та ціною покупки облігації. Для такої облігації:  $g = 0$ ;  $r_t = 0$ . Знайдемо повну дохідність. Ринкова ціна облігації дорівнює:

$$P = \frac{N}{(1+r)^n}, \quad (4)$$

де  $n$  - термін до погашення облігації.

Звідки маємо:

$$\frac{P}{N} = \frac{K}{100} = \frac{1}{(1+r)^n}, \quad (5)$$

$$r = \frac{1}{\sqrt[n]{\frac{K}{100}}} - 1. \quad (6)$$

### Приклад 2

Корпорація випустила облігації з нульовим купоном з погашенням через 4 роки. Курс реалізації 52 (тобто з великою знижкою). Якою буде дохідність облігації на дату погашення?

**Розв'язування.** З формули (6) маємо:

$$r = \frac{1}{\sqrt[4]{\frac{52}{100}}} - 1 = 0.1776 \quad (17.76\%).$$

## В. Облігації з виплатою процентів і номіналу в кінці терміну

У цьому випадку проценти нараховуються за весь термін обігу облігації та виплачуються однією сумою разом з номіналом. Для такої облігації  $r_t = 0$ . Знайдемо повну дохідність. Якщо проценти нараховуються  $m \geq 1$  разів за рік, то ринкова ціна облігації дорівнює:

$$P = N \left(1 + \frac{g}{m}\right)^{m*n} * (1+r)^{-n}. \quad (7)$$

Звідси:

$$\frac{K}{100} = \left(\frac{\left(1 + \frac{g}{m}\right)^m}{1+r}\right)^n; \quad (8)$$

$$r = \frac{\left(1 + \frac{g}{m}\right)^m}{\sqrt[n]{\frac{K}{100}}} - 1. \quad (9)$$

При  $m = 1$  отримуємо:

$$r = \frac{1+g}{\sqrt[n]{\frac{K}{100}}} - 1. \quad (10)$$

### Приклад 3

Облігація, що приносить 8% річних, куплена за курсом  $K = 62$ . Термін до погашення 4 роки. Знайти повну дохідність облігації, якщо номінал і відсотки виплачуються в кінці строку.

**Розв'язування.** Нехай  $m = 1$ . Тоді за формулою (10):

$$r = \frac{1 + 0.08}{\sqrt[4]{0.62}} - 1 = 0.217 \quad (21.7\%).$$

### Г. Облігації з періодичною виплатою процентів і погашенням номіналу в кінці терміну

Для такої облігації:  $r_t = \frac{Ng}{P} = \frac{g}{K} * 100$ . Знайдемо її повну дохідність. Якщо кількість виплат за рік  $p = 1$ , то:

$$P = \frac{N}{(1+r)^n} + \frac{Ng(1-(1+r)^{-n})}{r}; \quad (11)$$

$$\frac{K}{100} = (1+r)^{-n} + g \frac{(1-(1+r)^{-n})}{r}. \quad (12)$$

Чисельно вирішується рівняння (11) або (12) щодо параметру  $r$ . Наближене значення кореня цих рівнянь дасть повну дохідність облігації.

Якщо  $p > 1$ , тоді рівняння (12) має такий вигляд:

$$\frac{K}{100} = (1+r)^{-n} + \frac{g}{p} * \frac{(1-(1+r)^{-n})}{(1+r)^{\frac{1}{p}-1}}. \quad (13)$$

Для отримання досить наближеного розв'язку рівнянь (11), (12) використовують так званий «метод середніх»:

$$r \approx \frac{gN \pm \frac{N-P}{n}}{\frac{N+P}{2}} = \frac{g \pm \frac{1-\frac{K}{100}}{n}}{\frac{1+\frac{K}{100}}{2}}. \quad (14)$$

Якщо  $P < N$  або  $K < 100$  (дисконтна облігація), то у формулі (14) береться знак плюс, якщо  $P > N$ ,  $K > 100$  (облігація з премією), то – мінус.



Значення повної дохідності облігації, отримане за формулою (14), можна розглядати як добре початкове наближення для будь-якого чисельного методу: лінійної інтерполяції, поділу відрізка навпіл, Ньютона-Рафсона і т.д.

### Метод лінійної інтерполяції

Наближене значення кореню рівняння (12) можна отримати методом лінійної інтерполяції:

$$r \approx r_H + \frac{K - K_H}{K_B - K_H} (r_B - r_H), \quad (15)$$

де  $r_H < r < r_B$ .

Якщо  $K < 100$ , тоді  $r > g = r_H$ .

Якщо  $K > 100$ , тоді  $r < g = r_B$ .

### Приклад 4

Облігація строком 5 років, відсотки за якою виплачуються один раз на рік за ставкою 8% річних, куплена за курсом  $K = 70$  (тобто зі знижкою). Визначити поточну і повну дохідність облігації.

#### Розв'язування.

Поточна дохідність дорівнює:  $r_t = \frac{g}{K} * 100 = \frac{0.08}{70} * 100 = 0.1143$ .

Знайдемо повну дохідність. Спочатку скористаємося формулою (14):

$$r_{cp} = \frac{g + \frac{1 - \frac{K}{100}}{n}}{1 + \frac{K}{100}} = \frac{0.14}{0.85} \approx 0.1647.$$

При  $r = r_{cp}$  рівняння (12) має вигляд:

$$\frac{K}{100} = \frac{1}{1.1647^5} + 0.08 * \frac{(1 - 1.1647^{-5})}{0.1647} \approx 0.7257.$$

Звідси  $K_H \approx 72.57 > 70$ . Тоді у якості нижньої ставки можна брати ставку  $r_{cp}$ , тобто  $r_H = r_{cp}$ . У якості верхньої ставки спробуємо взяти  $r_B = 0.2$  (20%):

$$K_B = 100 \left( \frac{1}{1.2^5} + 0.08 * \frac{(1 - 1.2^{-5})}{0.2} \right) \approx 64.11.$$

За формулою (15) отримаємо:

$$r \approx 0.1647 + \frac{70 - 72.57}{64.11 - 72.57} (0.2 - 0.1647) \approx 0.1754 \quad (17.54\%).$$

Якщо знайдену ставку повної дохідності підставити у рівняння (12), то отримаємо значення курсу  $K = 69.985$  (досить точно!).

### 1.3. Характеристики термінів надходження платежів та вимірювання ризику облігацій

Для обґрунтованого вибору облігації недостатньо мати дані про її дохідність. Необхідно якимось чином оцінити ризик даної облігації. Очевидно, що ризик облігації пов'язаний з терміном її обігу (чим більше термін, тим більше ризик)

Безпосереднє порівняння строків обігу облігацій не дозволяє зробити правильні висновки, оскільки при цьому не враховується особливість розподілу доходів у часі. Облігації з нульовим купоном більш ризиковані, ніж облігації з періодичною виплатою відсотків при одному й тому ж терміні обігу. Для характеристики облігацій з точки зору розподілу доходів у часі використовують два види середніх термінів платежів:

1. Середньоарифметичний термін (average life).
2. Середній термін дисконтованих платежів (duration).

Середньоарифметичний термін узагальнює терміни всіх видів виплат у вигляді середньозваженої величини. Ваговими коефіцієнтами при цьому служать розміри виплат. Для облігацій з щорічною виплатою купонів ( $p = 1$ ) і погашенням номіналу середньоарифметичний термін дорівнює:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{j=1}^n t_j s_j}{\sum_{j=1}^n s_j} = \frac{gN \sum_{j=1}^n t_j + nN}{gNn + N}, \quad (16)$$

де  $t_j$  - терміни платежів за купонами (в роках),  $g$  - купонна ставка,  $n$  - термін обігу облігації,  $N$  - номінал облігації,  $s_j$  - суми платежів.

Оскільки  $\sum_{j=1}^n t_j = \frac{n+1}{2} * n$ , то:

$$\bar{T} = nN \frac{\frac{g(n+1)+1}{2}}{gNn+N} = \frac{\frac{g(n+1)+1}{2}}{g+\frac{1}{n}}. \quad (17)$$

Очевидно, що  $\bar{T} \leq n$  ( $\bar{T} = n$  для облігацій з нульовим купоном). Чим більший купонний процент, тим менший середній термін облігації і ризик інвестування у неї.

#### Приклад 5

Знайти середньоарифметичний термін для двох облігацій з щорічною виплатою по купонах 6% і 12% від номіналу. Термін обігу обох облігацій 10 років.

**Розв'язування:**

$$\bar{T}_1 = \frac{\frac{0.06(10+1)}{2} + 1}{0.06 + \frac{1}{10}} = 8.31 \text{ (роки);}$$

$$\bar{T}_2 = \frac{\frac{0.12(10+1)}{2} + 1}{0.12 + \frac{1}{10}} = 7.55 \text{ (роки);}$$

$$\bar{T}_2 < \bar{T}_1.$$

Якщо купони виплачуються  $p > 1$  разів на рік, то:

$$\bar{T} = \frac{\frac{g(n+\frac{1}{p})}{2} + 1}{g + \frac{1}{n}}. \quad (18)$$

#### 1.4. Середній термін дисконтованих платежів (дюрація Маколея)

Цей показник також є середньозваженою величиною термінів платежів, але він точніший, бо враховує часову цінність грошей. Нехай проценти виплачуються щорічно. Тоді дюрація дорівнює:

$$D = \frac{\sum_{j=1}^n t_j s_j v^{t_j}}{\sum_{j=1}^n s_j v^{t_j}}, \quad (19)$$

де  $v = (1+i)^{-1}$  – дисконт-фактор. Якщо задан тільки курс облігації, то:

$$D = \frac{g \sum_{j=1}^n t_j v^{t_j} + v^n n}{\frac{K}{100}}, \quad (20)$$

$$D = \frac{\frac{g}{i} [a_{ni}(1+i) - n v^n] + v^n n}{\frac{K}{100}}, \quad (21)$$

де  $a_{ni}$  - коефіцієнт дисконтування одиничної ренти за  $n$  періодів за ставкою  $i$ .

### Приклад 6

Облігація випущена терміном на 4 роки. Щорічно виплачуються по купону 12% річних. Ринкова процентна ставка  $i = 12,5\%$ ,  $K = 98,5$ . Визначити дюрацію для даної облігації.

**Розв'язування:**

$$D = \frac{\frac{0.12}{0.125} [3.0056(1+0.125)^{-4} + 4 * 1.125^{-4}]}{0.985} \approx 3.397 \text{ (роки)}$$

### 1.5. Модифікована дюрація (modified duration)

Формула модифікованої дюрації має вигляд:

$$MD = \frac{D}{1 + \frac{i}{m}}, \quad (22)$$

де  $m$  - число виплат відсотків за рік (число купонів).

Можна довести, що  $MD$  є показником еластичності ціни облігації за ринковою процентною ставкою, тобто:

$$MD \approx -\frac{1}{P} * \frac{\Delta P}{\Delta i} * 100. \quad (23)$$

Тоді:

$$\Delta P \approx -0.01 * MD * P * \Delta i, \quad (24)$$

$$\Delta K \approx -0.01 * MD * K * \Delta i, \quad (25)$$

де  $\Delta i$  - незначна (до 1%) зміна ринкової процентної ставки.

### Приклад 7

Облігація випущена терміном на 4 роки. Щорічно виплачується за купонами 12% річних,  $K = 98,5$ . Нехай ринкова ставка зростає з 12,5 до 12,8%. Визначити, як зміниться курс облігації.

**Розв'язування:**  $MD = \frac{3,397}{1+0.125} \approx 3.0196$ ;

$$\Delta K \approx -0.01 * 3.0196 * 98.5 * 0.3 = 0.8923$$

$$K = 98.5 - 0.8923 = 97.6077 \approx 97.6.$$

## 1.6.Опуклість облігації

Реакція ціни / курсу облігації на значну зміну ринкової процентної ставки вимірюється за допомогою показника, який отримав назву опуклість. Цей показник визначається за формулою:

$$C_x = \frac{1}{1+\frac{i}{m}} \left( \frac{1}{P} \sum_{j=1}^n t_j^2 s_j v^{t_j} + \frac{D}{m} \right). \quad (26)$$

Розклавши за формулою ряду Тейлора (до 2-го порядку включно), отримаємо:

$$\Delta P = -\frac{P*MD*\Delta i}{100} + \frac{0.5*P*C_x*\Delta i^2}{10000}, \quad (27)$$

$$\Delta K = -\frac{K*MD*\Delta i}{100} + \frac{0.5*K*C_x*\Delta i^2}{10000}, \quad (28)$$

де  $\Delta i$  - значна ( $> 1\%$ ) зміна ринкової процентної ставки.

### Завдання до самостійної роботи

1. Вічна рента, що приносить прибуток на рівні **7%** річних, куплена за курсом **86**. Яка фінансова ефективність інвестиції за умови, що проценти виплачуються: 1) один раз на рік; 2) двічі на рік ( $p = 2$ ) ?
2. Деяке джерело прибутку постійно приносить **8%** річних. Який розрахунковий курс інвестицій за умови, що прибуток буде надходити досить тривалий час, а ставка поміщення береться на рівні **13%** ?
3. Корпорація випустила облігації з нульовим купоном з погашенням через **5** років. Курс реалізації **48**. Якою буде доходність облігації на дату погашення ?
4. Визначити курс облігації з нульовим купоном і погашенням через **4** роки, якщо ставка поміщення **15%** ?
5. Облігації з нульовим купоном номінальною вартістю **10000** грн. і терміном погашення через **5** років продаються за **5602** грн. Проаналізувати доцільність придбання цих облігацій, якщо є можливість альтернативного інвестування з нормою прибутку **12%**.
6. Нехай поточний прибуток від облігації, що нараховується щоквартально за ставкою **7%** річних, виплачується разом з номіналом у кінці терміну. Термін до погашення – **5** років. Визначити ринкову вартість облігації номінальною вартістю **500** грн., якщо ставка поміщення **12%**.

7. Облігація, що приносить **6%** річних при нарахуванні кожних півроку, куплена за курсом **70**. Термін до погашення **3** роки. Знайти повну доходність, якщо номінал та проценти виплачуються в кінці терміну.
8. Знайти середній арифметичний термін для облігації, якщо виплати по купонах здійснюються двічі на рік за ставкою **10%** річних. Термін облігації – **10** років.

## РОЗДІЛ 2. АКЦІЇ

Акція - фінансовий інструмент (цінний папер), який свідчить про внесення грошових коштів в АТ (акціонерне товариство) і надає її власнику право на отримання частини прибутку цього АТ у вигляді дивідендів.

Рішення про випуск акцій приймається засновниками АТ або загальними зборами акціонерів цього товариства. Це рішення оформляється протоколом. Протокол рішення про випуск акцій повинен містити:

- Назву фірми-емітента та її місцезнаходження
- Розмір статутного фонду або вартість основних і обігових фондів емітента
- Цілі і предмет діяльності фірми
- Перелік службових осіб фірми-емітента і найменування контролюючого органу (аудиторської фірми)
- Дані про розміщення випущених в обіг ЦП, мета випуску акцій
- Кількість іменних акцій і акцій на пред'явника
- Кількість привілейованих акцій
- Загальна сума емісії і кількість акцій
- Номінальна вартість акції
- Кількість учасників голосування та порядок його проведення
- Порядок виплати дивідендів
- Терміни та порядок оплати акцій
- Термін повернення грошових коштів
- Черговість випуску акцій (при емісії їх різними серіями)
- Порядок повідомлення про випуск акцій і порядок їх розміщення
- Крім цього протокол може містити й інші відомості про випуск акцій.

Випуск акцій АТ здійснюється в розмірі його статутного фонду або на всю вартість майна державного підприємства в разі його перетворення в АТ.

Додатковий випуск акцій можливий у тому випадку, якщо попередні випуски були зареєстровані і всі раніше випущені акції повністю оплачені за вартістю не нижче номінальної. Забороняється випуск акцій для покриття збитків, пов'язаних з господарсько діяльністю АТ.

Акції оплачуються в гривнях, а у випадках, передбачених статутом АТ, також в іноземній валюті або шляхом передачі майна. Незалежно від форми внесення вкладу вартість акції виражається в гривнях. Підприємства, органи або організації можуть придбати акції за рахунок коштів, які залишилися в їх розпорядженні після сплати податків та відсотків за банківський кредит.

Акції можуть бути видані покупцеві тільки після повної оплати їх вартості. АТ може викуповувати у акціонера акції, які йому належать, для їх наступного перепродажу, розповсюдження серед своїх працівників або анулювання. Ці акції повинні бути реалізовані або анульовані в строк не більше року. Протягом цього періоду розподіл прибутку, а також голосування і визначення кворуму на загальних зборах акціонерів проводиться без урахування придбаних акціонерним товариством власних акцій.

Дивіденди по акціях виплачуються один раз на рік за підсумками календарного року в порядку, передбаченому статутом АТ. Вони виплачуються за рахунок прибутку, що залишився в розпорядженні АТ після сплати податків, інших платежів бюджету, відсотків за банківський кредит.

Корпорацією керує рада директорів, обраних акціонерами. Рада директорів, яка збирається лише кілька разів на рік, вибирає менеджерів - керівників повсякденною діяльністю корпорацій. Вони мають право приймати більшість економічних рішень без отримання попереднього схвалення ради директорів.

Обов'язки ради директорів полягають у тому, щоб контролювати, якою мірою діяльність менеджерів відповідає інтересам акціонерів. Члени ради директорів обираються на щорічних зборах акціонерів. Акціонери, які не можуть особисто брати участь в щорічних голосуваннях, можуть голосувати через своїх представників, надаючи їм право голосувати від свого імені (голосування через доручення).

Менеджерам, як правило, вигідно, щоб акціонери віддали саме їм свої поручительства на право голосування. Буває, що певна група акціонерів, яка хоче змістити діюче керівництво корпорації або змінити його політику, вступає в боротьбу за голоси акціонерів, що не беруть участь у голосуванні.

## **2.1. Прості та привілейовані акції**

Ринкова ціна, за якою купується акція (пакет) називається курсовою вартістю. Курс акції залежить від розмірів дивідендів і від величини ставки позичкового відсотка (пряма і зворотна залежність відповідно).

До торгів на фондовій біржі допускаються акції, які пройшли процедуру лістингу, тобто експертизу фінансового стану емітента. Лістингові ЦП включаються до так званого котирувального листа (це головний документ, за допомогою якого інвестори вибирають ЦП для вкладення своїх коштів).

За простими (звичайними) акціями розмір дивідендів прямо залежить від рівня рентабельності господарської діяльності АТ. При низькій рентабельності дивіденди по простих акціях можуть не виплачуватися.

Кожна проста акція надає право голосу її власнику при вирішенні будь-яких питань, що стосуються управління корпорацією на щорічних зборах АТ, а також право пайової участі в фінансових доходах від володіння корпоративною власністю, право на отримання дивідендів.

Привілейовані акції дають власникам першочергове право на отримання дивідендів в фіксованому розмірі і пріоритетне право на частину при розділі майна товариства у разі його ліквідації. Простим або звичайних акціях властиво:

- залишковий характер вимог на активи ;
- обмежена відповідальність акціонерів.

Залишковий характер вимог на активи (residual claim) означає: власники простих акцій займають останнє місце в черзі всіх тих, хто має право на активи і прибуток відповідної корпорації.

Обмежена відповідальність (limited liability) означає: максимум, що можуть втратити власники простих акцій у разі банкрутства корпорації - це їх інвестиції.

Відповідно до українського законодавства, власники простих акцій мають такі права:

- 1.Право участі в управлінні АТ, яке виражається у праві голосу, праві вибирати органи управління АТ і бути обраним. По законодавству України в статуті АТ не має бути вимоги про мінімальну кількість акцій для отримання права голосування на зборах акціонерів.
- 2.Право на участь в доходах - право отримання дивідендів, якщо загальні збори акціонерів прийняли рішення про їх виплату.
- 3.Переважне право на покупку акцій наступних випусків пропорційно існуючого пакету акцій. Це дає можливість кожному акціонеру при додаткових емісіях зберігати свою частину власності АТ на постійному рівні.
- 4.Право на отримання інформації про діяльність компанії.
- 5.Право на отримання частини вартості майна при ліквідації компанії після задоволення вимоги всіх кредиторів і власників привілейованих акцій.
- 6.Право на отримання інших пільг, передбачених статутом АТ.

В результаті продажу або дарування акціонери товариства відкритого типу можуть передавати належні їм акції іншим особам без згоди інших акціонерів та самого товариства. У закритих АТ на таку передачу статутом іноді вводиться певне обмеження, однак всі ці обмеження суперечать чинному законодавству.

Розглянемо деякі особливості привілейованих акцій. Привілейовані акції мають риси, як звичайних акцій, так і боргових зобов'язань: подібно облігаціям, привілейовані акції передбачають щорічні виплати їх власнику фіксованих дивідендів. У цьому сенсі привілейовані акції подібні облігаціям з нескінченним терміном погашення (вічної ренти). Вони нагадують облігації ще й тим, що не пропонують їх власнику право голосу з питань управління фірмою.

Однак привілейовані акції є пайовими ЦП. Рішення про виплату дивідендів власникам привілейованих акцій в кожному конкретному випадку приймає



керівництво фірми. При цьому воно зовсім не повинно виплачувати ці дивіденди. Дивіденди за привілейованими акціями часто носять кумулятивний характер, тобто несплачені дивіденди постійно накопичуються і повинні бути цілком сплачені власнику до того, як власники звичайних акцій почнуть отримувати будь-які дивіденди.

Привілейовані акції відрізняються від облігацій способом оподаткування. Оскільки виплати за привілейованими акціями розглядаються як дивіденди, а не як відсотки по облігаціях, то вони не відносяться до витрат, які зменшують базу оподаткування.

Права, які дають привілейовані акції відповідно законодавству України:

1. Дивіденди по ним можуть мати фіксований розмір або залежати від дивідендів по простих акціях; можливе призначення дивідендів в залежності від інших фінансових показників, наприклад, рівня інфляції.
2. Дивіденди нараховуються та виплачуються в першу чергу. Якщо в поточному році недостатньо доходів до виплати, то вони можуть виплачуватися за рахунок резервного фонду або переноситися на наступний рік (українським законодавством не передбачається випуск кумулятивних акцій).
3. У разі ліквідації компанії, вони дають переважне право на частину майна до виплат власникам простих акцій.
4. Конвертовані привілейовані акції можуть в заздалегідь обумовлений термін і за заздалегідь обумовленим курсом конвертуватися в прості акції (якщо це передбачено умовами випуску).

Випуск привілейованих акцій дає можливість АТ залучити грошові кошти (не більше 10% статутного фонду). У той же час, це дозволяє власникам простих акцій зберігати повний контроль над компанією.

Випуск конвертованих привілейованих акцій здійснюється з метою підвищення попиту, коли за привілейованими акціями не забезпечуються достатні дивіденди (за умови, що компанія діє успішно).

Акціонерний капітал, на відміну від банківських кредитів, векселів та облігацій, є інструментом не боргового, а пайового фінансування. Тому перш, ніж говорити про переваги і недоліки цього інструменту, потрібно перелічити способи залучення коштів через акціонерний капітал. Таке залучення коштів можливе шляхом додаткової емісії акцій, або шляхом продажу раніше випущених акцій.

Додаткову емісію акцій компанія може проводити або способом відкритого продажу (якщо мова йде про відкрите АТ) з метою поширення акцій серед більшої кількості учасників фондового ринку, або способом закритого продажу на користь конкурентного інвестора, з яким була досягнута попередня домовленість.

Компанія може також продати раніше викуплені акції, які знаходяться у неї на балансі (але вони можуть там бути не більше року). Крім того, акціонери можуть домовитися і між собою про продаж певної частини своїх акцій на біржі для того, щоб потім направити отриманий дохід від продажу на розвиток компанії.

Випуск акцій, тобто додаткова емісія - це найдорожча і складна форма залучення інвестицій, для якої характерні: тривалий процес підготовки, значні додаткові витрати. Компанія, яка планує такий крок, повинна:

- мати прозору структуру власності;
- мати тверді позиції на ринку;
- мати реальні перспективи зростання виручки і прибутку;
- розробити чітку стратегію розвитку, інформація про яку повинна бути доступна інвесторам;
- мати прозору фінансову звітність.

## **2.2. Інформація про акції для потенційних інвесторів**

Торгівля акціями здійснюється за посередництва брокерських контор, які мають свої місця на фондових біржах. Для зручності акції торгуються лотами, зазвичай 100 штук у лот. Ключовим атрибутом акцій, який дозволяє інвестору швидко отримати потрібну йому інформацію, є тікер (ticker) компанії-емітента.

Більшість фінансових сайтів у інтернеті оснащені пошуковою системою, що дозволяє передавати інформацію за запитом користувача на підставі тікера компанії.

Типовою інформацією, яка цікавить інвестора, є:

1. Snapshot це інформація про поточний стан цінного паперу по

результатам торгівлі, що представляє собою якби моментальну зйомку процесу торгівлі. Сюди, наприклад, відносяться:

- Previous close - ціна останніх торгів за станом на кінець вчорашньої торгової сесії;
- Day ' s high, Day ' s Low - максимум і мінімум котирувань;
- Volume - повне число акцій, що торгуються за певний період часу;
- Trailing P/E Ratio - один з ключових фінансових коефіцієнтів ринкової вартості. Це відношення останньої котировки акції до доходів компанії за останній рік (в розрахунку на одну акцію).
- 52- week high - найбільша і найменша ціни акції за останні 52 тижні;
- Market value ринкова вартість компанії, яка визначається, як добуток числа акцій, що перебувають в обігу, на останню котировку акції.

2. Earnings інформація про поточні доходи за цінним

папером, зіставлення з тими ж даними по сектору економіки, якому належить компанія, і по одному з базових індексів.

3. Ratings це брокерські рекомендації купувати (утримувати, продавати) акції даного емітента (на думку фондових аналітиків).

4. Financials - дані про поточний фінансовий стан емітента. Сюди відносяться:

- Revenues показник включає в себе усі чисті продажі компанії (net sales);
- Net Earnings per Share (EPS) - чистий дохід (прибуток) на одну акцію (дохід компанії за вирахуванням всіх витрат і податкових виплат на одну акцію);

Long Term Debt довгостроковий борг , кредиторська заборгованість , яка повинна бути погашена в термін більше року;

Net Margin - прибутковості компанії (рентабельність).

Визначається, як відношення чистого доходу компанії до її виручки .

#### 5.Key Ratings:

- Trailing P/E;

- Price \ Book –відношення останньої котировки акції до власного капіталу компанії в розрахунку на одну акцію;

-Price \ Cash - відношення останньої котировки акції до чистого грошового потоку компанії в розрахунку на одну акцію;

-Price \ Sales - відношення останньої котировки акції до продаж компанії в розрахунку на одну акцію;

6. News - новини, щостосуються компанії і можуть вплинути на курс її акцій.

7. Alerts - попередження або загрози:

-Top Alerts - попередження, які мають найбільше значення для оцінки курсу акцій;

-Price \ Volume Alerts – повідомлення про різку зміну курсу акцій або об'єму продаж;

-Analysts alerts - повідомлення про переоцінку акцій провідними консалтинговими компаніями або про несподіване зростання (зниження) дивідендних виплат проти очікуваних значень;

-Finance alerts – повідомлення про різку зміну ключових фінансових показників діяльності компанії;

-Calendar events alerts - повідомлення про звіт , що

відправляється компанією в таку організацію , як SEC -

Security Exchange Commission . Сюди ж відносяться і попередження, які SEC відправляє емітенту у випадку порушення вимог до емісії ;

-News alerts - повідомлення про ключові новини, про компанію .

Головним видом ризику для акцій є коливання (волатильність) її ринкової (курсової) ціни. Для компаній з низькою ринковою вартістю характерний також дефолтний ризик, тобто ризик банкрутства, яким нехтують для так званих «блакитних фішок» - акцій компаній з вартістю від 50 мільярдів доларів і вище.

### **2.3.Оцінка вартості простих (звичайних) акцій підприємства**

Відповідно до прийнятих норм випуску звичайних акцій, сума виплачуваних дивідендів залежить від результатів діяльності підприємства у відповідному періоді часу. Оцінка вартості звичайних акцій передбачає деякий потік дивідендів, але, на відміну від облігацій, цей потік вважається нескінченним і не передбачає повернення вихідної інвестиції.

Оцінка вартості звичайних акцій здійснюється за формулою Вільямса:

$$P = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+i)^t}, \quad (29)$$

де  $i$  - ставка приведення (дисконтування) або вартість капіталу,

$D_t$ - величина дивідендів, що виплачуються у періоді  $t$ .

Основні проблеми при використанні формули (29):

1. Прогноз дивідендів.
2. Оцінка вартості власного акціонерного капіталу.

Розглянемо перший пункт. Очевидно, що підприємство не в змозі здійснити індивідуальний прогноз дивідендів на всьому нескінченному періоді. Тому на практиці цей період розбивають на дві частини, перша з яких складає кілька років (зазвичай, не більше п'яти), протягом яких існує можливість скласти більш-менш правдоподібний прогноз дивідендних виплат. Друга частина - це весь нескінченний період часу, для якого робиться припущення про те, що:

1. Дивіденди зберігають незмінне значення, рівне величині останнього прогнозованого дивіденду, що увійшов в перший період.
2. Передбачається деякий постійний річний приріст дивідендів, який визначається величиною процентного зростання дивідендів.

Після цього оцінка вартості акцій - це справа техніки дисконтування прогнозованого потоку дивідендів.

Результуюча формула для оцінки вартості звичайних акцій може бути записана наступним чином:

$$P = P' + \frac{P''}{(1+i)^N}, \quad (30)$$

де  $P'$ - дисконтоване на початковий момент часу значення прогнозованих дивідендів на першому (кінцевому) проміжку часу тривалістю  $N$  років (зазвичай,  $N \leq 5$ );

$P''$  - дисконтоване значення подальшої нескінченної серії дивідендів, приведене на момент закінчення  $N$ -го року, тобто, на кінець першого періоду.

Таким чином:

$$P' = \sum_{t=1}^N \frac{D_t}{(1+i)^t}; \quad (31)$$

$$a) \quad P'' = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_N}{(1+i)^t} = \frac{D_N \left( \frac{1}{1+i} \right)}{\left( 1 - \frac{1}{1+i} \right)} = \frac{D_N}{i}, \quad \text{при } g = 0; \quad (32)$$

$$b) \quad P'' = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_N(1+g)^t}{(1+i)^t} = \frac{D_N(1+g)/(1+i)}{1 - \frac{1+g}{1+i}} = \frac{D_N(1+g)}{(i-g)} = \frac{D_{N+1}}{(i-g)}, \quad \text{при } g > 0. \quad (33)$$

Розглянемо другий пункт. Для конкретного підприємства вартість власного капіталу визначається з урахуванням ступеня ризикованості інвестування в це підприємство. Для визначення прибутковості акцій (вартості акціонерного капіталу) потрібно мати порівняльні дані підприємства і фондового ринку в

цілому. В сучасних умовах України доводиться використовувати більш спрощені і наближені підходи. Один з них полягає в наступному: як показник прибутковості власного капіталу використовується оцінка прибутковості підприємства за останній рік. Ця прибутковість визначається за допомогою двох компонентів:

$$i = i_1 + i_2. \quad (34)$$

У формулі (34)  $i_1$  – прибутковість інвестора у вигляді дивідендів, виплачених за останній рік і поділених на ринкову ціну акції:

$$i_1 = D_N/P, \quad (35)$$

$i_2$  – прибутковість інвестора, пов'язана зі збільшенням курсової вартості акції:

$$i_2 = \frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta P}{P}, \quad (36)$$

$\Delta K$  – приріст курсу акції за останній рік, а  $K$  – курс акції на початку року.

### Задача.

Підприємство виплатило по дивідендах 0,52 грн за останній рік. Протягом найближчих 3-х років підприємство планує збільшувати дивіденди на 8% щорічно, а в подальшому темп росту дивідендів повинен скласти 4%. Необхідно оцінити вартість акції за умови, що її прибутковість оцінена на рівні 15%.

### Розв'язання:

$$P' = \sum_{t=1}^N \frac{D_t}{(1 + 0.15)^t} = \frac{0.5616}{1.15} + \frac{0.6065}{1.15^2} + \frac{0.6551}{1.15^3} \approx 1.38 \text{ (грн.)};$$

$$P'' = \frac{D_N(1+g)}{i-g} = \frac{0.6551(1+0.04)}{0.15-0.04} \approx 6.18 \text{ (грн.)};$$

$$P = 1.38 + \frac{6.18}{1.15^3} = 5.47 \text{ (грн.)}$$

### Завдання до самостійної роботи

1. Останній виплачений дивіденд по акції дорівнює 1 \$. Очікується, що в наступні три роки він буде рости з темпом 14% в рік, а потім темп приросту стабілізується на рівні 5%. Оцініть вартість акції, якщо ринкова ставка - 15%. Чи варто купувати таку акцію за ціною 11 \$ ?
2. Компанія А чотири роки назад платила дивіденд в розмірі 0,80 \$ за акцію. Останній виплачений дивіденд склав 1,66 \$. Очікується, що такий

же середньорічний темп приросту дивідендів збережеться і в наступні п'ять років, після чого темп приросту стабілізується на рівні 8%. Чи слід купувати цю акцію за ціною 23 \$, якщо ринкова ставка дохідності дорівнює 18%?

3. Звичайна акція компанії X продається за 80 \$. В найближчі три роки від компанії очікують виплати дивідендів у розмірі 5 \$, 6 \$, 6.75 \$ на одну акцію. Надалі передбачається зростання дивідендів на 7,5% в рік. Оцініть вартість такої акції, якщо ринкова ставка дорівнює 12,5%. Чи варто купувати такі акції?
4. Звичайна акція компанії X продається за 20 \$. Останній виплачений дивіденд по акції дорівнює 1 \$. В наступні три роки очікується зріст дивідендів на 15% в рік, а в 4-й і 5-й роки - на 11%. Починаючи з 6-го року темп зростання дивідендів стабілізується на рівні 6% в рік. Оцінити вартість такої акції, якщо ринкова ставка дохідності дорівнює 12%. Чи варто купувати такі акції?
5. Останній виплачений дивіденд по акції дорівнює 1 \$. Очікується, що в наступні три роки він буде рости з темпом 14% в рік, а потім буде залишатися незмінним на досягнутому рівні. Оцініть вартість акції, якщо ринкова ставка - 15%. Чи варто купувати таку акцію за ціною 11 \$ ?

## **РОЗДІЛ 3. Математична модель управління інвестиційним портфелем**

### **3.1. Інвестиційний процес**

Основний зміст діяльності інституційного інвестора (інвестиційні компанії, інвестиційні фонди і т.д.) можна охарактеризувати поняттям «інвестиційний процес», складовими якого є:

1. Формування інвестиційної стратегії на основі цілей та обмежень діяльності організації, а також тих можливостей, які надаються ринком.
2. Аналіз інвестицій, що має на увазі аналіз ринку у цілому, окремих його сегментів і окремих ЦП.
3. Формування інвестиційного портфелю.
4. Управління портфелем.
5. Оцінка ефективності інвестиційної діяльності.

Всі перелічені задачі тісно взаємопов'язані і невіддільні одна від одної.

### **3.2. Формування інвестиційної стратегії організації**

Основою інвестиційної стратегії є цілі і обмеження діяльності фінансового інституту. Ніяка задача вибору найбільшої ефективності інвестиції не може бути вирішена раціонально без попереднього чіткого формулювання цілей. Правильну постановку задачі можна сформулювати так: які інвестиційні рішення будуть найкращими, виходячи з цілей планового горизонту, природи

зобов'язань перед клієнтами, законодавчих та інших обмежень, характерних для даної організації.

Стратегія інвестиційного інституту, як правило, формулюється спеціальним документом, так званою інвестиційною декларацією (investment policy statement). За українським законодавством інвестиційна декларація є частиною статуту інвестиційного фонду або компанії. Вона повинна бути опублікована в пресі, її основний зміст має бути чітко регламентовано. Однак відсутність об'єктивних умов для конкуренції на кошти інвесторів є причиною того, що декларації більшості українських інвестиційних фондів і компаній носять формальний характер і складаються виключно з метою задоволення нормативних вимог. Якщо звернутися до досвіду розвинених зарубіжних фінансових інститутів, то інвестиційна декларація повинна містити, як мінімум, наступну інформацію:

1. Цілі організації. Стратегічні цілі можуть полягати в забезпеченні гарантованої мінімальної прибутковості інвестицій, що перевищує інфляцію на певне число відсотків. Декларація може містити зобов'язання щодо підвищення прибутковості деякого еталонного портфеля, що формується на підставі поширених індексів. Якщо виділено кілька основних цілей діяльності організації, то вони, як правило, ранжовані за значимістю.
2. Плановий горизонт. Декларований плановий горизонт – це проміжок часу, на який орієнтована поточна інвестиційна стратегія.
3. Структура портфеля і обмеження інвестиційної діяльності. Наприклад, зобов'язання інвестувати деякий мінімальний відсоток коштів в ЦП з фіксованим доходом найвищої якості: державні облігації або облігації корпорацій з максимальним рейтинговим класом (блакитні фішки). Одночасно визначаються обмеження по інвестиціям на інших сегментах ринку (наприклад, граничне співвідношення акцій і облігацій в портфелі). Можуть бути також певні обмеження по інвестиціям в цінні папери одного емітента (останні для деяких організацій визначені законодавством).
4. Припущення про доходність основних сегментів ринку.
5. Звітність, оцінка ефективності, структура і терміни виплати доходів.

Сфера інвестиційного посередництва дуже чутлива до фактору довіри з боку інвесторів, тому відповідність реальних результатів діяльності декларованим (при наявності можливості відповідного контролю) життєво важлива для будь-якого фінансового інституту, що знаходиться в конкурентному оточенні, і для всього фондового ринку в цілому.

### **3.3. Ризик інвестиційного портфеля і методи управління портфелем**

Принципи прийняття інвестиційних рішень можна розділити на дві основні категорії - активні та пасивні. Пасивний підхід базується на припущенні про відносну ефективність фінансового ринку. Тому, основна мета пасивних методів - це забезпечити прибутковість інвестиційних портфелів на рівні не

нижче середнього, одночасно максимально забезпечити інвестиції від різноманітних факторів ризику. Основа пасивного підходу – це диверсифікація інвестицій, за допомогою якої знижується ризик. Диверсифікація або розподіл інвестицій по різних сегментах ринку дозволяє позбутися від індивідуального ризику, пов'язаного з кожним конкретним видом інвестицій.

Інвестор, який придержується чисто пасивного підходу, в певному сенсі, слідує за ринком. Найбільший ефект диверсифікація дає на першій дюжині ЦП, за умови, що вони представляють корпорації, які здійснюють свою діяльність у відносно незалежних галузях. Слід мати на увазі, що настає момент, коли ризик починає визначатися своєю недиверсифікованою систематичною частиною.

Створений інвестиційний портфель потім постійно змінюється внаслідок його поповнення новими ЦП і продажу паперів, непотрібних інвесторам. Виникає проблема управління портфелем. Воно може бути пасивним і активним. Активне управління портфелем (наприклад, за методом Трейнора-Блека) передбачає, що портфель може бути розділений на дві частини: активну і пасивну. Управління пасивною частиною зводиться до підтримки ринкових пропорцій між ЦП, які входять у неї, тобто, пасивна частина управляється за допомогою пасивного підходу.

Активна частина, яка набагато менше, формується з недооцінених акцій, тобто таких, які мають найбільший потенціал зростання.

Потім, за допомогою спеціальних розрахунків, визначається пропорція входження ЦП в активну частину інвестиційного портфеля і співвідношення між активною і пасивною складовими портфеля.

Пасивне управління може здійснюватися стихійно (тобто, виключно з досвіду і відчуттів менеджера) і плановірно. Існує безліч видів плану пасивного управління портфелем. До них відносяться:

1. План постійної суми, при якому сума коштів, вкладених в ЦП кожного виду, підтримується постійною.
2. План постійного співвідношення, при якому підтримується постійною питома вага кожного виду ЦП в загальній вартості портфеля.
3. План змінного співвідношення, при якому питома вага окремих ЦП і портфелю у цілому прив'язується до якогось поширеного індексу.
4. План витратного усереднення. Цей варіант найбільш часто застосовується за умови стабільності ринку, без явних трендів і тенденцій.

Суть такої системи зводиться до наступного: постійна сума грошей через певні періоди часу вкладається в прості акції певної компанії. Якщо курс цих ЦП зростає, то інвестор їх реалізує, а перевищення йде на депозит в банк або вкладається в облігації, як фонд для планової покупки. Оскільки найчастіше акції продаються за ціною нижче середнього рівня, то інвестор може мати відносно стабільний дохід на курсовій різниці, продаючи акції, як тільки їх ціна досягне середнього значення. Даний план передбачає також стихійне переключення з одних акцій на інші, теж перспективні з точки зору інвестора.

Приймаючи рішення про доцільність інвестування коштів у фінансові активи, інвестор повинен, перш за все, оцінити ризик, властивий цим активам,



потім їх очікувану прибутковість і визначити, чи достатня ця прибутковість для компенсації очікуваного ризику. При цьому інвестор працює не з окремим активом, а з деяким набором, тобто, інвестиційним портфелем. При цьому, оцінюючи ризик конкретного активу, що входить у портфель, можна діяти в двох напрямках: або розглядати цей актив окремо від інших, або вважати його невід'ємною частиною портфеля. При цьому оцінка ризику активу і доцільність операцій з ним змінюються. Більш того, актив, який має високий рівень ризику при окремому розгляді, може виявитися практично безризиковим з позиції портфеля при певному поєднанні активів, що входять у нього.

Наприклад, можна підібрати два фінансових актива, кожен з яких має високий рівень ризику, а їх об'єднання створює абсолютно безризиковий портфель. Оцінюючи можливість тієї чи іншої операції, пов'язаної зі зміною структури портфеля і його характеристик, найчастіше користуються очікуваною прибутковістю портфеля і оцінкою ризику. Можна показати, що дохідність портфеля лінійно залежить від дохідностей активів, що входять у нього, і може бути розрахована, як середньозважена величина за формулою:

$$r_p = \sum_{j=1}^N w_j r_j, \quad (37)$$

де  $w_j$  - питома вага  $j$ -го активу в портфелі;

$r_j$  - дохідність  $j$ -го активу.

Основними показниками абсолютного ризику портфеля є дисперсія (варіація) його дохідності і стандартне відхилення:

$$v_p = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j v_{ij}, \quad (38)$$

де  $v_{ij}$  — коваріація  $i$ -го та  $j$ -го активів портфелю,

$v_p$  — дисперсія (варіація) дохідності портфелю,

$$\sigma_p = \sqrt{v_p}, \quad (39)$$

де  $\sigma_p$  - стандартне відхилення.

### 3.4.Ефективні портфелі. Задачі Г. Марковиця

Кожен інвестор намагається сформувати портфель ЦП з якомога більшою очікуваною дохідністю і якомога меншим ризиком. Оскільки ці задачі суперечливі, то необхідно зробити вибір між дохідністю і ризиком (цей вибір визначається відношенням ЛПР до дохідності і ризику).

Розглянемо два портфеля, які оцінюються за двома суперечливими характеристиками. Перший портфель має дохідність  $r_1$  і ризик  $\sigma_1$ . Другий портфель має дохідність  $r_2$  і ризик  $\sigma_2$ . Кажуть, що другий портфель домінується першим (або перший домінує другий), якщо  $r_1 \geq r_2$ ,  $\sigma_1 \leq \sigma_2$ , причому, хоч одна нерівність виконується строго.

Недомінуючі портфелі, які мають найменший ризик при заданій очікуваній дохідності або, навпаки, найбільшу очікувану дохідність при заданому рівні ризику, називають ефективними або парето-оптимальними.

Сформувавши ефективний портфель означає знайти такі частки капіталу  $w_j^*$ ,  $j = \overline{1, N}$ , які слід вкласти в ЦП  $j$ -го виду, щоб досягти найменшого ризику при заданій очікуваній дохідності або найбільшій очікуваній дохідності при заданому рівні ризику. Для цього необхідно вирішити такі задачі Марковиця:

**Задача 1** (для інвестора, не схильного до ризику)

Знайти:

$$v_p = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j v_{ij} \rightarrow \min \quad (40)$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^N w_j r_j = r_p, \quad (41)$$

$$\sum_{j=1}^N w_j = 1. \quad (42)$$

**Задача 2** (для інвестора, схильного до ризику)

Знайти:

$$r_p = \sum_{j=1}^N w_j r_j \rightarrow \max \quad (43)$$

при обмеженнях:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j v_{ij} = v_p, \quad (44)$$

$$\sum_{j=1}^N w_j = 1. \quad (45)$$

Нехай знайдено оптимальне рішення задачі (40) - (42) або (43) - (45), тобто, знайдені частки капіталу  $w_j^*$ ,  $j = \overline{1, N}$ . Якщо якась частка  $w_k^* > 0$ , то це означає, що інвестор повинен вкласти частку  $w_k^*$  свого капіталу в  $k$ -ий вид ЦП. Якщо  $w_k^* < 0$ , то інвестору слід взяти в борг ЦП  $k$ -ого виду на суму, яка визначається розміром частки  $w_k^*$  від власного капіталу. Якщо взяти в борг неможливо (існує заборона на короткі продажі), то в задачах 40) - (42), (43) - (45) потрібно ввести додаткові обмеження:  $w_j \geq 0$ ,  $j = \overline{1, N}$ .

Для вирішення задач розглянутого типу розроблені програмні засоби в пакетах прикладних програм (Excel, Matlab та інших).

## Завдання до самостійної роботи

### Задача на диверсифікацію інвестицій з метою можливого зниження інвестиційного ризику

На основі спостережень за результатами інвестиційної діяльності двох компаній А і В з різних галузей економіки побудовано закон розподілу випадкових величин  $X$  і  $Y$  – розмірів річних дивідендів ( у %) від інвестицій у дані компанії:

| $X \backslash Y$ (%) | -25+N | 5+N | 10+N |
|----------------------|-------|-----|------|
| -25+N                | 0,05  | 0,1 | 0,2  |
| 5+N                  | 0,1   | 0,1 | 0,15 |
| 10+N                 | 0,15  | 0,1 | 0,05 |

Визначити:

1. Закони розподілу ймовірностей кожної з випадкових величин  $X$ ,  $Y$  окремо.
2. Присутність чи відсутність залежності між  $X$  та  $Y$ .
3. Числові характеристики  $X, Y$  - математичні очікування, дисперсії, стандартні відхили, коваріацію, коефіцієнт кореляції.
4. Що менш ризиковано: інвестувати кошти тільки в одну з компаній А і В, чи одночасно у дві компанії у пропорції  $(50+N) : (50-N)$  ?

( $N$  – номер студента у списку групи)

### Список літератури

1. У. Ф. Шарп и др. Инвестиции. – М.: ИНФРА – М, 1999
2. Ф. Дж. Фабоцци. Управление инвестициями. – М.: ИНФРА – М, 2000
3. В.В. Капитоненко. Инвестиции и хеджирование. – М.: ПРИОР, 2001
4. А.В. Мертенс. Инвестиции. - Киев: КИА, 1997
5. И.Я. Лукасевич. Анализ финансовых операций. - М.: ФиС, 1998
6. Я.С.Мелкумов. Теоретическое и практическое пособие по финансовым вычислениям. – М.: ИНФРА - М, 1996
7. Т.Б. Кублікова, В.К. Кубліков. Інвестиції на ринку цінних паперів. – Одеса: ОРІДУ НАДУ, 2006