

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ОДЕССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ И.И. МЕЧНИКОВА

# **Физика аэродисперсных систем**

**ВЫПУСК 47**

**МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ СБОРНИК**

*Приурочен к 145-летию ОНУ имени И.И. Мечникова*

**Основан в 1969 г.**

**О д е с с а  
«Одесский национальный  
университет»  
2010**

Приведены результаты исследований тепло- и массообмена в дисперсных системах при протекании фазовых и химических превращений, механизмов образования дисперсной фазы. Анализируется физика горения различных веществ, рассматриваются критические условия воспламенения и потухания. Рассматриваются газодинамические явления, определяющие процессы переноса дисперсной фазы. Представлены результаты исследований электрофизики дисперсных систем и нелинейных процессов, протекающих в дымовой плазме.

Рассчитан на исследователей, работающих в области науки и техники, занимающихся изучением и применением аэродисперсных систем и, в частности, аэрозолей. Полезен также для студентов и аспирантов физических, физико-технических, энергетических и химических факультетов, специализирующихся в области теплофизики дисперсных систем и физики плазмы, химической физики и гидродинамики.

*Редакционная коллегия:*

д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Калинчак В.В.</b>	(гл. ред.);
д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Асланов С.К.</b>	(зам. гл. ред.);
д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Золотко А.Н.</b>	(зам. гл. ред.);
д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Алтоиз Б.А.</b>	(зам. гл. ред.);
д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Копыт Н.Х.</b>	(зам. гл. ред.);
д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Драган Г.С.</b>	(зам. гл. ред.);
д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Контуш С.М.</b>	
д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Ассовский И.Г.</b>	
академик НАН Украины	<b>Корчевой Ю.П.</b>	
д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Шевчук В.Г.</b>	
д.р. физ.-мат. наук, проф.	<b>Гавдзик А.</b>	
канд. физ.-мат. наук	<b>Вовчук Я.И.</b>	(секретарь);
канд. физ.-мат. наук, доцент	<b>Орловская С.Г.</b>	(отв. секретарь);
	<b>Смагленко Т.Ф.</b>	(техн. секретарь)
	<b>Каримова Ф.Ф.</b>	(техн. секретарь)
	<b>Черненко А.С.</b>	(техн. секретарь)
	<b>Кириян С.В.</b>	(техн. секретарь)

Друкується за рішенням Вченої Ради ОНУ.

*Адрес редакционной коллегии:*

65026, Одесса, ул. Пастера, 27,

Национальный университет имени И.И. Мечникова, кафедра теплофизики,

тел. 048 / 723-12-03, 723-62-27

Ред. коллегия «Физика аэродисперсных систем»

E-mail: teplophys@onu.edu.ua, chernalex@ukr.net, teploaerodis@gmail.com.

# СОДЕРЖАНИЕ

## ТЕПЛОМАССОБМЕН

*Калинчак В.В., Черненко А.С., Сафронков А.Н., Калугин В.В.*

Два предела по диаметру частицы катализатора, определяющие высоко-температурный тепломассообмен с активной газовой смесью.....5

*Селиванов С.Е.*

Теплообмен для модели “составной” капли.....16

*Кириян С.В., Алтоиз Б.А.*

Вязкостно-температурные характеристики структурно-неоднородных прослоек немезогенных предельных углеводородов.....27

*Костенюк В.В., Дорошенко А.В., Глауберман М.А.*

Математическая модель полимерного солнечного коллектора .....34

*Кутаров В.В., Шевченко В.Н., Иоргов А.И.*

Конденсация и испарение в открытых цилиндрических капиллярах.....41

*Вербінська Г.М., Британ А.В., Карбовський В.Л., Клецонок Т.В.*

Випаровування крапель води та нітробензолу під дією ультрафіолетового опромінення .....49

*Кутовой В.А., Николаенко А.А.*

Энергосберегающие термовакуумные установки для сушки дисперсных материалов.....59

*Abdullah B. J.*

Effect of Size on Lattice Thermal Conductivity in Si and Ge Nanowires from 2K to room temperatures.....67

## ФИЗИКА ГОРЕНИЯ

*Вовчук Я.И., Роговская О.С., Сторчак И.В.*

О воспламенении гибридной газозвеси частиц.....81

*Золотко А.Н., Ушакова Н.А., Демирова М.В.*

Гетерогенное воспламенение одиночной частицы с параллельными химическими реакциями на ее поверхности.....91

## **ГАЗОДИНАМИКА**

*Асланов С.К.*

К теории детонации конденсированных взрывчатых веществ.....100

*Кононов А.А.*

Асимптотические законы затухания ударных волн с цилиндрической симметрией.....107

*Кузнецов А. А.*

Экспериментальное исследование формирования пламенного шароида и его эволюции в вихревое кольцо в свободной атмосфере.....120

*Драгуновский Н.Н., Собченко Т.А., Царенко А.П.*

Численный эксперимент для одного класса задач газовой динамики.....128

## **ЭЛЕКТРОФИЗИКА**

*Михайловская Л.В., Михайловская А.С.*

Влияние энергии, выделяемой на стенках газоразрядных трубок, на температуру газа в положительном столбе тлеющего разряда.....138

*Терлецкая Л.Л., Копыт Н.Х., Голубцов В.В.*

Особенности улучшения структурно-чувствительных параметров сенсоров на основе гетерогенных дисперсных систем.....154

*Семенов К.И.*

Диспергирование металла в дуге пульсирующего тока.....160

## **Персоналии**

*Федосеев Валерьян Александрович.....166*

*Полищук Дмитрий Иванович.....170*

*Именной указатель .....173*

*Правила для авторов.....174*

УДК 536.46

**Калинчак В.В.<sup>1</sup>, Черненко А.С.<sup>1</sup>, Сафронков А.Н.<sup>2</sup>, Калугин В.В.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова, кафедра теплофизики

<sup>2</sup>Ополевикий университет, Польша

## **Два предела по диаметру частицы катализатора, определяющих высоко-температурный тепломассообмен с активной газовой смесью**

*С учетом теплопотерь излучением проведен анализ критических, гистерезисных и устойчивых режимов высокотемпературного тепломассообмена, определяющих самовоспламенение, зажигание, самопроизвольное потухание и горение химической реакции на поверхности частицы катализатора в активной газообразной среде, содержащей окислитель, малые добавки горючего и инертное вещество. Нижний предел по диаметру обусловлен молекулярно-конвективным теплообменом между частицей катализатора и окружающим газом. Появление второго предела связано с теплопотерями излучением, причем в критическом условии воспламенения температура частицы меньше за температуру газа. При различных соотношениях температур газа и стенок, окружающие газ, на зависимостях критических значений концентрации активного компонента от диаметра катализатора возможно наличие либо минимумов, либо двух точек вырождения.*

Актуальной проблемой является эффективное использование катализаторов в дисперсном виде, представляющиеся из себя оксиды металла, например железа, а также металлы переходной группы, в качестве носителей которых являются кремниевые и углеродные частицы. Отметим, что интегральный коэффициент излучательной способности таких частиц очень высокий. Важной теплофизической задачей является выяснение механизмов и определение устойчивых и критических режимов тепломассообмена и кинетики каталитического окисления горючего газообразного вещества на катализаторе в зависимости от концентрации горючего, температуры газовой смеси и размера частиц катализатора. Эта задача в настоящее время является не достаточно решенной, особенно в той части, которая касается выяснения роли теплового излучения и его влияния на пределы, отделяющие области низкотемпературного каталитического окисления от высокотемпературного каталитического горения.

Уравнение для изменения температуры катализатора, на поверхности которой протекает гетерогенная экзотермическая химическая реакция первого порядка с учетом массопереноса горючего компонента, находящегося в газе в недостатке, имеет вид:

$$c_c \rho_c \frac{V_c}{S_c} \frac{\partial T}{\partial t} = q_{eff}, \quad T(t=0) = T_b, \quad (1)$$

$$q_{eff} = q_{ch} - q_g - q_w, \quad q_{ch} = Q_a k \rho_g C_a (1 + Se)^{-1}, \quad q_g = \alpha (T - T_g), \quad q_w = \varepsilon \sigma (T^4 - T_w^4),$$

$$Se = \frac{k}{\beta}, \quad k = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad \alpha = c_g \rho_g \beta Lu^{-1+m}, \quad \beta = \frac{D_g Nu}{d}.$$

В частном случае для нити катализатора, по которой протекает электрический ток с плотностью мощности нагрева  $q_j$ , эффективной температурой газа  $T_g$  является  $T_g = T_{g0} + q_j/\alpha$ , где  $T_{g0}$  – температура газовой смеси.

Здесь  $Q_a$  – тепловой эффект реакции, рассчитанный на килограмм горючего компонента;  $C_a$  – относительная массовая концентрация горючего компонента в воздухе,  $E$  – энергия активации каталитической реакции,  $Se$  – диффузионно-кинетическое отношение, число Семенова,  $Lu$  – число Льюиса,  $T_w$  – температура стенок;  $V_c, S_c$  – объем и площадь поверхности частицы катализатора.

### 1. Определение критических значений концентраций активного компонента и диаметра катализатора без учета теплотерь излучением.

В этом случае условие стационарности можно записать в виде:

$$Q_a C_a k \rho_g \left(1 + \frac{k}{\beta}\right)^{-1} = \alpha (T - T_g).$$

Концентрация активного компонента определяет стационарные значения температуры, используя предыдущее соотношение, согласно уравнению (рис.1):

$$C_a = \left(\frac{\beta}{k} + 1\right) \frac{T - T_g}{Q_a/c_g}. \quad (1)$$

Здесь принято  $Lu = 1$ , т.е.  $\alpha = \beta c_g \rho_g$ .

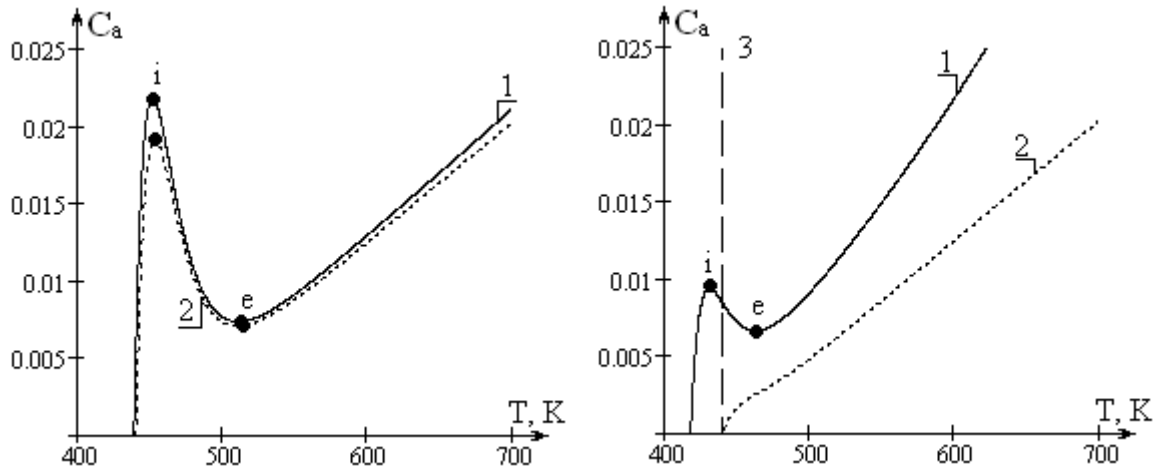
Критические условия воспламенения (т. **i**) и потухания (т. **e**) определяется условием  $\frac{\partial C_a}{\partial T} = 0$  [1], применяя которое получим условие для критического размера катализатора

$$\frac{k}{\beta} = \frac{T - T_g}{RT^2} E - 1 \quad \text{или} \quad \left(\frac{d}{Nu}\right)_{i,e} = \frac{D_g}{k} \left(\frac{T_{i,e} - T_{g,*}}{RT_{i,e}^2} E - 1\right). \quad (2)$$

Подстановка (2) в (1) дает возможность получить критическое значение концентрации активного компонента в зависимости от критической температуры частицы катализатора

$$C_{ai,e} = \frac{c_g (T_{i,e} - T_g)^2}{Q_a} \left(T_{i,e} - T_g - \frac{RT_{i,e}^2}{E}\right)^{-1}. \quad (3)$$

При не учете теплотерь излучением зависимости критических величин имеют классический характер. С ростом диаметра катализатора уменьшается критические значения концентрации, соответствующие воспламенению и потуханию (рис. 2). При некотором диаметре катализатора происходит вырождение критических условий (т. **γ**). Критические температуры, отвечающие беспламенному воспламенению и потуханию газов на поверхности катализатора больше, чем температура нагретого газа, т.е. частица нагревает газ.



**Рис. 1** Зависимости концентрации горючего от стационарной температуры с учетом (кривая 1) и без учета (кривая 2) теплопотерь излучением для различных диаметров а)  $d/Nu = 200$  мкм, б)  $d/Nu = 4000$  мкм. Расчет по (4) и (1) при  $T_g = 440$  К,  $T_w = 293$  К. Кривая 3 – температура газа.

Для аналитического определения точки вырождения (т.  $\gamma$ ) (рис. 2а) применим условие  $\frac{\partial C_{ai}}{\partial T} = 0$  к (3) (теплопотери излучением малы в этой точке). В результате получим, что температура катализатора в точке вырождения равна:

$$T_\gamma = \frac{T_g}{1 - 2RT_g/E}.$$

При этом концентрация активного компонента и диаметр катализатора, соответственно, равны:

$$C_{a\gamma} = \frac{4RT_g^2 c_g}{EQ_a} \frac{1}{1 - 4RT_g/E} \text{ и } \left( \frac{d}{Nu} \right)_\gamma = \frac{D_g}{k} (1 - 4RT_g/E).$$

Оценки значений температуры и концентрации активного компонента, проведенные, например, для температур газа 440К и 455К дал для  $T_\gamma$  значения 464К и 482К, а для  $C_{a\gamma} = 0.405\%$  и  $0.434\%$ , соответственно. Это говорит о существенном влиянии температуры газа на критические значения в точке вырождения.

Расчеты проводились при следующих значениях параметров:  $E = 139$  кДж/моль,  $k_0 = 13 \cdot 10^{13}$  м/с,  $Q_a = 13.3$  МДж/кгNH<sub>3</sub>;  $\rho_g = 0.785$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_g = 1030$  Дж/(кг·К),  $\lambda_g = 0.035$  Вт/(м·К),  $D_g = 0.429 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с (свойства воздуха рассчитаны для температуры 450 К и  $D_g = \lambda_g/c_g\rho_g$ ),  $\varepsilon = 0.15$ .

## 2. Определение критических значений концентраций и диаметра катализатора с учетом теплопотерь излучением.

С учетом теплопотерь излучением условие стационарности запишется в виде

$$Q_a C_a k \rho_g \left( 1 + \frac{k}{\beta} \right)^{-1} = \alpha (T - T_g) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_w^4).$$

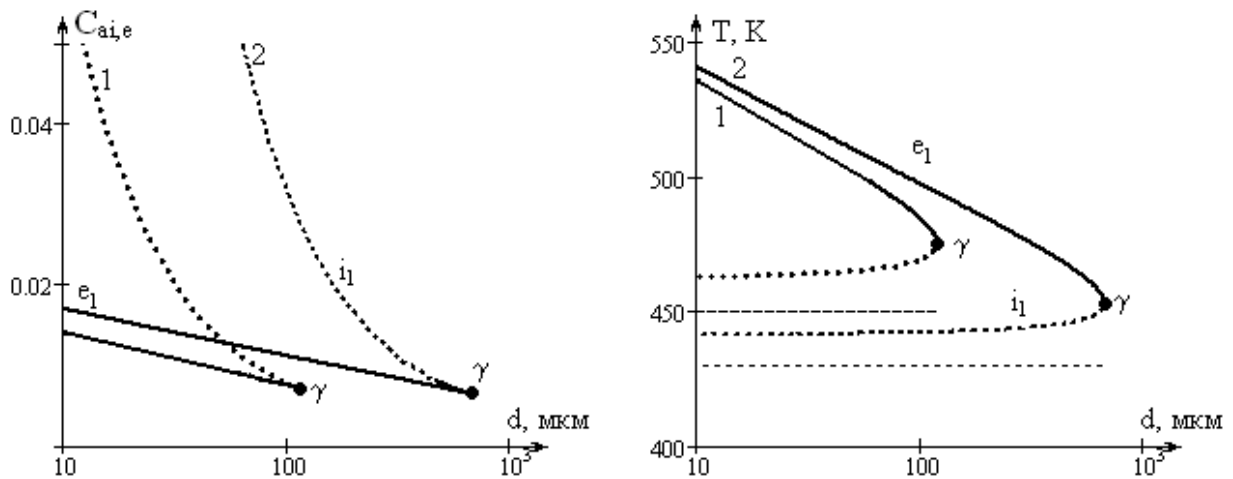


Рис. 2. Зависимость критических значений концентрации горючего (а), температуры (б) катализатора от диаметра частицы при 1)  $T_g = 450$  К, 2)  $T_g = 430$  К без учета теплотерь излучением. Расчет по формулам (2) и (3).

Теплообмен излучением, хотя может быть и мал (для платины  $\varepsilon = 0.15$ ), приводит к качественному изменению зависимости критического значения концентрации от диаметра. Для доказательства используем условие стационарности в виде:

$$C_a = \left( \frac{\beta}{k} + 1 \right) \left( \frac{c_g (T - T_g)}{Q_a} + \frac{\varepsilon \sigma (T^4 - T_w^4)}{Q_a \beta \rho_g} \right). \quad (4)$$

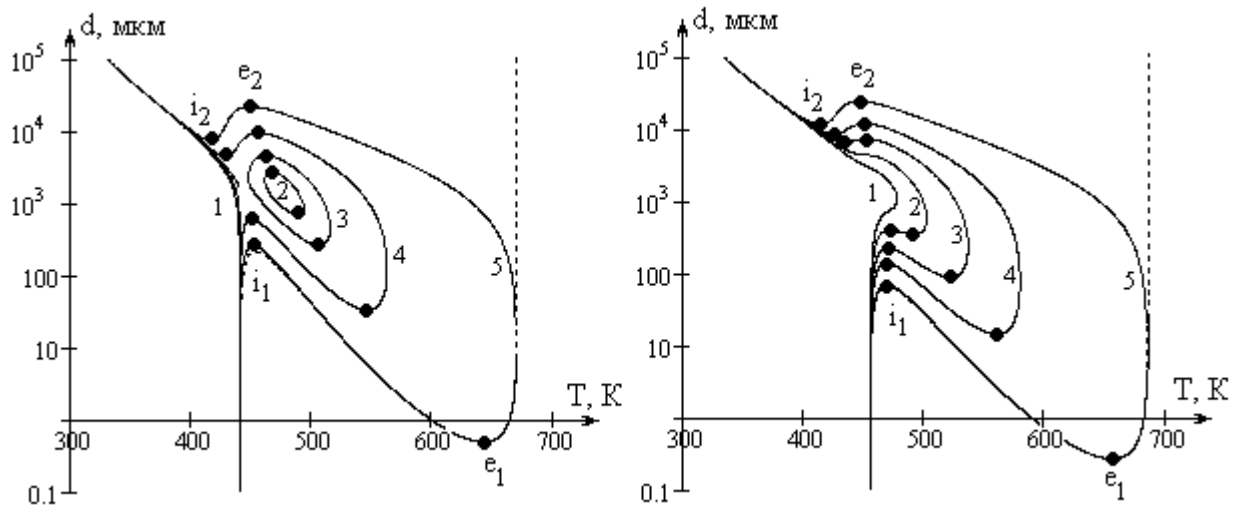
На рис. 1 представлены зависимости концентрации горючего от стационарной температуры с учетом и без учета теплотерь излучением. Для малых размеров частиц катализатора, когда теплотери излучением незначительны по сравнению с теплотерями с газом (рис. 1а), на критические параметры воспламенения и потухания слабо влияют теплотери излучением. В критических точках, соответствующие воспламенению (т.  $i_1$ ), характерно охлаждение катализатора холодным газом ( $T_i > T_g$ ).

Все изменяется при увеличении размера катализатора, когда относительный вклад теплотерь излучением становится существенным (рис. 1б). Учет теплотерь излучением приводит к наличию критических условий воспламенения и потухания, определяющие величину концентрации горючего, выше которой происходит самопроизвольный переход на высокотемпературный режим окисления. В критической точке воспламенения наблюдается нагревание частицы катализатора более нагретым газом ( $T_i < T_g$ ).

Для выяснения влияния теплотерь излучением на области по диаметру, в пределах которых возможно воспламенение или потухание частицы катализатора, проанализируем зависимость диаметра частицы катализатора от стационарной температуры. Данную зависимость нетрудно найти из (4), путем выделения отдельно диаметра через решение квадратного уравнения

$$A_g \left( \frac{\beta}{k} \right)^2 - 2A_0 \frac{\beta}{k} - A_w = 0,$$





**Рис. 3.** Зависимость диаметра частицы от стационарной температуры при различных концентрациях горючего при  $T_w = 300$  К (пунктир –  $q_w = 0$ ):

a)  $T_g = 440$  К: 1)  $C_a = 0.5\%$ , 2)  $C_a = 0.6\%$ , 3)  $C_a = 0.7\%$ , 4)  $C_a = 1.0\%$ , 5)  $C_a = 1.8\%$ .

b)  $T_g = 455$  К: 1)  $C_a = 0.4\%$ , 2)  $C_a = 0.5\%$ , 3)  $C_a = 0.7\%$ , 4)  $C_a = 1.0\%$ , 5)  $C_a = 1.8\%$ .

$$A_w = \frac{\varepsilon\sigma(T^4 - T_w^4)}{Q_a k \rho_g C_a}, \quad A_g = \frac{c_g(T - T_g)}{Q_a C_a}, \quad A_0 = \frac{1}{2}(1 - A_g - A_w).$$

Откуда, для малых размеров катализатора (больших коэффициентов тепло- и массообмена) связь между диаметром и стационарным значением температуры частицы можно описать зависимостью:

$$\frac{d}{Nu} = \frac{\lambda_g}{Q_a k C_a \rho_g} \frac{T - T_g}{A_0 + \sqrt{A_0^2 - A_g A_w}}, \quad (5)$$

а для больших размеров частиц (малых коэффициентов тепло- и массообмена):

$$\frac{d}{Nu} = \frac{\lambda_g Q_a C_a}{c_g} \frac{(A_0^2 + \sqrt{A_0^2 - A_g A_w})}{\varepsilon\sigma(T^4 - T_w^4)}. \quad (6)$$

На рис. 3 представлены зависимости диаметра частицы катализатора от стационарной температуры при различных концентрациях. Критические параметры коэффициентов тепло- и массообмена, характеризующие самопроизвольные переходы на высокотемпературную стадию окисления, определяются условиями:

$$\text{т. } i_1: \frac{\partial q_{eff}}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial d}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial q_{eff}}{\partial d} > 0, \quad \frac{\partial^2 d}{\partial T^2} < 0.$$

$$\text{т. } i_2: \frac{\partial q_{eff}}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial d}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial q_{eff}}{\partial d} < 0, \quad \frac{\partial^2 d}{\partial T^2} > 0.$$

Предельные высокотемпературные состояния тепломассообмена ( $T_e$ ,  $d_e$ ) или условия потухания, определяются условиями:

$$\text{т. } e_1: \frac{\partial q_{eff}}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial d}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial q_{eff}}{\partial d} < 0, \quad \frac{\partial^2 d}{\partial T^2} < 0.$$

$$\text{т. } e_2: \frac{\partial q_{\text{eff}}}{\partial T} = 0, \frac{\partial d}{\partial T} = 0, \frac{\partial q_{\text{eff}}}{\partial d} > 0, \frac{\partial^2 d}{\partial T^2} > 0.$$

Как следует из анализа рис.3, теплотери излучением приводят к появлению верхнего предела по диаметру, определяющий самовоспламенение частицы катализатора. В области диаметров частицы катализатора  $d_{i1} < d < d_{i2}$  наблюдается самовоспламенение, т.е. независимо от начальной температуры. А в областях диаметров частиц катализатора  $d_{e1} < d < d_{i1}$  и  $d_{i2} < d < d_{e2}$  воспламенение возникает в случае превышении начальной температуры частицы выше критического значения, которое определяется кривой соединяющие граничные точки данных интервалов.

При уменьшении концентрации в зависимости от температуры окружающего газа вырождение критических условий качественно происходит по-разному. При более низкой температуре газа при понижении концентрации сперва происходит вырождение критических условий самовоспламенения, а при более низкой концентрации и критических условий, соответствующих потуханию частицы катализатора (рис.3а).

При более высокой температуре вырождение критических условий воспламенения и потухания происходит одновременно (рис. 3б). При уменьшении концентрации окислителя сперва вырождаются верхние пределы по диаметру, а при более низкой концентрации горючего – нижние пределы по диаметру.

### 3. Аналитическое определение критических условий.

Для определения критических условий применим условие  $\frac{\partial C_a}{\partial T} = 0$ , в результате расчета которого получим квадратное уравнение относительно диффузионно-кинетического отношения (числа Семенова):

$$\left( \frac{T - T_g}{RT^2/E} - 1 \right) \left( \frac{\beta}{k} \right)^2 - \left( 1 - \frac{\varepsilon\sigma(T^4 - T_w^4)}{k\rho_g c_g RT^2/E} + \frac{4\varepsilon\sigma T^3}{k\rho_g c_g} \right) \frac{\beta}{k} - \frac{4\varepsilon\sigma T^3}{k\rho_g c_g} = 0,$$

Введя безразмерные величины:

$$A = \frac{4\varepsilon\sigma T^3}{k\rho_g c_g}, \quad D = \frac{\varepsilon\sigma(T^4 - T_w^4)}{k\rho_g c_g RT^2/E}, \quad 2B = 1 - D + A, \quad C = \frac{T - T_g}{RT^2/E} - 1.$$

получим квадратное уравнение

$$C \left( \frac{\beta}{k} \right)^2 - 2B \frac{\beta}{k} - A = 0.$$

Решением квадратного уравнения является

$$\frac{k}{\beta} = \frac{C}{B \pm \sqrt{B^2 + AC}}$$

или

$$d_{i,e} = \frac{D_g Nu}{k} \cdot \left( \frac{T - T_g}{RT^2/E} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\left( B \pm \sqrt{B^2 + AC} \right)}. \quad (7)$$

Критическое значение концентрации при подстановке (7) в (4) при этом

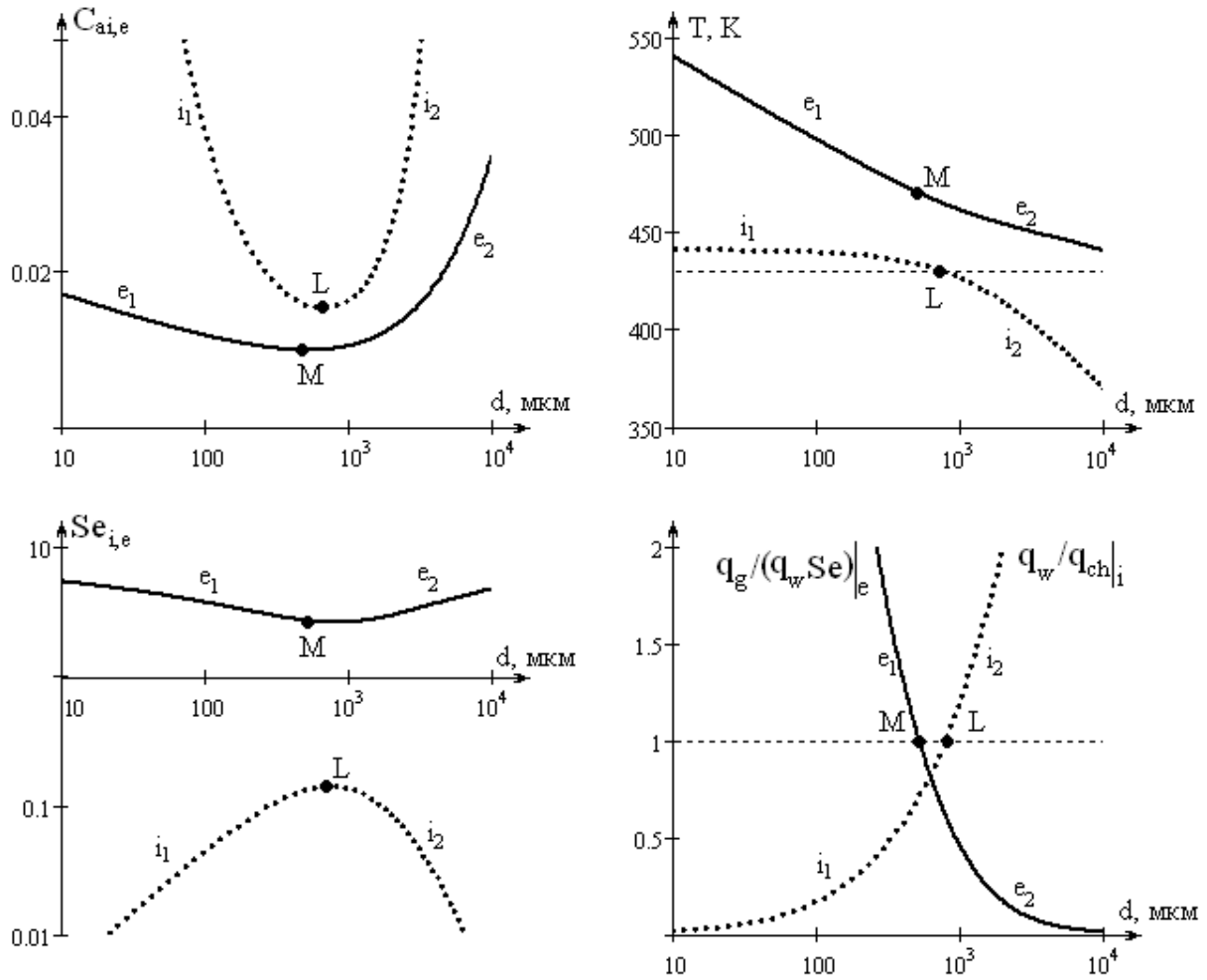


Рис. 4. Зависимость критических значений концентрации горючего (а), температуры (б) катализатора, числа Семенова (с) и отношения тепловых потоков (д) от диаметра частицы при  $T_g = 430$  К,  $T_w = 300$  К с учетом теплопотерь излучением. Расчет по формулам (7) и (8).

определится как

$$C_{ai,e} = \frac{c_g RT^2}{Q_a E} \left( 1 + C + D + \frac{1+C}{C} \left( B \pm \sqrt{B^2 + AC} \right) + \frac{DC}{B \pm \sqrt{B^2 + AC}} \right). \quad (8)$$

На рис. 4 представлена зависимость критического значения концентрации от размера частицы с учетом теплообмена излучением при температуре  $T_g = 430$  К,  $T_w = 300$  К. При данной температуре газа существует две критические зависимости концентрации от диаметра частицы.

Верхняя кривая (т. i, рис.4, кривая 2) определяет критические условия для самопроизвольного перехода на высокотемпературный режим окисления (воспламенения). На данной зависимости наблюдается минимум, который можно объяснить следующим образом. При малых диаметрах частицы с ростом размера уменьшается теплоотдача к более холодному газу (рис. 4б). Поэтому для воспламенения можно понизить концентрацию активного компонента в газовой среде. Вблизи точки минимума критическая температура воспламенения частицы близка к температуре газовой среды (практически равны). При дальнейшем увеличении диаметра газ уже нагревает частицу (критическая температура час-

тицы меньше температуры газа), но тем меньше, чем больше размер частицы. Помимо этого увеличивается относительная роль теплотерь излучением. Таким образом, для воспламенения необходимо повысить концентрацию кислорода. Влияние диаметра частицы на химическое тепловыделение мало, т.к. химическая реакция в критических точках протекает практически в кинетической области ( $Se_i < 0.2$ , рис.4с). Таким образом, теплотерь излучением определяют верхний предел по диаметру для воспламенения частицы. Напомним, что нижний предел воспламенения по диаметру определяется теплотерями с газом молекулярно-конвективным путем.

Для определения параметров точки минимума (т. L) на кривой воспламенения воспользуемся дополнительным условием  $\frac{\partial q_{eff}}{\partial d} = 0$ , что эквивалентно условию  $\frac{\partial C_a}{\partial d} = 0$ . Т.е. точка L характеризуется условиями

$$q_{eff} = 0, \quad \frac{\partial C_a}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial C_a}{\partial d} = 0. \quad (9)$$

Так, как в этой точке число Семенова намного меньше единицы, условие стационарности можно упростить к виду:

$$Q_a C_a k \rho_g = \alpha (T - T_g) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_w^4). \quad (10)$$

$$\text{или} \quad C_a = \frac{\beta c_g \rho_g (T - T_g) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_w^4)}{Q_a k \rho_g}. \quad (11)$$

Применив третье условие (9) к (11) получим  $T_i = T_g$ . Подстановка в условие стационарности (10) дает условие равенства в этой точке плотности мощности химического тепловыделения и плотности теплотерь излучением (рис. 3d):

$$\left. \frac{q_w}{q_{ch}} \right|_L = \frac{\varepsilon \sigma (T_g^4 - T_w^4)}{Q_a k (T_g) \rho_g C_a} = 1.$$

Применив второе условие (9) к (10), получим

$$-\frac{E}{RT^2} (\beta c_g \rho_g (T - T_g) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_w^4)) + \beta c_g \rho_g + 4\varepsilon \sigma T^3 = 0.$$

При подстановке  $T_i = T_g$  получим второе условие для т. L

$$-\frac{E}{RT_g^2} \varepsilon \sigma (T_g^4 - T_w^4) + \alpha + 4\varepsilon \sigma T_g^3 = 0$$

$$\text{или} \quad \frac{\varepsilon \sigma T_g^3 E}{\lambda_g Nu RT_g^2} d \left( 1 - \frac{4RT_g}{E} - \frac{T_w^4}{T_g^4} \right) = 1.$$

Из полученной формулы следует, что минимум на кривой воспламенения возможен только при условии, что  $T_w < T_g$ , а именно  $T_w < T_g \sqrt[4]{1 - 4RT_g/E}$ .

Нижняя кривая (т. е.) определяет критические условия потухания. При параметрах системы, лежащих выше данной кривой, наблюдается гистерезисный

режим. Частица может перейти на высокотемпературный режим окисления путем увеличения ее начальной температуры выше критического значения. Для этих точек массоперенос активного компонента к поверхности частицы имеет большое значение. Число Семенова  $Se_e$  в этих точках больше 2.5. Качественно ход кривой напоминает кривую воспламенения. При малых частицах основную роль в теплопотери вносит теплоотдача к более холодному газу. Поэтому необходимо уменьшить концентрацию активного компонента для вынужденного перехода на высокотемпературный режим окисления. Уменьшение с ростом диаметра массопереноса кислорода к поверхности частицы и, следовательно, химического тепловыделения существенное, но не определяющее. Поэтому темп падения критического значения концентрации с ростом диаметра более пологий, чем в случае кривой воспламенения.

В ростом диаметра увеличивается относительная роль в общих теплопотерях теплообмена излучением, а также уменьшается массоперенос кислорода к поверхности частицы и, следовательно, химическое тепловыделение. Таким образом, для вынужденного перехода на высокотемпературный режим окисления необходимо помимо повышения начальной температуры повысить концентрацию активного компонента.

Параметры для точки минимума на кривой потухания ( $t. M$ ) определяются аналогичными условиями, что и для  $t. L$  (только критерий Семенова в ней не является малым, а существенно больше единицы):  $q_{eff} = 0, \frac{\partial C_a}{\partial T} = 0, \frac{\partial C_a}{\partial d} = 0$ .

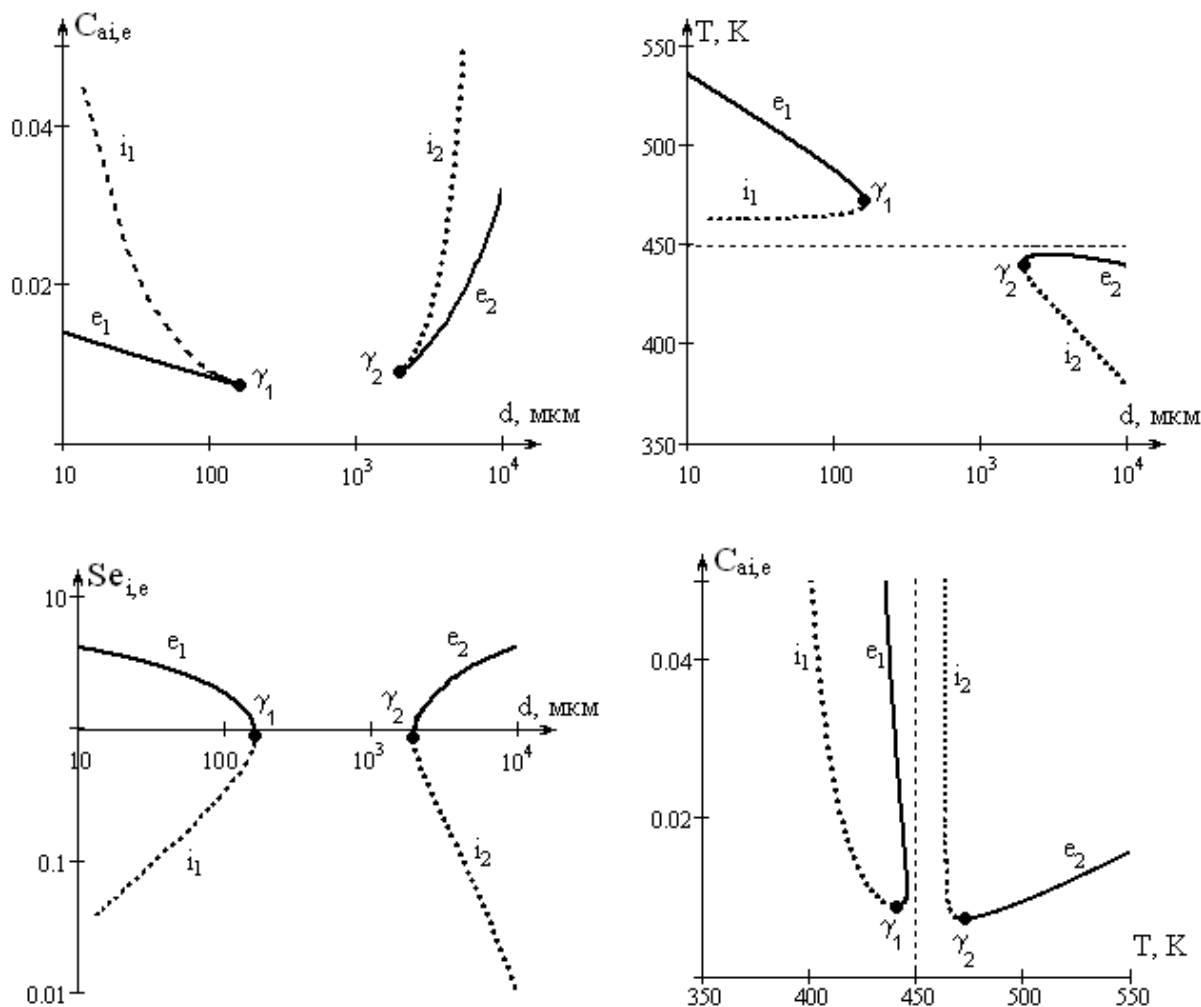
Используя условие стационарности (4) и условие минимума  $\partial C_a / \partial d = 0$ , получим для  $t. M$  соотношение между тепловыми потоками и диффузионно-кинетическим отношением:

$$\left. \frac{q_g}{q_w} \right|_M = \frac{\alpha(T_M - T_g)}{\varepsilon\sigma(T_M^4 - T_w^4)} = Se.$$

Выполнение этого условия дополнительно подтверждается на рис. 4d.

При **увеличении** температуры газа (рис. 5a) происходит качественное изменение критических зависимостей. Во-первых, в области малых размеров частиц катализатора критические зависимости ведут себя подобно, как и в отсутствие теплопотерь излучением (полуостров с точкой вырождения  $\gamma_1$ , сравним с рис. 3a и 3б, кривые 1). Во-вторых, в области больших размеров частиц также появляется полуостров с точкой вырождения  $\gamma_2$  (рис.5a). Критические температуры при больших диаметрах и при воспламенении, и при потухании меньше, чем температура нагретого газа, т.е. частица нагревается от газа.

Как и при более низкой температуре газа, существует область значений концентрации горючего, при которых существует четыре критических диаметра. А также существует область диаметров катализатора  $d_{\gamma_1} < d < d_{\gamma_2}$ , внутри которых происходит самопроизвольные переходы на высокотемпературный режим окисления независимо от начальной температуры и практически при любой концентрации активного компонента. При уменьшении концентрации активного компонента для этой области диаметров температуры каталитиче-



**Рис. 5.** Зависимость критических значений концентрации горючего (а), температуры (б) катализатора, числа Семенова (с) от диаметра частицы и концентрации горючего от температуры катализатора (д) при  $T_g = 450 \text{ K}$ ,  $T_w = 300 \text{ K}$  с учетом теплотерь излучением. Расчет по формулам (7) и (8).

ского горения приближаются к эффективной температуре окружающей среды, т.е происходит вырождение высокотемпературного окисления.

### Выводы.

Таким образом, в результате анализа устойчивости стационарной температурной зависимости концентрации окислителя получены в параметрическом виде зависимости критических значений температуры, размера частицы, концентрации окислителя и температуры газа. Показано, что при различных температурах газа теплотери излучением приводят к появлению верхнего предела по воспламенению и потуханию.

### Литература:

1. *Калинчак В.В., Черненко А.С., Мойса А.А.* Критические и устойчивые условия тепломассообмена химически активной частицы для реакции первого порядка // *Физика аэродисперсных систем.* – №. 46. – 2009. – С. 28-38.

2. Франк - Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987. – 502 с.
3. Мержанов А.Г., Барзыкин В.В., Абрамов В.Г. Теория теплового взрыва: от Н.Н. Семенова до наших дней // Химическая физика. – 1996. – Т.15, №6. – С.3-44.
4. Калинин В.В., Софронков А.Н., Черненко А.С., Мойса А.А., Головкин А.А. Критические условия и период индукции поверхностного горения газов на частицах катализатора. // Современные проблемы химической и радиационной физики. – Москва, Черноголовка: ОИХФ РАН. – 2009. – С. 33-36.

***Калинчук В.В., Черненко О.С., Сафронков О.Н., Калугин В.В.***

**Дві межі по діаметру частинки катализатора, що визначають високо-температурний тепломасообмін з активним газовим середовищем**

#### АНОТАЦІЯ

*З врахуванням тепловтрат випромінюванням проведено аналіз критичних, гістерезисних і стійких режимів високотемпературного тепломасообміну, що визначають самозаймання, запалювання, самовільне погасання й горіння хімічної реакції на поверхні частинки катализатора в активному газоподібному середовищі. Нижня межа по діаметру обумовлена тепловтратами теплопровідністю й конвекцією між частинкою катализатора і навколишнім газом. Поява другої межі пов'язана з тепловтратами випромінюванням, причому в критичній умові запалення температура частки менша за температуру газу. При різних співвідношеннях температур газу й стінок, що оточують газ, на залежностях критичних значень концентрації активного компонента від діаметра катализатора можливі наявність або мінімумів, або двох точок виродження.*

***Kalinchak V.V., Chernenko A.S., Safronkov A.N., Kalygin V.V.***

**Diameter two limits of the catalyst particle high temperature heat-mass exchange.**

#### SUMMARY

*Taking into account radiation heat losses, the analysis of critical, hysteresis, and stable regimes of high-temperature heat-mass exchange, which determine the spontaneous ignition, ignition, spontaneous extinction and combustion of a chemical reaction on the surface of catalyst particles in the active gaseous medium, is carried out. The diameter lower limit is determined with thermal conductivity heat losses and convection between catalyst particle and the surrounding gas. The appearance of the second limit is related to the radiation heat losses and at critical condition of ignition particle temperature is lower than gas temperature. For different ratios of the gas temperature and gas bounding walls temperature, the dependence of the critical concentrations of the active component versus the catalyst diameter will have or two minimums, or two points of degeneracy.*

## Теплообмен для модели “составной” капли

*Рассмотрена модель теплообмена для “составной” капли и проведено моделирование процесса теплообмена, полученные результаты времен прогрева для “составной” капли с точностью  $\sim 30\%$  совпадают с результатами вычислений, проведенными по формуле для “сплошной” капли, что считается вполне удовлетворительным, поэтому, несмотря на разные рассматриваемые физические модели капли, по которым получены формулы, ими можно пользоваться.*

Во многих случаях проведения эксперимента в потоке нагретого газа с каплями различных жидкостей подразумевается, что для исследования берется “сплошная” капля с определенным диаметром, а в действительности эксперимент проводился с “составной” каплей, т.е. жидкость обволакивает подвес определенного диаметра. Отметим, что характер теплообмена “сплошной” капли отличается от теплообмена “составной” капли, поэтому была поставлена задача, рассмотреть модель теплообмена для “составной” капли и провести моделирование процесса теплообмена.

Для теоретического рассмотрения появляется задача, когда дан “составной” шар, у которого при  $0 < r < a$  металл, а при  $a < r < b$  сферический слой с параметрами капли, где  $r$  переменный радиус сферы. При этом возникают контактные условия на границе раздела сред для температуры и тепловых потоков, на внешних поверхностях шара ставится условие теплообмена.

Шар радиуса  $b$  состоит из двух различных материалов: от  $r = 0$  до  $r = a$  из одного материала, и от  $r = a$  до  $r = b$  для другого вещества (рис.1).

На поверхности  $r = b$  происходит теплообмен с внешней средой температуры  $T_c$ . Начальная температура шара равна  $T_0$ , коэффициенты теплопроводности

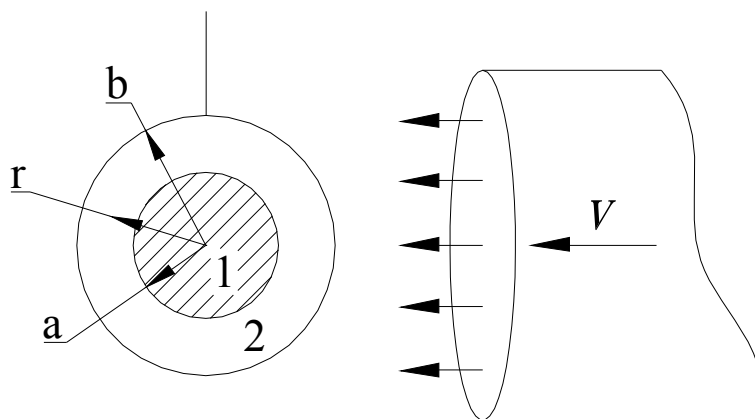


Рис.1. “Составная” капля, помещенная в поток нагретого воздуха.



сти  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , теплоемкости  $c_1$  и  $c_2$ , плотности  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ , соответственно для составных частей шара. Тогда температуропроводность для этих частей запишется как:

$$a_1^2 = \frac{\lambda_1}{c_1 \cdot \rho_1}, \quad a_2^2 = \frac{\lambda_2}{c_2 \cdot \rho_2}.$$

Решение задачи сводится к решению следующих уравнений теплопроводности в сферических координатах

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1^2 \left( \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right), \quad 0 < r < a, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2^2 \left( \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right), \quad a < r < b. \quad (2)$$

Начальные условия:

$$T_1|_{t=0} = T_0; \quad T_2|_{t=0} = T_0. \quad (3)$$

Условия сопряжения на границе раздела подвеса и капли

$$T_1 = T_2, \quad \text{при } r = a, \quad (4)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r}, \quad \text{при } r = a. \quad (5)$$

Граничное условия при  $r = b$  (условие теплообмена):

$$\frac{\partial T_2}{\partial r} + h(T_2 - T_c) = 0 \quad \text{при } r = b, \quad (6)$$

где  $h$  – отношение коэффициентов теплообмена  $\alpha$  и теплопроводности среды  $\lambda_c$ .

Произведем замену переменных:

$$u_1 = (T_1 - T_0)r, \quad u_2 = (T_2 - T_0)r. \quad (7)$$

Тогда

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2}, \quad 0 < r < a, \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2}, \quad a < r < b. \quad (9)$$

$$u_1|_{t=0} = 0; \quad u_2|_{t=0} = 0, \quad (10)$$

$$u_1|_{r=0} = 0. \quad (11)$$

Из условия сопряжения

$$u_1 = u_2, \quad \text{при } r = a, \quad (12)$$

$$\lambda_1 \left( a \frac{\partial u_1}{\partial r} - u_1 \right) = \lambda_2 \left( a \frac{\partial u_2}{\partial r} - u_2 \right), \quad \text{при } r = a. \quad (13)$$

Из (7), следует, что

$$T_2 = \frac{1}{r}u_2 + T_0.$$

Продифференцируем (7)

$$\frac{\partial T_2}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_2}{\partial r} - \frac{1}{r^2} u_2$$

и из (6) получим граничное условие при  $r = b$

$$\frac{\partial u_2}{\partial r} + \left( h - \frac{1}{b} \right) (u_2 - u_{20}) = 0, \quad \text{при } r = b, \quad (14)$$

где

$$u_{20} = \frac{hb}{h - \frac{1}{b}} (T_c - T_o).$$

Отметим, что Карслоу в работе [1] поставил задачу теплообмена составной капли, при условии поддержания постоянной температуры на внешней поверхности составной сферы, равной нулю, одна из которых представляла собой металлический шар, имеющий радиус  $a$ , коэффициент теплопроводности  $\lambda_1$ , теплоемкость на единицу объема  $c_1$ , а вторая – слой, который окружает шар из другого металла. Внешний радиус поверхности слоя равен  $b$ , теплопроводность  $\lambda_2$  и теплоемкость  $c_2$ .

Постановка задачи Карслоу отличается от рассматриваемой задачи, поскольку характер теплообмена у них разный.

Для некоторых задач связанных с рассмотрением теплообмена на поверхности шара им приведены решения, поэтому по аналогии с работой Карслоу выберем частные решения (8), (9) в виде

$$u_1 = A_1 \sin \beta r \cdot e^{-a_1^2 \beta^2 t}, \quad (15)$$

$$u_2 = \left[ A_2 \sin \mu \beta (r - a) + B_2 \sin \mu \beta (b - r) \right] e^{-a_1^2 \beta^2 t}, \quad (16)$$

где  $\mu = \frac{a_1}{a_2}$ ;  $\tau$  – время.

Проверка непосредственной подстановкой показала, что выражений (15) и (16) удовлетворяют системе уравнений (8) и (9).

Точно так же, как и в той же работах [1, 2] решения (15), (16) удовлетворяют условиям (11), (12), (13), если выполняются условия

$$A_1 \sin \beta a = B_2 \sin \mu \beta (b - a),$$

$$\lambda_1 A_1 [\beta a \cos \beta a - \sin \beta a] = \lambda_2 \left[ \mu \beta \sigma (A_2 - B_2 \cos(\mu \beta (b - a))) - B_2 \sin(\mu \beta (b - a)) \right],$$

где  $\sigma = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 \mu}$ .

В результате получим

$$A_2 = \Phi_1(\beta) A_1, \quad (17)$$

$$B_2 = \Phi_2(\beta) A_1, \quad (18)$$

где

$$\Phi_1(\beta) = \sigma \cos \beta a + \cos(\mu\beta(b-a)) \frac{\sin \beta a}{\sin(\mu\beta(b-a))} + \frac{1 - \mu\sigma \sin \beta a}{\mu \beta a},$$

$$\Phi_2(\beta) = \frac{\sin \beta a}{\sin(\mu\beta(b-a))}.$$

Выберем  $A_1$  из условия выполнения равенства (14) (в частности при  $\tau = 0$ ).

Подставив в (14) выражение частных решений (16) при  $\tau = 0$ , получим

$$A_2 \mu \beta \cos(\mu\beta(b-a)) - B_2 \mu \beta + \left(h - \frac{1}{b}\right) \cdot A_2 \sin(\mu\beta(b-a)) = u_{20} \left(h - \frac{1}{b}\right). \quad (19)$$

Выразим  $A_2$ ,  $B_2$  в (19) через  $A_1$  с помощью (17), (18). В результате получим

$$A_1 = \frac{u_{20} \left(h - \frac{1}{b}\right)}{\Phi_1(\beta) \left( \mu \beta \cos(\mu\beta(b-a)) + \left(h - \frac{1}{b}\right) \cdot \sin(\mu\beta(b-a)) \right) - \mu \beta \Phi_2(\beta)}. \quad (20)$$

Введем функцию

$$F(\beta) = \Phi_1(\beta) \cdot f(\beta) - \mu \beta \Phi_2(\beta),$$

где  $f(\beta) = \mu \beta \cos(\mu\beta(b-a)) + \left(h - \frac{1}{b}\right) \cdot \sin(\mu\beta(b-a))$ .

Тогда

$$A_1 = \frac{u_{20} \left(h - \frac{1}{b}\right)}{F(\beta)}.$$

Применяя операционный метод обоснованный [1], вычислим интеграл по контуру  $P$  (рис. 2). В результате придем к решениям в виде

$$u_1 = \frac{u_{20} \left(h - \frac{1}{b}\right)}{i\pi} \int_P \frac{\sin \beta r e^{-a^2 \beta^2 t}}{F(\beta) \beta} d\beta, \quad (21)$$

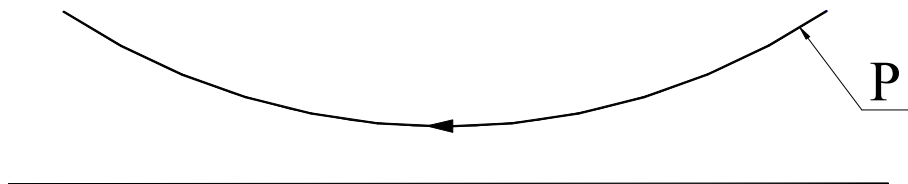


Рис. 2. Контур  $P$  в комплексной плоскости  $\beta$ .

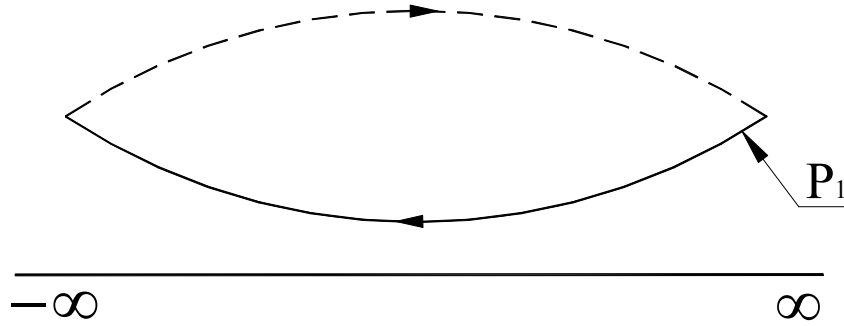


Рис. 3. Контур  $P_1$  в комплексной плоскости  $\beta$ .

$$u_2 = \frac{u_{20} \left( h - \frac{1}{b} \right)}{i\pi} \int_P \left[ \Phi_1(\beta) \sin(\mu\beta(r-a)) + \Phi_2(\beta) \sin(\mu\beta(b-r)) \right] \cdot \frac{e^{-a_1^2 \beta^2 t}}{\beta F(\beta)} d\beta. \quad (22)$$

Контур  $P$  (рис. 2) в плоскости  $\beta$ , так же как и у Карслоу [1] выбран так, что аргумент  $\beta$  при перемещении в бесконечность по правой ветви контура лежит в пределах от  $0$  до  $\frac{\pi}{4}$ , а при движении по левой ветви – между  $\frac{3}{4}\pi$  и  $\pi$ .

Выражения для  $u_1$  и  $u_2$  (21) и (22) удовлетворяют всем условиям задачи, что вытекает из самого способа их построения. Можно показать, что уравнение

$$F(\beta) = 0$$

имеет бесконечное множество действительных корней, которые не повторяются и каждому положительному корню соответствует равный по модулю отрицательный. Тогда, используя контур  $P_1$  (рис. 3) и теорему Коши [3], можно показать выполнение начальных условий (при  $t = 0$ ).

Построим контур  $Q$  (рис. 4), отобразив контур  $P$  (рис. 2) относительно вещественной оси и замкнув его дугами бесконечно большого радиуса. При этом легко показать, что интеграл по этим дугам исчезает [3].

Преобразуем формулы (21), (22) в интегралы по контуру  $Q$

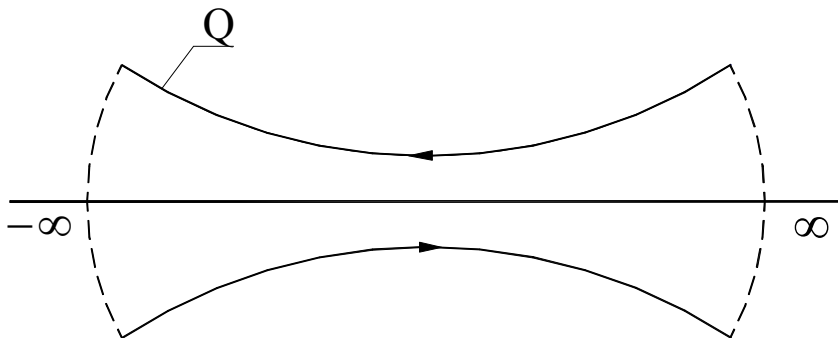


Рис. 4. Контур  $Q$  в комплексной плоскости  $\beta$ .

$$u_1 = \frac{hb(T_c - T_0)}{2i\pi} \int_Q \frac{\sin \beta r}{F(\beta)} \frac{e^{-a^2 \beta^2 t}}{\beta} d\beta, \quad (23)$$

$$u_2 = \frac{hb(T_c - T_0)}{2i\pi} \int_Q \left[ \Phi_1(\beta) \sin(\mu\beta(r-a)) + \Phi_2(\beta) \sin(\mu\beta(b-r)) \right] \frac{e^{-a^2 \beta^2 t}}{\beta F(\beta)} d\beta. \quad (24)$$

Так можно сделать потому, что подынтегральные выражения – четные функции  $\beta$ , а интегралы по дугам бесконечно большого радиуса (при  $\tau > 0$ ) равны нулю, что доказывается в теории функций комплексного переменного [4].

Заметим, что

$$F'(0) = hb.$$

Применим теорему Коши [3] к интегралам по контуру  $Q$  (5.23) и (5.24). Тогда

$$u_1 = (T_c - T_0)r + 2hb(T_c - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \beta_n r}{F'(\beta_n)} \frac{e^{-a^2 \beta_n^2 t}}{\beta_n},$$

$$u_2 = (T_c - T_0)r + 2hb(T_c - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \Phi_1(\beta_n) \sin(\mu\beta_n(r-a)) + \right.$$

$$\left. + \Phi_2(\beta_n) \sin(\mu\beta_n(b-r)) \right] \frac{e^{-a^2 \beta_n^2 t}}{\beta_n F'(\beta_n)}$$

Из (7) получаем выражения для искомым функций  $T_1$  и  $T_2$ :

$$T_1 = T_c + 2hb(T_c - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \beta_n r}{r} \frac{e^{-a^2 \beta_n^2 t}}{\beta_n F'(\beta_n)}, \quad \text{при } 0 < r < a, \quad (25)$$

$$T_2 = T_c + \frac{2hb(T_c - T_0)}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \Phi_1(\beta_n) \sin(\mu\beta_n(r-a)) + \right.$$

$$\left. + \Phi_2(\beta_n) \sin(\mu\beta_n(b-r)) \right] \frac{e^{-a^2 \beta_n^2 t}}{\beta_n F'(\beta_n)} \quad \text{при } a < r < b. \quad (26)$$

Ряды (25), (26) очень быстро сходятся (общий член рядов экспоненциально затухает), поэтому на верхнем пределе сумм вместо  $\infty$  достаточно поставить величину порядка нескольких единиц.

Таким образом, (25) и (26) дают искомое решение задачи, причем  $T_2(r, t)$  – это температура сферического слоя с параметрами материала капли.

Из (26) следует, что  $T_2(r, t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} T_c$ , т.е. при длительном нахождении капли в нагретой среде, ее температура сравнялась бы с температурой окружающей среды, если бы не происходило ее испарение.

Для установления времени прогрева капли, необходимо решить трансцендентное уравнение вида

$$T_2(r, t) \Big|_{r=(a+b)/2} = T_k, \quad (27)$$

где  $T_k$  – температура кипения капли, а  $T_2(r, t)$  – определяется (26).

Решение уравнения (27) проводят методом деления отрезка пополам в среде Mathcad [5]. Используя соответствующую разработанную программу, определяем время прогрева  $t_{np}$ .

Аналогичные вычисления времени прогрева проведем по известной формуле:

$$t_{np.} = \frac{2c_{жс}\rho_{жс}r_k^2}{3Nu\lambda_c} \cdot \ln \frac{\bar{T} - T}{T^* - T} \quad (28)$$

Отметим, что эта формула получена для “сплошной” капли.

Для проверки адекватности полученных результатов времени прогрева рассчитанных по (27) и (28) проведем их сравнение.

Используем значения для солярового масла [6]:  $T_o = 293$  К;  $T = 473$  К;  $\rho_{жс} = 900$  кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda_{жс} = 0.1163$  Вт/(м·К.);  $c_{жс} = 2093$  Дж/(кг·град.);  $\lambda_{г} = 0.0698$  Вт/(м·К.);  $T_{cp} = 1473$  К; диаметры капли 0.01·мм, 0.1 мм, 1.0 мм, 2.0 мм,  $Nu = 2$ .

Результаты вычислений времени прогрева приведены в табл. 1 для разных диаметров капли. При расчете по (27) диаметр подвеса приняли равным  $0.2 \cdot 10^{-6}$  м.

Как видно из таблицы результаты полученных значений вычисленных по формуле (28) и (27) совпадают с точностью  $\sim 30$  %, что считается вполне удовлетворительным. Поэтому, несмотря на разные рассматриваемые физические модели капли, по которым получены формулы, ими можно пользоваться.

С целью математического моделирования процесса теплообмена для “составной” капли проведем анализ полученного выражения для определения времени прогрева “составной” капли по разным характеристикам и свойствам жидкости.

**Таблица 1. Результаты вычислений времени прогрева**

Диаметр капли, мм	0.01	0.1	1.0	2.0
Время прогрева по (28), мс	3.72	3.72	372	1490
Время прогрева по (27), мс	4.88	4,77	478	1910

**Таблица 2.** Значения диаметры подвеса и диаметра капли

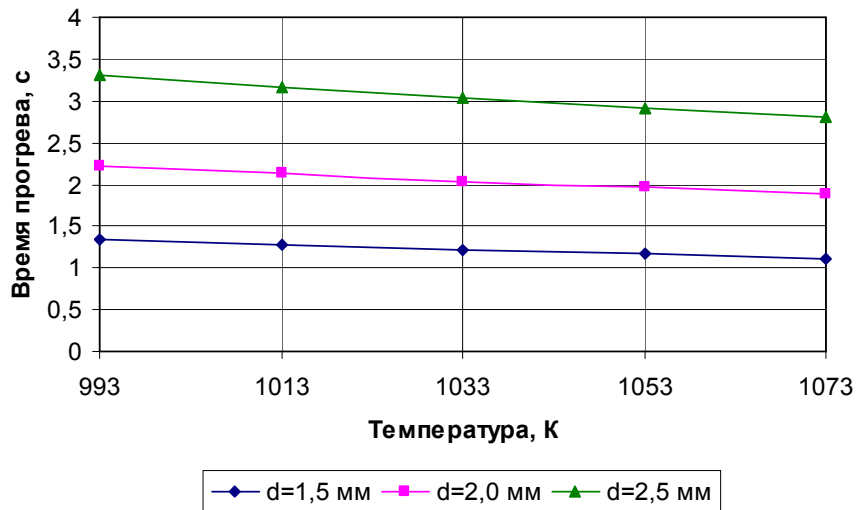
Диаметр подвеса, мм	Диаметр капли на подвесе, мм
0.75	1.3
0.85	1.5
0.95	1.7
1.1	1.9
1.1	2.0
1.2	2.1
1.3	2.3
1.4	2.5

**Таблица 3.** Характеристики рапсового масла и железа

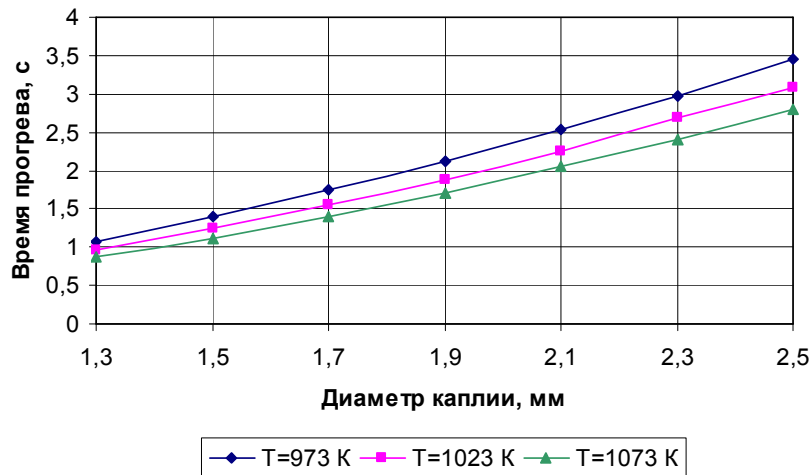
Характеристики	PM	Железо
Теплоемкость, $c$ , Дж/(кг·К.)	2179	460
Плотность, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	916	7800
Теплопроводность, $\lambda$ , Вт/(м·К.)	0.175	45
Температура кипения, $T$ , К	703	–

**Таблица 4.** Свойства нагретого воздуха до определенной температуры

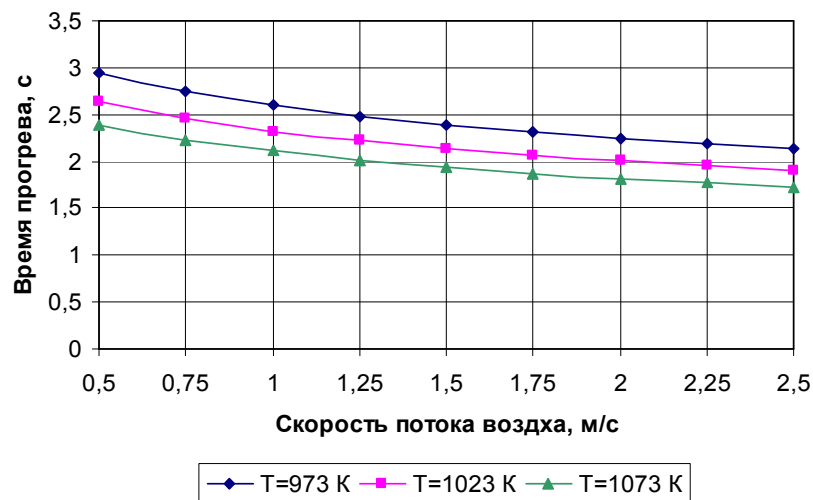
Температура, К	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Динамическая вязкость, $10^7$ кг/(м·с)
973	0.362898	417.0
993	0.35547	422.2
1013	0.348502	427.4
1023	0.345142	430.0
1033	0.341782	432.6
1053	0.335153	437.8
1073	0.329041	443.0



*Рис. 5. Зависимость времени прогрева “составной” капли от температуры потока воздуха, при скорости потока 1.7 м/с*



*Рис. 6. Зависимость времени прогрева “составной” капли от размеров, при скорости потока 1.7 м/с*



*Рис. 7. Зависимость времени прогрева “составной” капли от скорости потока воздуха, при диаметре 2 мм*



Для проведения математического моделирования возьмем различные диаметры подвеса и соответственно определим диаметр полученной капли (жидкого слоя и подвеса). Эти данные представлены в табл. 2.

В качестве исследуемого слоя жидкости выберем рапсовое масло, а материалом подвеса – железо.

Характеристики рапсового масла (РМ) и железного подвеса приведены в табл. 3. “Составная” капля помещается в нагретый поток воздуха. В табл. 4 приведена температура, при которой находится “составная” капля и свойства воздуха при этих температурах.

Данные характеристики и свойства подставляем в программу в среде Mathcad для решения выражения (27), в условиях, в которых находится “составная” капля. Построим зависимости времени прогрева от температуры потока воздуха, при скорости потока 1.7 м/с (рис. 5), от размеров “составной” капли, при скорости потока 1.7 м/с (рис. 6), от скорости потока воздуха  $v$ , при диаметре 2 мм (рис. 7).

Полученные зависимости могут быть полезны для сопоставления результатов математического моделирования с данными физического эксперимента по определению времени прогрева “составной” капли.

#### Литература:

1. Теория теплопроводности // Г.С. Карслоу; пер. с англ. А.А. Померанцева, Е.Г. Швидковского // под ред. А.С. Предводителя. – М.: ОГИЗ, ГИТТЛ, 1947. – 288 с.
2. Теплопроводность твердых тел // Г.С. Карслоу, Д.К. Егер; пер. с англ. А.А. Померанцева. – М.: Наука, 1964. – 487 с.
3. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного: учебник для вузов // Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М.: Наука, 1989. – 464 с.
4. Основы теории аналитических функций комплексного переменного : учебник для вузов // А.В. Буцадзе. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
5. Численные методы: учебное пособие для вузов // Е.А. Волков. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
6. Сжигание мазута в топках котлов // В.А. Адамов. – Л.: Недра, 1989. – 304 с.

**Селіванов С.Є.**

## **Теплообмін для моделі “складової” краплі**

### **АНОТАЦІЯ**

*Розглянута модель теплообміну для “складовій” краплі й проведене моделювання процесу теплообміну, отримані результати часів прогріву для “складовій” краплі з точністю ~ 30 % збігаються з результатами обчислень, проведеними за формулою для “суцільної” краплі, що вважається цілком задовільним, тому, незважаючи на різні розглянуті фізичні моделі краплі, по яких отримані формули, ними можна користуватися.*

**Selivanov S.E.**

## **Heat exchange for the model of “component” drop**

### **SUMMARY**

*The model of a “component” drop heat exchange is considered and the modeling of heat exchange process is carried out. Obtained results of warming up times for a “component” drop with exactness ~ 30 % coincide with the results of calculations, carried out for “continuous” drop. This is considered to be satisfactory; therefore, despite the different modeling approach of the drop, in scope of which equations are received, the latest may be used.*

**Кириян С.В., Алтоиз Б.А.**

*Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова,  
кафедра физики твердого тела*

### **Вязкостно-температурные характеристики структурно-неоднородных прослоек немезогенных предельных углеводов**

*Исследовано влияние температуры на свойства структурно-неоднородных прослоек алифатических немезогенных предельных углеводов, таких как *n*-гексадекан и минеральное моторное масло. Установлено отличие вязкостно-температурных характеристик препаратов в «объеме» и тонкой прослойке. Это объясняется значительной ролью в последней пристенных структурированных слоев с повышенной вязкостью. В рамках реологической модели таких слоев «постоянной вязкости» показано, что с температурой слои плавятся, а ориентационная упорядоченность в них уменьшается.*

Образование вблизи твердой подложки структурированных эпитропно-жидкокристаллических (ЭЖК) слоев в ряде немезогенов с анизометричной формой молекул приводит к заметному отличию физических свойств тонких прослоек жидкости от их свойств в «объемной» фазе [1]. Так, наличие этих слоев в углеводородных смазочных жидкостях [2] и их базовых компонент (в частности, предельных углеводов [3]) в достаточно тонкой прослойке за счет ее частичного структурирования проявляется в оптической анизотропии последней [4]. Кроме того, и измеряемая – «эффективная» вязкость такой прослойки отличается от вязкости «объемной» жидкости<sup>1</sup>. Заметная структурная неоднородность микронных прослоек предельных углеводов, входящих в основу смазочных масел, определяя неньютоновский характер вязкого течения [6–8], значительным образом влияет на диссипативные свойства смазки [1, 9], особенно в трибоузлах, работающих в режиме смешанного трения. Одним из основных факторов, определяющим безотказную работу трибосопряжения, является диапазон его эксплуатационных температур, верхний предел которых для ДВС составляет  $T < 400$  К. Известно, что высокие температуры приводят к значительным изменениям свойств смазочных жидкостей, в частности срабатыванию их присадок [10] (противоизносных, вязкостных). В тонких прослойках свойства жидкости связаны с температурой из-за зависимости от нее структуры ЭЖК. Влияние предварительного прогрева масла на свойства приповерхностного структурированного слоя исследовалось [4] методом измерения двулучепреломления (ДЛП) в его тонких ( $D \sim 10$  мкм) прослойках между стальными подложками щелевого световода. Изучалась взаимосвязь величины оптической

---

<sup>1</sup> Это обстоятельство, по-видимому, следует учитывать при использовании известной [5] вискозиметрической методики для расчета молярной массы полимеров по результатам измерения вязкости их растворов в микронных прослойках ротационных вискозиметров.

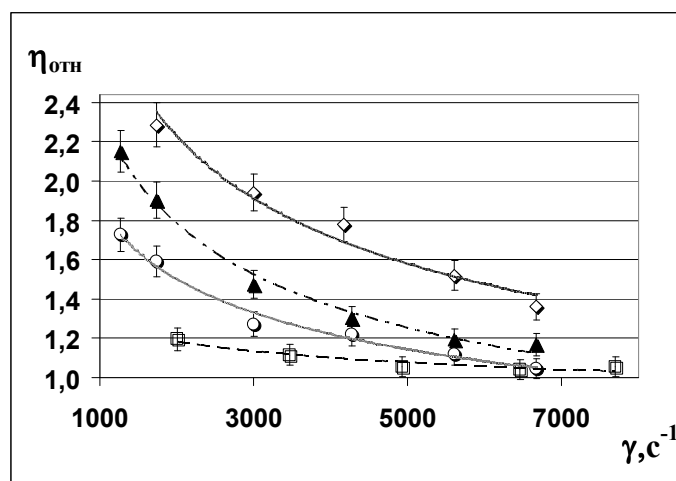
анизотропии ( $\Delta n$ ), появление которой обусловлено наличием ЭЖК на ограничивающих прослойку подложках, с предварительным прогревом ( $T \sim 360$  К) жидкости. Было установлено, что предварительный прогрев масляных прослоек отрицательно сказывается на структурных свойствах их ЭЖК. Так, уменьшение величины оптической анизотропии свидетельствовало о разрушении структурной упорядоченности пристеночных слоев углеводородного моторного масла на смешанной основе. Однако больший интерес представляет исследование свойств таких прослоек (включающих ЭЖК) непосредственно при их течении и в температурном диапазоне прогрева масла, который соответствует пусковому режиму работы двигателя. Как правило, такой режим обычно характеризуется повышенным износом рабочих поверхностей трения. Это связано с тем, что при этом толщина ( $D \sim 0.1-1$  мкм) масляной прослойки обычно недостаточна для реализации бесконтактного взаимодействия поверхностей трения. В этом случае противоизносные характеристики прослоек смазки в триадах трения в значительной мере определяются наличием и свойствами их ЭЖК слоев.

Поэтому целью работы явилось исследование влияния температуры на свойства структурированных ЭЖК слоев, существующих в тонкой прослойке триады трения. Эта задача решалась на основании анализа результатов исследования структурно-реологических свойств таких прослоек немезогенных алифатических жидкостей в диапазоне пусковых температур двигателя. В качестве объектов исследования были выбраны представитель гомологов нормальных алканов – н-гексадекан ( $C_{16}H_{34}$ ) и минеральное моторное масло SAE 15W40. Изучалось влияние температуры и скорости сдвигового течения на вязкость этих жидкостей в их тонких (толщиной  $D = 1.5$  мкм) прослойках между стальными подложками. Для этого по методике, описанной в [11], ротационным вискозиметром измерялись коэффициенты их «эффективной вязкости»  $\eta_{эфф}$  при фиксированных температурах и различных скоростях сдвиговой деформации. Значения полученных при этом коэффициентов сравнивались с коэффициентами  $\eta_{об}$  вязкости тех же жидкостей в «объеме».

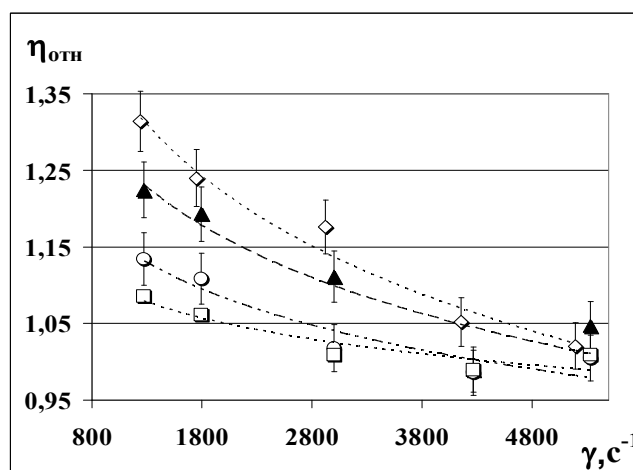
Последние определялись вискозиметрами Оствальда, в которых за счет значительных диаметров ( $\varnothing \sim$  мм) капилляров относительное содержание структурированных слоев и влияние их на эффективную вязкость жидкости ничтожно.

Наблюдаемое отличие коэффициента  $\eta_{эфф}$  в тонких прослойках от его значения  $\eta_{об}$  в «объеме» ( $\eta_{эфф}/\eta_{об} \neq 1$ ) свидетельствовало о наличии в этих прослойках пристеночных структурированных слоев. Экспериментальные зависимости величины безразмерной (относительной) вязкости ( $\eta_{отн} = \eta_{эфф}/\eta_{об}$ ) исследовавшихся жидкостей от скорости сдвиговой деформации  $\gamma$  ( $c^{-1}$ ) использовались для установления их реологических особенностей в прослойке и влияния на последние температуры. Соответствующие реологические кривые –  $\eta_{отн} = f(\gamma)$  для прослоек н-гексадекана и масла SAE 15W40 толщиной 1.5 мкм в температурном диапазоне  $T \sim 295 - 322$  К представлены на рис.1 и рис.2.

Как видно из рисунков, вплоть до значительной ( $\gamma \sim 5000$   $c^{-1}$ ) скорости деформации эффективная вязкость  $\eta_{эфф}$  обеих жидкостей в прослойке выше ( $\eta_{отн} > 1$ ) их вязкости в «объеме»  $\eta_{об}$ .



**Рис. 1.** Зависимость относительной вязкости  $\eta_{отн}$  *n*-гексадекана в прослойке толщиной  $D \sim 1.5$  мкм от приложенных скоростей деформаций  $\gamma$ .  
*T, K:*  $\diamond$  – 295;  $\blacktriangle$  – 308;  $\circ$  – 318;  $\square$  – 322.

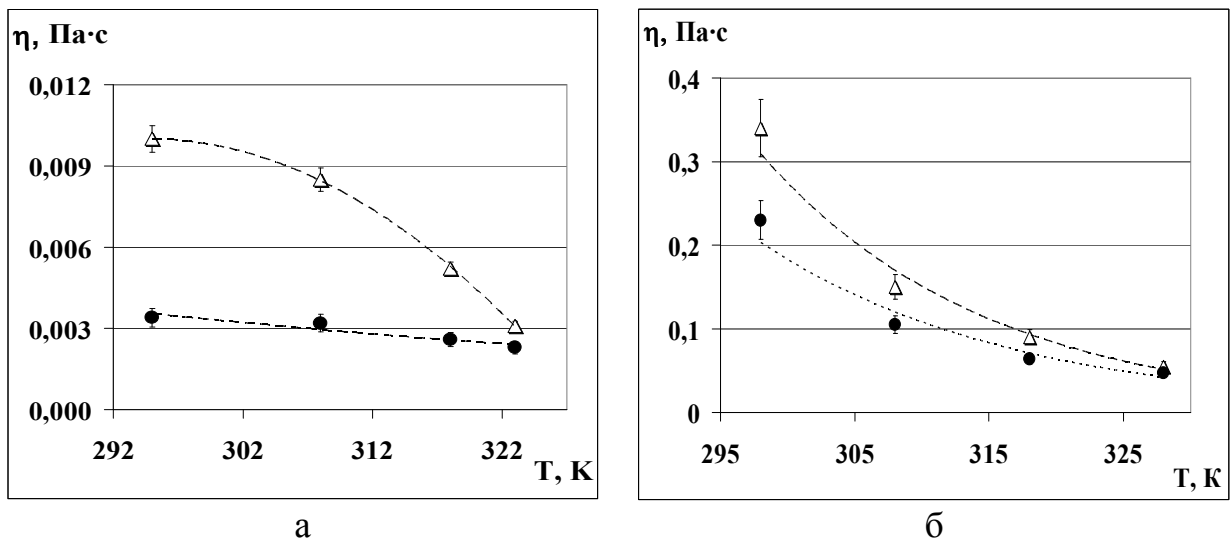


**Рис. 2.** Зависимость относительной вязкости  $\eta_{отн}$  минерального масла SAE 15W40 в прослойке толщиной  $D \sim 1.5$  мкм от приложенных скоростей деформаций  $\gamma$ .  
*T, K:*  $\diamond$  – 296;  $\blacktriangle$  – 310;  $\circ$  – 321;  $\square$  – 328.

Это, как и ранее [11], указывает на то, что прилегающие к подложкам триады слои более вязкие и ориентация молекул в них – гомеотропная.

Уменьшение эффективной вязкости  $\eta_{эфф}$  структурно неоднородной прослойки с ростом сдвиговой деформации  $\gamma$  можно объяснить разрушением – «срезанием» ЭЖК слоев течением и переходом их при  $\gamma > 5000 \text{ c}^{-1}$  из структурированного состояния в изотропное, для которого  $\eta_{эфф} \approx \eta_{об}$ . Увеличение температуры приводит к смещению представленных на рис. 1,2 реологических кривых  $\eta_{отн} = f(\gamma)$  в сторону уменьшения вязкостей  $\eta_{отн}$ , что свидетельствует о разрушении ориентационной упорядоченности в ЭЖК слоях (их «последном плавлении» [1]) и с ростом температуры.

Отмеченное влияние последней приводит к различию и вязкостно-температурных свойств исследовавшихся жидкостей в состоянии тонкой про-

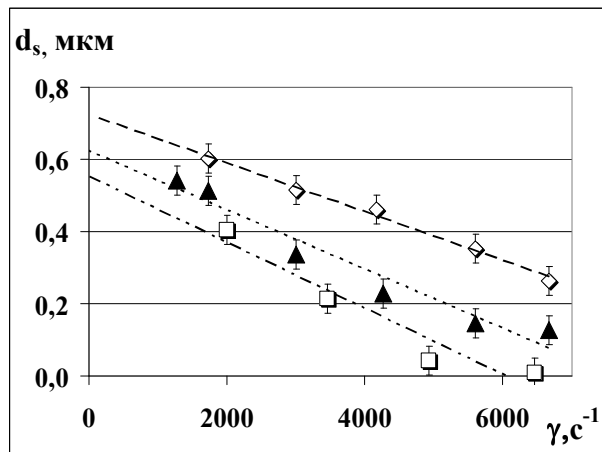


**Рис.3.** Вязкостно-температурные зависимости *n*-гексадекана (а) и масла SAE 15W40 (б):  
 ● – вязкость жидкостей в «объеме»  $\eta_{об}$ , измеренная капиллярным ( $\varnothing=2.62$  мм) вискозиметром,  $\Delta$  – эффективная вязкость  $\eta_{эфф}$  жидкостей в зазоре ( $D\sim 1.5$  мкм) ротационной пары вискозиметра.

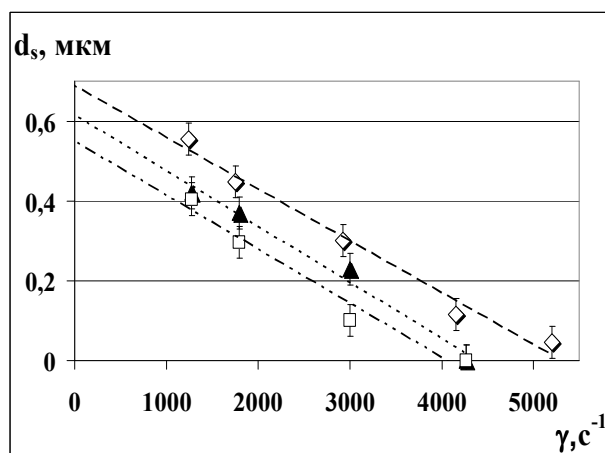
слойки (в которой содержание и роль структурированных пристенных слоев значительна) и в объеме. Вязкостно-температурные зависимости  $\eta = f(T)$  жидкостей в прослойках 1.5 мкм можно установить из приведенных (на рис.1 и рис.2) экспериментальных реологических кривых для этих прослоек при различных температурах. Такие искомые зависимости представлены на рис.3 для значений «предельных» коэффициентов вязкости жидкостей (их величине, экстраполированной к скорости деформации  $\gamma \rightarrow 0$ , т.е. при отсутствии течения) при соответствующих температурах.

Установленное отличие свидетельствует о том, что в режиме эксплуатационных температур заявленные в паспортных данных вязкостно-температурные свойства смазочного материала могут не соответствовать реальным – в условиях его «работы» в трибосопряжении. Следовательно, и его индекс вязкости, не учитывающий поправку, обусловленную возможной структурной неоднородностью тонких прослоек, не вполне отражает соответствующие свойства смазки, в частности в режимах смешанного трения, в которых роль ЭЖК значительна.

Для оценки влияния температуры на структурные параметры собственно приповерхностных структурированных слоев в работе использовалась структурно-реологическая модель течения прослойки с ЭЖК слоями «постоянной вязкости» [11]. В этом их представлении модель позволяет получить зависимость толщины  $d_s$  «вязкого» ЭЖК слоя от скорости деформации  $\gamma$ . В свою очередь, из этой зависимости можно рассчитать начальную (в отсутствие течения при  $\gamma \rightarrow 0$ ) толщину  $d_{0s}$  модельного слоя и степень структурной упорядоченности молекул в нем, определяемую введенным параметром «гидродинамической прочности» слоя  $\gamma^*$  [11].



**Рис. 4.** Расчетные зависимости толщины ЭЖК слоя (в его модели «постоянной вязкости») от скорости деформации в прослойке *n*-гексадекана толщиной  $D \sim 1.5$  мкм.  
 $T, K$ :  $\diamond$  – 295;  $\blacktriangle$  – 308;  $\square$  – 322.



**Рис. 5.** Расчетные зависимости толщины ЭЖК слоя (в его модели «постоянной вязкости») от скорости деформации в прослойке минерального масла SAE 15W40 толщиной  $D \sim 1.5$  мкм.  
 $T, K$ :  $\diamond$  – 296;  $\blacktriangle$  – 310;  $\square$  – 328.

Используя экспериментальные реологические кривые (рис. 1,2), в рамках принятой модели были рассчитаны искомые зависимости  $d_s = f(\dot{\gamma})$  для ЭЖК слоя в тех же тонких ( $D \sim 1.5$  мкм) прослойках *n*-гексадекана и масла SAE 15W40 (рис. 4, 5).

Как следует из представленных графиков, удвоенная начальная толщина модельного ЭЖК слоя  $2d_{0s}$  соизмерима с толщиной прослойки  $D$ , что свидетельствует о структурированности прослойки по всему ее объему. С увеличением температуры (от 295 до 328 К) начальная толщина слоя  $d_{0s}$  несколько уменьшается (от  $\sim 0.7$  до  $\sim 0.55$  мкм). В рамках представленной модели это объясняется появлением в центральной области прослойки изотропной жидкости в результате разрушения ориентационной упорядоченности молекул пристеночных структурированных слоев. Этим же объясняется и уменьшение

«гидродинамической прочности» слоя:  $\gamma^*(295 \text{ K}) \sim 7000 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma^*(308 \text{ K}) \sim 5000 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma^*(322 \text{ K}) \sim 3500 \text{ с}^{-1}$  для н-гексадекана и  $\gamma^*(296 \text{ K}) \sim 3500 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma^*(310 \text{ K}) \sim 3000 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma^*(328 \text{ K}) \sim 2500 \text{ с}^{-1}$  для масла SAE 15W40, соответственно.

Таким образом, экспериментально установлено, что между стальными подложками модельной триады трения вязкостно-температурные свойства тонких прослоек немезогенных алифатических жидкостей не соответствуют характеристикам, устанавливаемым стандартными методиками при измерении вязкости препаратов в «объеме». Объясняется это с тем, что в тонкой прослойке заметнее проявляется наличие на ограничивающих ее подложках пристеночных слоев с вязкостью, отличной от вязкости изотропной фазы жидкости. Характер изменения структурных параметров этих слоев, рассчитанных в их модели «постоянной вязкости», свидетельствует о том, что с ростом скорости течения и повышением температуры уменьшается толщина слоя и степень ориентационной упорядоченности молекул в нем.

### Литература:

1. Алтоиз Б.А., Поповский Ю.М. Физика приповерхностных слоев жидкости. – Одесса: Астропринт, 1996. – 153 с.
2. Кириян С.В. Прослойки масел на синтетической основе в модельных статической и динамической триадах трения // Межд. Научн.-технич. Конф. Полкомтриб – 2009. – Гомель. – 2009. – С. 103–104.
3. Kiriyan S.V., Shatagina E.A., Shatagina H.A., Bytenko A.F. Normal alkanes' adjacent-to-wall molecular order // Сборн. Тез. Междн. Конф. Эврика. – Львов. – 2009. – С 44.
4. Алтоиз Б.А., Кириян С.В., Поповский А.Ю. Структурированные приповерхностные слои синтетических и полусинтетических масел на подложке с профилированным микрорельефом // Физика аэродисперсных систем. – Одесса. – 2007. – В. 44. – С. 58–66.
5. Рафиков С.Р., Павлова С.А., Твердохлебова И.И. Методы определения молекулярных весов и полидисперсности высокомолекулярных соединений. – М., 1963. – 335 с.
6. Алтоиз Б.А., Кириян С.В. Структурированность масляных прослоек и повышение эффективности эксплуатации узлов трения // Тез. Докл. III Межд. Конф. «Современные проблемы триботехники», Николаев. – 2009. – С. 59–60.
7. Кириян С.В., Алтоиз Б.А. Гетерофазные микронные прослойки немезогенных смазочных жидкостей в сдвиговом течении // 2 Конф. Молод. Ученых «Реолог. гетерофазных систем». – Звенигород. – 2009. – С. 113–114.
8. Кириян С.В., Бутенко А.Ф., Шатагина А.А., Шатагина Е.А. Вязкость синтетических масел и возможность их идентификации // Тр. науч.-практ. конф. «Аналит. контр. качест. и безопасн. веществ и материалов». – Одесса. – 2007. – С. 147–151.
9. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения. – М. : Наука, 1964. – 541 с.



10. Шевеля В.В., Олександренко В.П. Трибохимия и реология износостойкости. – Хмельницкий, 2006. – 278 с.
11. Алтоиз Б.А., Асланов С.К., Бутенко А.Ф. Ротационный вискозиметр для исследования микронных прослоек // Физика аэродисперсных систем. – 2005. – №. 42. – С. 53–65.

**Кіріяч С.В., Алтоїз Б.А.**

**В'язкісно-температурні характеристики структурно-неоднорідних прошарків немезогенних граничних вуглеводнів**

**АНОТАЦІЯ**

*Досліджено вплив температури на властивості структурно-неоднорідних прошарків аліфатичних немезогенних граничних вуглеводнів, таких як n-гексадекан і мінеральне моторне мастило. Встановлено відміну в'язкісно-температурних характеристик препаратів в «об'ємі» і тонкому прошарку. Це пояснюється значною роллю в останній приповерхневих структурованих шарів з підвищеною в'язкістю. У рамках реологічної моделі таких шарів «постійної в'язкості» показано, що з температурою шари плавляються, а орієнтаційна впорядкованість у них зменшується.*

**Sergiy V. Kiriyan, Boris A. Altoiz**

**Viscosity-temperature dependences of non-mesogenic saturated hydrocarbon structurally inhomogeneous interlayers**

**SUMMARY**

*Temperature influence upon properties of structurally inhomogeneous interlayers of aliphatic non-mesogenic saturated hydrocarbons such as n-hexadecane and mineral motor oil is researched. Thin interlayer and «volume» viscosity-temperature dependence differences are determined. It's connected with interlayer's higher viscosity wall-adjacent layers significant influence. It's shown in scope of rheological model of such «constant viscosity» layer that temperature rise leads to layer melting and its orientation ordering fracture.*

**Костенюк В.В. \*, Дорошенко А.В. \*, Глауберман М.А. \*\***

*\*Одесская государственная академия холода,  
\*\*ННВЦ при ОНУ имени И.И. Мечникова*

## **Математическая модель полимерного солнечного коллектора**

*Разработана математическая модель солнечного коллектора, основанного на использовании многоканальных многослойных полимерных структур, для прогнозирования результатов натурных испытаний разрабатываемых солнечных систем. Модель обеспечивает анализ тепловых потерь, обусловленных механизмами конвекции и радиации, оптимизацию, как принципиальной компоновки полимерных солнечных коллекторов, так и геометрических размеров всех основных элементов. Показано, что расчетные и экспериментальные результаты находятся в хорошем соответствии.*

### **1 Введение**

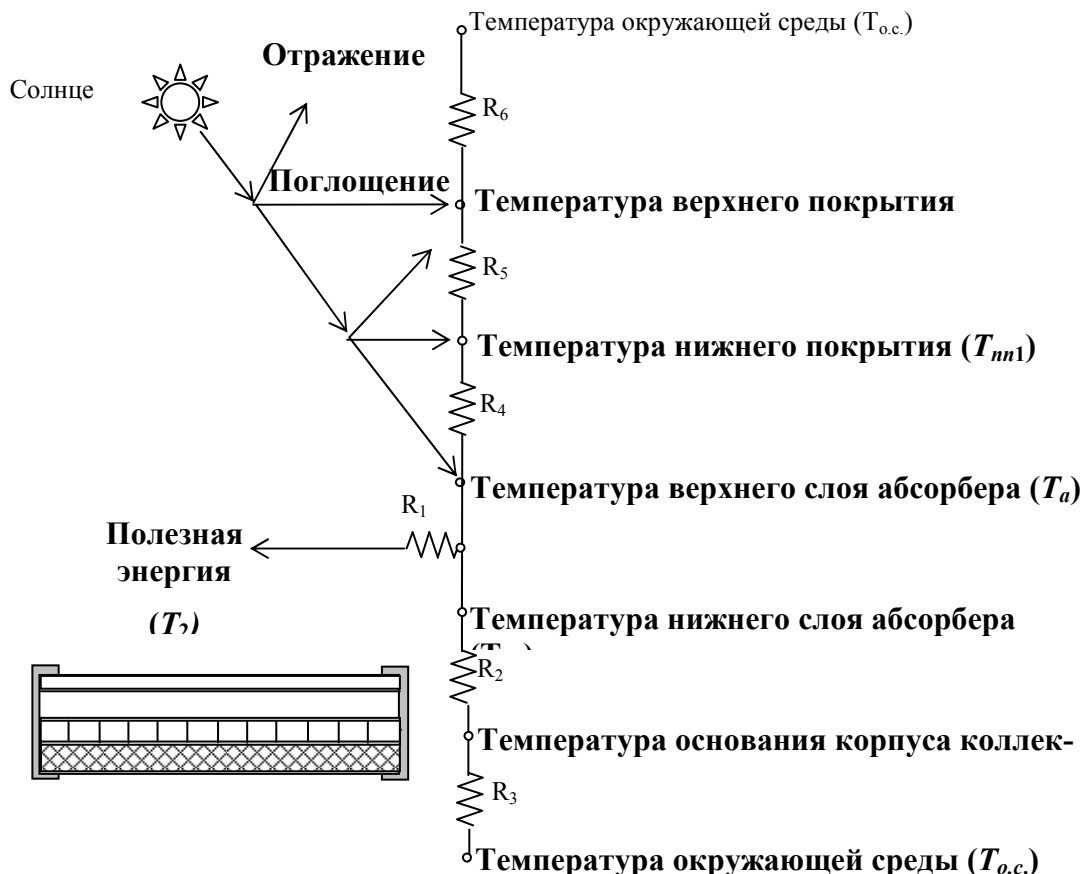
Использование солнечной энергии для решения задач тепло- и хладоснабжения представляет особый интерес, т.к. дает возможность уменьшить долю традиционных источников энергии в этих областях. Развитие солнечной энергетики сдерживается высокой стоимостью солнечных систем. Создание «дешевого» и эффективного солнечного коллектора будет способствовать снижению себестоимости альтернативных систем.

Авторами [1, 2] был выполнен обзор полимерных материалов пригодных для использования в конструкции солнечного коллектора (СК), сконструированы опытные образцы и проведены их сравнительные испытания. На следующем этапе необходимо выполнить оптимизацию конструкции и решить задачу долгосрочного прогнозирования рабочих характеристик СК.

### **2 Моделирование процессов в полимерном коллекторе.**

**Конструкция и физическая модель полимерного солнечного коллектора.** На рис. 1. показана конструкция и цепочка тепловых сопротивлений для полимерного СК. Основными элементами конструкции СК являются: абсорбер (теплоприемник), прозрачное покрытие (прозрачная изоляция), тепловая изоляция и корпус. Прозрачное покрытие (ПП) и абсорбер выполнены из плит сотового поликарбоната.

Солнечное излучение проходит через ПП, отражаясь на каждой границе раздела сред (у одной сотовой плиты их 4), достигает абсорбера и частично поглощается. Часть солнечной энергии отражается от абсорбера обратно в окружающую среду. Под действием солнечного излучения поверхность абсорбера нагревается и передает тепловую энергию теплоносителю, который проходит в каналах абсорбера. Тепловая энергия теряется из коллектора теплопроводно-



**Рис. 1** Характерная тепловая цепь для полимерного солнечного коллектора

$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$  – коэффициенты тепловых сопротивлений,  $(m^2 \cdot K)/Вт$ ;  $T_a, T_{a1}, T_{nn1}, T_{nn2}$  – температуры в характерных точках солнечного коллектора,  $K$ ;  $T_2$  – температура теплоносителя на выходе из коллектора,  $K$ ;  $T_{oc}$  – температура окружающей среды,  $K$ .

стью, конвекцией и излучением. Каждое тепловое сопротивление находится по формуле 1:

$$R = \frac{1}{\alpha_{кон} + \alpha_{рад}}, \quad (1)$$

где  $R$  – тепловое сопротивление,  $(m^2 \cdot K)/Вт$ ;  $\alpha_{кон}$ ,  $\alpha_{рад}$  – коэффициенты конвективной и радиационной теплоотдачи соответственно,  $Вт/(m^2 \cdot K)$ .

**Математическая модель.** При составлении математической модели были сделаны следующие допущения:

- режим работы солнечного коллектора стационарный;
- теплоноситель равномерно распределяется по каналам абсорбера;
- теплофизические свойства элементов СК не зависят от температуры;
- температура теплоносителя меняется только по длине каналов абсорбера.

Определим термическое сопротивление от стенки абсорбера к теплоносителю ( $R_1$ ). Режим движения жидкости в каналах абсорбера ламинарный (при характерных значениях расхода и геометрии использованных каналов). Коэффициент теплоотдачи от стенки абсорбера к теплоносителю можно найти из критериальной зависимости [3]:

$$\overline{Nu}_{дж} = 1.4 \cdot \left( Re_{дж} \frac{d}{l} \right)^{0.4} \cdot Pr_{ж}^{0.33} \cdot \left( \frac{Pr_{ж}}{Pr_c} \right)^{0.25} \quad (2)$$

где  $\overline{Nu}_{дж}$ ,  $Re_{дж}$ ,  $Pr_{ж}$ ,  $Pr_c$  – среднее значение числа Нуссельта, число Рейнольдса, число Прандтля при температуре жидкости и стенки, соответственно;  $d$ ,  $l$  – эквивалентный диаметр и длина каналов, соответственно.

Конвективная составляющая термического сопротивления от абсорбера к прозрачному покрытию ( $R_4$ ) определяется по формуле [3]:

$$\alpha_{кон4} = \frac{\lambda_z}{\delta_{вз}} \varepsilon_k, \quad \varepsilon_k = 0.18 \cdot (Gr_z \cdot Pr_z)^{0.25}, \quad (3)$$

где  $\lambda_z$  – теплопроводность воздуха, Вт/(м·К);  $\delta_{вз}$  – величина воздушного зазора, м;  $Gr_z$  – число Гразгофа.

Радиационная составляющая определяется по формуле [4]:

$$\alpha_{рад4} = \sigma \cdot \frac{(T_a^2 + T_{nn1}^2)(T_a + T_{nn1})}{\frac{1}{\varepsilon_a} + \frac{1}{\varepsilon_{nn}} - 1}, \quad (4)$$

где  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$  – постоянная Стефана-Больцмана, Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_{nn}$  – степень черноты абсорбера и ПП.

Составляющие термического сопротивления ПП ( $R_5$ ) также находятся по формулам (3 и 4).

Коэффициенты теплоотдачи от ПП к окружающей среде (для определения  $R_6$ ) находят по формулам 5, 6 и 7[4]:

$$\alpha_{кон5} = 5.7 + 3.8v, \quad (5)$$

$$\alpha_{кон5} = \varepsilon_{nn} \sigma (T_{nn2}^2 + T_n^2) (T_{nn2} + T_n), \quad (6)$$

$$T_n = 0.0552 \cdot T_{о.с.}^{1.5}, \quad (7)$$

где  $v$  – скорость ветра, м/с;  $T_n$  – температура небосвода, К.

Термическое сопротивление  $R_2$  равно отношению толщины тепловой изоляции к теплопроводности материала изоляции. Термическое сопротивление  $R_3$  определяется по формуле 5 (радиационная составляющая не учитывается т.к. её вклад незначительный).

Для определения количества солнечной энергии, поглощенной абсорбером необходимо найти нормальную приведенную поглощательную способность  $(\tau\alpha)_{en}$ . Методика для расчета этой величины представлена в [4]. Для нашего случая  $(\tau\alpha)_{en} = 0.7$  (использование сотовой панели толщиной 4 мм.).

Для нахождения значений температур в характерных точках СК (4 значения) и температуры теплоносителя на выходе из СК необходимо записать сис-

тему из 5 линейно независимых уравнений. Для этого воспользуемся следующими соображениями:

- должен выполняться тепловой баланс СК, т.е. поглощенная абсорбером энергия равна сумме полезной энергии и тепловых потерь через прозрачную и тепловую изоляцию;
- тепловой поток, теряемый через прозрачную изоляцию постоянен для последовательных участков цепочки тепловых сопротивлений;
- тепловой поток, отводимый от абсорбера в направлении дна коллектора, равен сумме полезного теплового потока и тепловых потерь через дно абсорбера.

Запишем систему линейных уравнений:

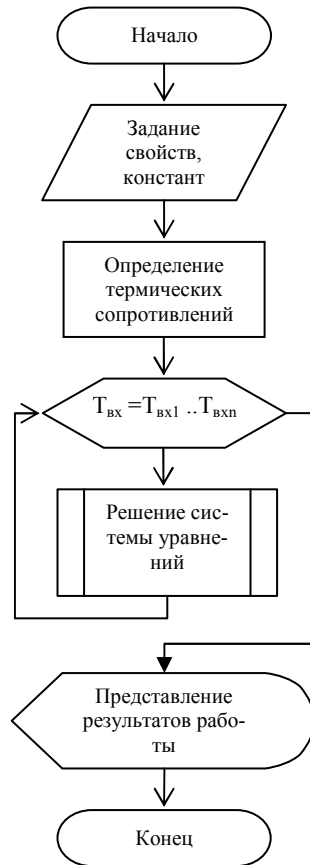
$$\begin{aligned} Q_{пол} + D_{np} + D_{мен} + D_{бок} &= I \cdot (\tau\alpha)_{en} \cdot F_a, \\ D_{np4} - D_{np5} &= 0, \quad D_{np5} - D_{np6} = 0, \\ \frac{T_a - \bar{T}_{жс}}{R_1(T_a, \bar{T}_{жс})} \cdot F_a - Q_{пол} - D_{мен} &= 0, \\ \frac{\bar{T}_{жс} - T_{a1}}{R_1(\bar{T}_{жс}, T_{a1})} \cdot F_a - D_{мен} &= 0, \end{aligned}$$

где  $Q_{пол}$ ,  $D_{np}$ ,  $D_{мен}$ ,  $D_{бок}$  – полезная энергия, тепловые потери через прозрачную, тепловую и боковую изоляции, Вт;  $I$  – интенсивность солнечной радиации в плоскости СК, Вт/м<sup>2</sup>;  $F_a$  – площадь абсорбера, м<sup>2</sup>;  $\bar{T}_{жс}$  – средняя температура жидкости, К.

$$\begin{aligned} D_{np} &= \frac{T_a - T_{nn1}}{R_4} \cdot F_a = \frac{T_{nn1} - T_{nn2}}{R_5} \cdot F_a = \frac{T_{nn2} - T_{o.c}}{R_6} \cdot F_a = \frac{T_a - T_{o.c}}{R_4 + R_5 + R_6} \cdot F_a, \\ D_{мен} &= \frac{T_{a1} - T_{o.c}}{R_2 + R_3} \cdot F_a, \quad D_{бок} = \frac{(T_a + T_{nn2})/2 - T_{o.c}}{R_2 + R_3} \cdot F_a. \end{aligned}$$

В результате решения описанной системы уравнений мы находим значения средних температур в характерных точках и температуру теплоносителя на выходе из СК. Программа создана для имитации натуральных испытаний в соответствии с нормативными методиками. При проведении испытаний единственным регулируемым параметром является температура теплоносителя на входе в СК, поэтому в модели реализован механизм нахождения значений температур в характерных точках при различных значениях температуры теплоносителя на входе. Принципиальная схема работы программы показана на рис. 2.

Т.к. для моделирования использована система линейных алгебраических уравнений, можно оценить чувствительность системы уравнений к значениям свободных членов (найти обусловленность системы уравнений). Свободные члены системы уравнений выражаются через значения интенсивности солнечной радиации, температуры теплоносителя на входе, температуры окружающей среды и термических сопротивлений элементов солнечного коллектора. Значение коэффициента обусловленности составляет 70-80. Это говорит о том, что если мы хотим определить значения температур в характерных точках с по-



*Рис. 2* Блок-схема работы математической модели

грешностью 20%, то свободные члены уравнений должны определяться с погрешностью 0.25%.

### 3 Сравнение результатов работы математической модели с экспериментальными данными.

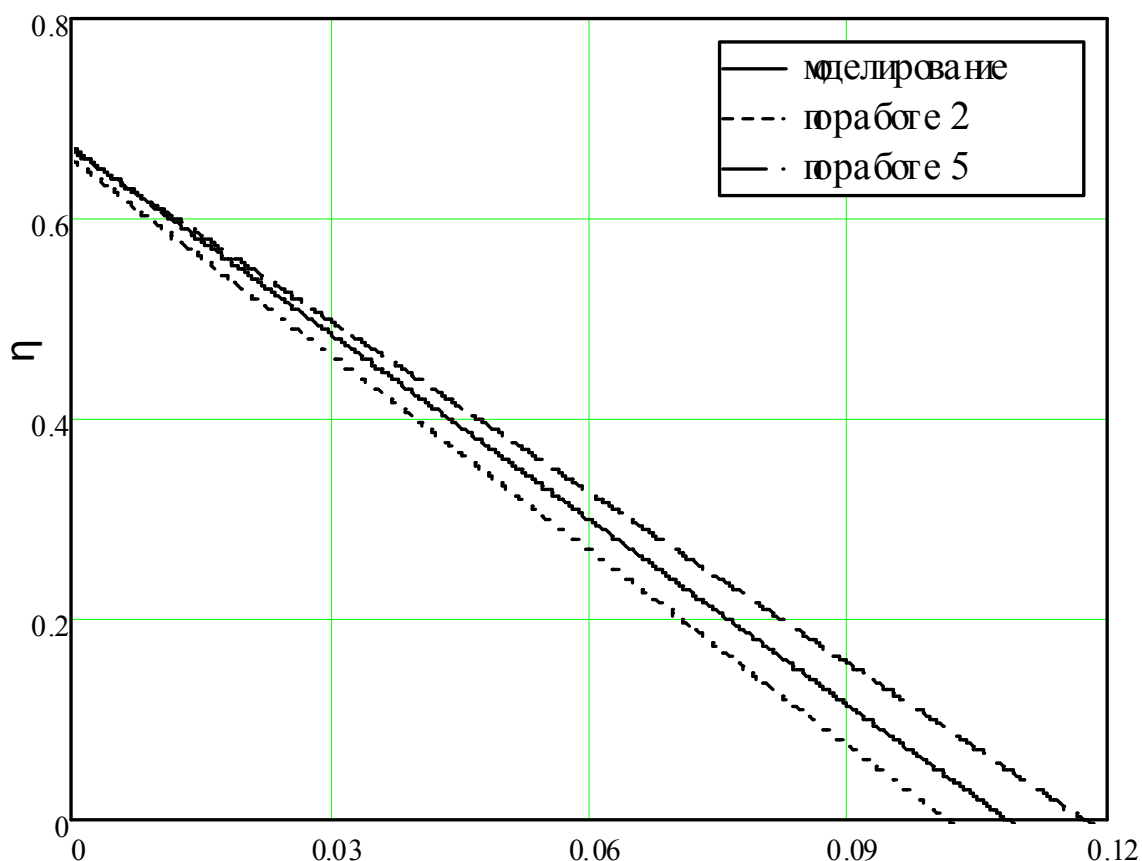
Для того, чтобы убедиться в достоверности расчетных данных, их необходимо сравнить с существующими экспериментальными. В результате эксперимента для испытываемых СК строится зависимость КПД от приведенной температуры. КПД находится по формуле (8), а приведенная температура по формуле (9).

$$\eta = \frac{Q_{пол}}{I \cdot F_a}, \quad (8)$$

$$T_{пр} = ((T_1 + T_2) / 2 - T_{o.c}) / I, \quad (9)$$

где  $T_1$  – температура теплоносителя на входе,  $K$ .

Ранее в ОГАХ были выполнены работы по экспериментальному изучению тепловых характеристик полимерных солнечных коллекторов [2]. Также для сравнения экспериментальных и расчетных данных были взяты экспериментальные данные по работе [5].



*Рис.3. Сравнение расчетных данных с экспериментальными*

На рис. 3 показаны результаты эксперимента и моделирования. При таком представлении зависимости КПД от приведенной температуры получается прямая линия. Как видно, значения оптических КПД практически совпали (пересечение прямой с осью ординат), а значения суммарных коэффициентов тепловых потерь (угол наклона прямых) отличается на 5% [2] и 8% [5].

### **Заключение.**

Создание адекватной математической модели для полимерного СК позволяет:

- делать прогноз тепловой эффективности, разрабатываемых СК;
- определить вклад отдельных элементов в показатели суммарной эффективности СК;
- оптимизировать конструктивные особенности новых модификаций СК.

В дальнейшем планируется усовершенствовать математическую модель СК для учета неравномерности распределения теплоносителя и прогнозирование долгосрочной эффективности.

### **Литература:**

1. Горин А.Н., Дорошенко А.В., Глауберман М.А. Солнечная энергетика. (Теория, разработка, практика). – Донецк: Норд-Пресс, 2008. 374 с.

2. *Шестопалов К.О.* Теплотехнічні характеристики полімерних сонячних колекторів для систем теплопостачання. Автореф. Дис. канд.техн.наук: 17.10.2005 / Одес. Гос. Акад. Хол. – 2005.
3. *Михеев М.А., Михеева И.М.* Основы теплопередачи. Изд. 2-е, стереотип. М., «Энергия», 1977. 344 с илл.
4. *Daffi, J.A., Beckman, Y.A.* Heat processes with the use of solar energy, Moscow, 1977. – Mir, PP. 566
5. *Сулейманов М.Ж.* Экспериментальное исследование теплотехнических характеристик солнечных коллекторов и водонагревательных установок. Автореф. Дис... канд.техн.наук: 2007 / Объед. И-т. Высок. Темпер. РАН – М. 2007. – 28 с.

***Костенюк В. В., Дорошенко О. В., Глауберман М. А.***

### **Математична модель полімерного сонячного колектора**

#### АНОТАЦІЯ

*Розроблена математична модель полімерного сонячного колектора, створеного з багатоканальних багатошарових структур, для прогнозування результатів експериментальних досліджень сонячних систем, що розробляються. Модель забезпечує аналіз теплових втрат, що обумовленні механізмами конвекції та випромінювання, оптимізацію, як принципової компоновки полімерних сонячних колекторів, так і геометричних розмірів всіх основних елементів. Продемонстровано, що розрахункові та експериментальні дані добре співпадають.*

***Kosteniuk V.V., Doroshenko A. V., Glauberman M.A.***

### **Mathematical model of a polymeric solar collector**

#### SUMMARY

*Mathematical model of a polymeric solar collector, which based on polymeric multichannel sandwiches, for test results prediction is presented. Model can be used for estimation of convective and radiation heat losses, optimizing solar collector's construction and construction of solar collector elements. The results demonstrate that test data and calculation data correlate well.*



**Кутаров В.В., Шевченко В.Н., Иоргов А.И.**

*Одесский национальный университет имени И.И.Мечникова, Научно-исследовательский институт физики,*

### **Конденсация и испарение в открытых цилиндрических капиллярах**

*Рассмотрен адсорбционный гистерезис при полислойной адсорбции с петлей типа H1 по классификации IUPAC. Для описания адсорбционной ветви петли гистерезиса было использовано уравнение Френкеля-Холси-Хилла. Уравнение десорбционной ветви петли гистерезиса было получено на основании совместного решения уравнения для изменения потенциала Гиббса с учетом функции связности пор, и уравнением Лапласа, записанного для условий бесконечно вытянутого мениска. Было получено уравнение, связывающее относительное давление адсорбата в объемной фазе для десорбционной ветви петли гистерезиса с определяющими параметрами адсорбционной системы. Полученное уравнение было проверено для изотермы адсорбции азота на композитном материале Davisil.*

#### **Введение.**

Исследование процессов, определяющих свойства межфазной границы раздела газ (пар) – нанопористое тело вызывает в настоящее время повышенный интерес, связанный как с решением фундаментальных задач термодинамики малых систем, так и в силу разрабатываемых многочисленных приложений нанотехнологий [1].

Характеристикой динамического равновесия на межфазной границе газ (пар) – твердое тело является изотерма адсорбции, изучение которой дает информацию как о фазовом равновесии, так и, что особенно интересно, о структуре и свойствах пористого тела. Очень важной характеристикой пористых тел является стохастическая геометрия порового пространства, которая определяется функцией распределения пор по размерам и связности пространства пор. Для более детального изучения условий фазового равновесия газа (пара) на поверхности твердого тела изотерму измеряют в прямом (адсорбция) и обратном (десорбция) процессах. В общем случае эти процессы необратимы и в эксперименте на изотерме фиксируется петля гистерезиса. Характер петли гистерезиса во многом определяется стохастической геометрией пространства пор. Однако, а priori, довольно трудно определить геометрические характеристики пространства пор.

По этой причине основные методы расчета по изотерме адсорбции-десорбции функции распределения пор по размерам основаны на априорном выборе вида поры: пора сферическая, цилиндрическая, щелевидная и ряд других видов пор [2]. Так, например, петля гистерезиса типа H1 по классификации IUPAC характерна для плотно упакованных глобулярных систем. Пространство между глобулами образует полость, геометрия которой зависит от координационного числа упаковки. Геометрия полости определяет геометрию поверхности

раздела фаз. В глобулярных системах мениски имеют седловидную форму [2]. Однако наиболее хорошо разработанные методы расчета функции распределения пор по размерам по изотерме адсорбции с петлей гистерезиса типа H1 основаны на модели открытого цилиндра [2,3]. В то же время сам процесс адсорбции-десорбции в открытых цилиндрах изучен не достаточно. Для процессов конденсации и испарения в открытых цилиндрах не разработан критерий термодинамической необратимости, позволяющий предсказать десорбционную ветвь петли гистерезиса.

Целью настоящей работы является получение теоретически обоснованного метода расчета условий десорбции для модели открытого цилиндра.

### 1. Конденсация и испарение в открытых цилиндрах.

Рассмотрим открытый цилиндр постоянного радиуса  $r$ . Он находится в контакте с объемной фазой (газ, пар) при температуре  $T$  и химическом потенциале  $\mu$ . Величина изменения потенциала Гиббса при переносе  $dN$  молей вещества из объемной фазы в адсорбированную, которая находится при тех же температуре и давлении будет определяться уравнением вида:

$$dG - (\mu_a - \mu_v) dN + \eta \gamma dA. \quad (1)$$

Химический потенциал адсорбированной фазы  $\mu_a$  определяется в рамках термодинамической теории полислойной адсорбции Френкеля-Холси-Хилла (ФХХ) [2]:

$$\mu_a = \mu_l - F(t), \quad (2)$$

где  $\mu_l$  – химический потенциал объемной жидкости при той же температуре,  $F(t)$  – потенциал, характеризующий взаимодействие поверхности твердого тела с молекулами в объемной фазе.

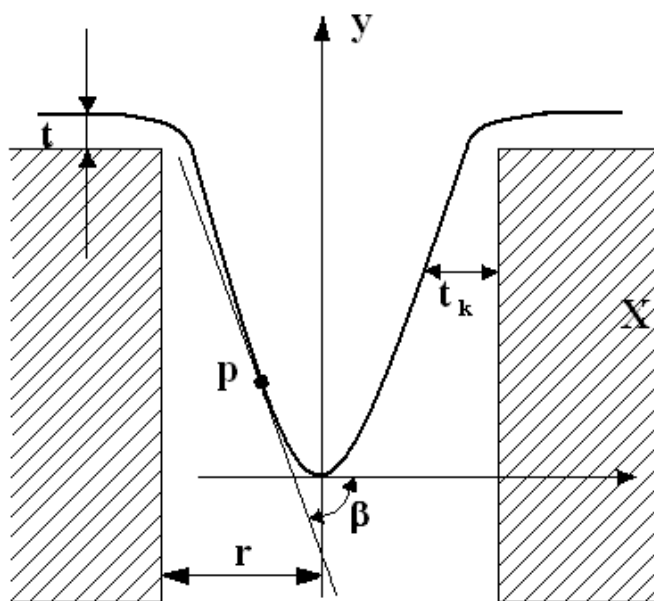


Рис.1 . Осевое сечение мениска в открытом цилиндре.

Во втором члене уравнения (1)  $\gamma$  – поверхностное натяжение на границе раздела адсорбированная пленка – объемная фаза, а  $\eta$  – коэффициент связности пор [4]:

В условиях термодинамического равновесия [3]:

$$\mu_e - \mu_l = RT \frac{p_0}{p}, \quad (3)$$

где:  $p$  и  $p_0$  – величина равновесного давления и давления насыщения соответственно.

В случае произвольной поверхности раздела фаз справедливо условие [5]:

$$\frac{dA}{dV} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad (4)$$

где:  $R_1$  и  $R_2$  – главные радиусы кривизны;  $dV$  изменение объема системы;  $dA$  – изменение площади поверхности системы.

Для поверхности раздела адсорбированная пленка – объемная фаза в открытом цилиндре уравнение (4) примет вид:

$$\frac{dA}{dN} = -V_l(r - t_k), \quad (5)$$

где  $V_l$  – мольный объем жидкой фазы;  $r$  – радиус цилиндра;  $t_k$  – толщина пленки, адсорбированной на внутренней поверхности цилиндра.

Объединяя уравнения (1), (2), (3), (5) при условии  $dG=0$ , получим уравнение, описывающее капиллярную конденсацию в открытом цилиндре:

$$\ln \frac{p_0}{p_a} = \frac{\eta \gamma V_l}{RT(r - t_k)} - \frac{F(t)}{RT}, \quad (6)$$

где:  $p_a$  – равновесное давление на адсорбционной ветви петли гистерезиса;  $t_k$  – критическая толщина адсорбированной пленки. При давлении в объемной фазе превышающем давление, соответствующее критической толщине адсорбированной пленки, пленка теряет устойчивость, и пора спонтанно заполняется по механизму капиллярной конденсации.

Рассмотрим теперь процесс испарения из открытого цилиндрического капилляра.

Выберем на поверхности мениска произвольную точку  $P$  (рис1). Главные радиусы кривизны мениска в точке  $P$  конечны, не равны друг другу и определяются следующим образом:

$$-\frac{1}{R_1} = \frac{y''}{\left[1 + (y')^2\right]^{3/2}}, \quad (7)$$

$$-\frac{1}{R_1} = \frac{\sin \alpha}{x}, \quad (8)$$

где:  $\alpha$  – угол касательной в точке  $P$  по отношению к положительному направлению оси абсцисс. Уравнение (7), в дальнейшем, удобно записывать, введя тригонометрическую подстановку  $y' = \operatorname{tg} \alpha$ . Для равновесного мениска на де-

сорбционной ветви петли гистерезиса, объединяя уравнения (1), (4), (7), (8), запишем следующее дифференцированное уравнение:

$$\frac{d \sin \alpha}{dx} + \frac{\sin \alpha}{x} = \frac{1}{\eta \gamma V_l} \left[ -RT \ln \frac{p_0}{p_d} - F(t) \right], \quad (9)$$

где:  $p_d$  – давление в объемной фазе на десорбционной ветви петли гистерезиса.

Ранее в [3] было записано в общем виде уравнение для расчета величины относительного давления десорбции для модели открытого цилиндра. Однако во втором члене уравнения, предложенного в [3] допущена неточность при учете толщины адсорбционной пленки справа от точки потери ее устойчивости. В общем случае проинтегрировать уравнение (9) не представляется возможным, так как не известна функциональная зависимость коэффициента связности пор. Положим, в первом приближении, коэффициент связности пор постоянной величиной.

Тогда интегрирование уравнения (9) на десорбционной ветви петли гистерезиса дает следующий результат для величины давления десорбции:

$$\ln \frac{p_0}{p_d} = \frac{2}{RT} \left[ -\frac{\eta \gamma V_l \sin \alpha}{x} + \frac{1}{x^2} \int_x^r x F(t) dx \right]. \quad (10)$$

Сделаем ряд замечаний относительно уравнения (10). Условия капиллярного испарения, соответствующие точке на десорбционной ветви петли гистерезиса, определяют для параметров  $p_d$  и  $t_k$ . Форма мениска при этом такова, что выполняются условия  $\sin \alpha = -1$ . Это соответствует бесконечно вытянутому мениску, что следует рассматривать как пробой пористой среды [8]. В точке пробоа пористой среды уравнение (10) принимает вид:

$$\ln \frac{p_0}{p_d} = \frac{2}{RT} \left[ \frac{\eta \gamma V_l}{r - t_k} + \frac{1}{(r - t_k)^2} \int_{t_k}^r (r - t) F(t) dt \right]. \quad (11)$$

В уравнении (11) введена очевидная замена переменных  $x = t - r$ .

Для дальнейшего анализа преобразуем формулу (11) к удобному для практических расчетов виду. Для этого во втором члене справа в формуле (11) необходимо выразить функцию  $F(t)$  через параметры, задающие адсорбционную ветвь петли гистерезиса. Это удобно сделать в рамках теории ФХХ [2]:

$$F(t) = RTbt^{-\beta}, \quad (12)$$

где:  $\beta = \frac{1}{\alpha}$ ;  $b$  и  $\alpha$  параметры уравнения ФХХ для изотермы адсорбции.

Тогда (11) с учетом (12) дает следующий результат.

$$-\ln \varphi_d = 2A \left\{ 1 + B^2 A b t_k^{2-\beta} \left[ \frac{1}{1-\beta} C \times (C^{1-\beta} - 1) - \frac{1}{2-\beta} (C^{2-\beta} - 1) \right] \right\}, \quad (13)$$

где:

$$A = (-\ln \varphi_a - bt_k^{-\beta}); \quad B = \frac{\sigma RT}{\eta \gamma V_l}; \quad C = 1 + \frac{1}{BA t_k},$$

$\varphi_a$  и  $\varphi_d$  – относительное давление в объемной фазе для адсорбционной и десорбционной ветви петли гистерезиса соответственно;  $\sigma$  – ван-дер-вальсовский диаметр молекулы адсорбата;  $t_k$  - критическая толщина адсорбционной пленки. Формула (13) справедлива для  $t > t_k$ .

Если для исследуемой изотермы известно уравнение ФХХ, то определены и параметры А, В и С.

## 2. Результаты и обсуждение.

Формула (13) дает возможность рассчитать десорбционную ветвь петли гистерезис. Покажем применимость полученных формул на примере адсорбции азота ( $T = 78$  К) на образце гибридного материала Davisil.

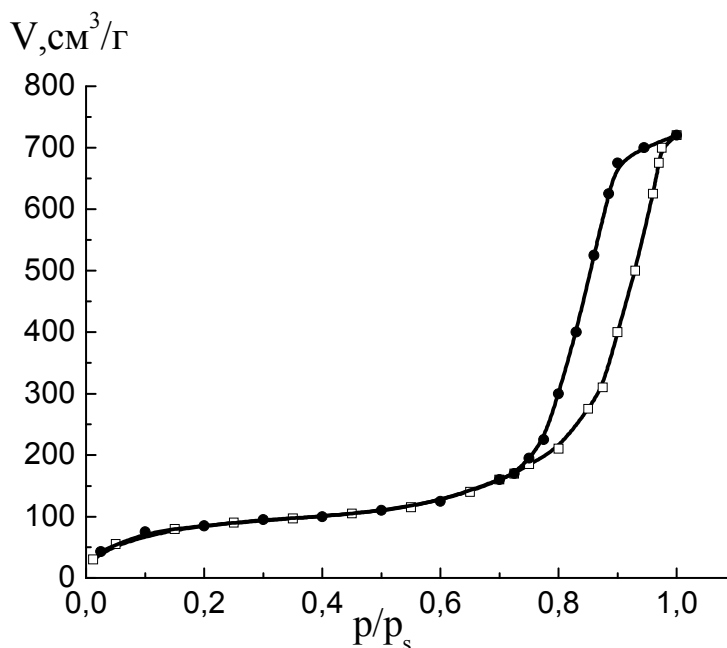
На рис.2 приведена изотерма полислойной адсорбции с петлей гистерезиса типа Н1 [6]. Будем описывать изотерму адсорбции уравнением ФХХ [2]:

$$t = \left( \frac{b}{-\ln \varphi_a} \right)^\alpha. \quad (14)$$

На рис. 3 изотерма представлена в координатах уравнения (14). Из рис.3 четко видно, что полислойная адсорбция имеет место в интервале  $0.3 \leq \varphi_a \leq 0.7$ . Для значений  $\varphi_a$  из указанного интервала параметры уравнения (16) равны:  $b = 1.92$ ;  $\alpha = 0.485$ . С этими параметрами уравнение (16) описывает изотерму адсорбции в интервале  $0.3 \leq \varphi_a \leq 0.7$  с максимальным отклонением  $\sigma = \pm 8.7\%$ .

При  $\varphi_a > 0.7$  адсорбционная пленка теряет устойчивость и пора спонтанно заполняется капиллярным конденсатом.

При расчете по уравнению (13) были приняты следующие значения тепло-



**Рис.2.** Изотерма адсорбции-десорбции азота на композитном материале Davisil.

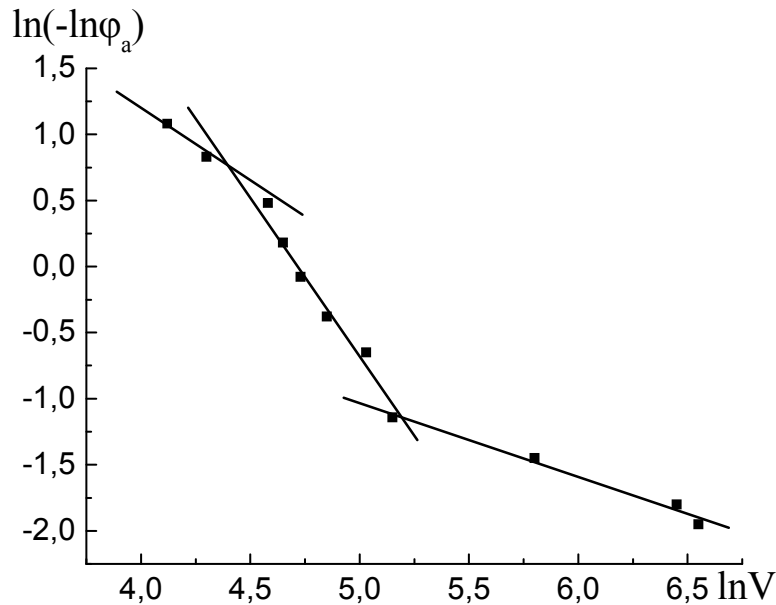


Рис.3. Изотерма адсорбции азота на композитном материале Davisil в координатах уравнения (14).

физических характеристик адсорбированного вещества:  $\sigma = 3.15 \cdot 10^{-10}$  м,  $\gamma = 10.5$  Н/м,  $V_l = 40.5$  м/моль [7]: В настоящее время не существует простых и надежных методов априорного расчета коэффициента связности пор  $\eta$ . На основании теоретических оценок, связывающих величину  $\eta$  с долей объема пор в пористом теле в первом приближении можно принять  $\eta = 0.7$ .

Десорбционная ветвь петли гистерезиса рассчитывается по уравнению (13)  $0.7 < \varphi < 0.95$ . Проведенные расчеты для  $\eta = 0.7$  дали хорошие совпадения расчетных и экспериментальных значений величины  $\varphi_d$  для  $\varphi_a \approx 0.85$ . Для  $\varphi_a$  больших (меньших) величины  $\varphi_a \approx 0.85$  расчет по формуле (13) дает значение  $\varphi_d$  меньше (больше) по сравнению с экспериментально определенными величинами  $\varphi_d$ .

Это указывает на зависимость величины  $\eta$  от степени заполнения пространства пор адсорбатом.

Для экспериментальных значений величины  $\varphi_d$  соответствующих экспериментальным значениям  $\varphi_a$  были рассчитаны значения коэффициента  $\eta$  для интервала  $0.7 < \varphi < 0.95$ . На рис. 4 представлена зависимость коэффициента связности  $\eta$  от относительной величины заполнения пространства пор. Из анализа рис. 4 следует, что в области капиллярных процессов можно выделить два интервала, в каждом из которых коэффициент  $\eta$  меняется линейно с изменением степени заполнения пространства пор и может быть представлен следующей зависимостью

$$\eta = m + nt, \quad (15)$$

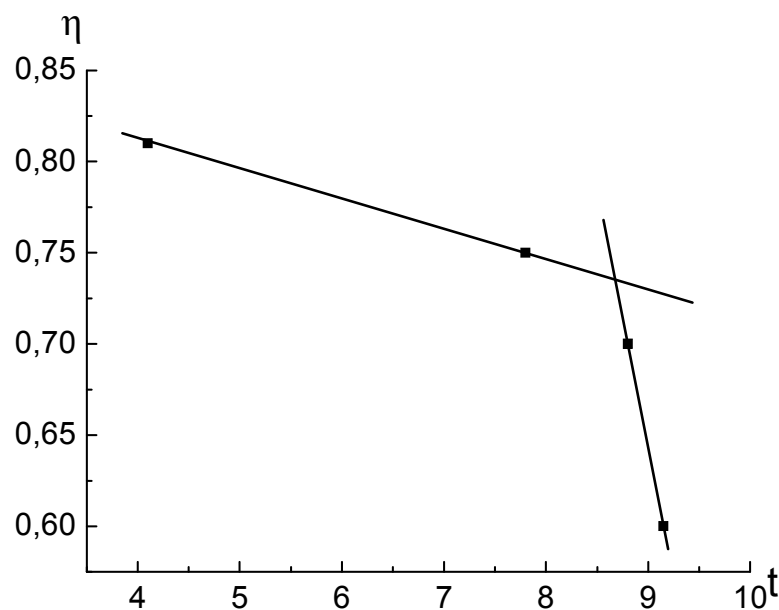


Рис.4. Зависимость коэффициента связности пор от толщины пленки конденсата

$m = 0.867$ ;  $n = 0.011$  для интервала  $0.7 < \varphi < 0.85$  и  $m = 3.51$ ;  $n = -0.32$  для  $0.85 < \varphi < 0.95$ . С учетом функциональной зависимости коэффициента  $\eta$  уравнение (13) предсказывает десорбционную ветвь петли гистерезиса с максимальной погрешностью  $\pm\delta = 9.3\%$ .

### Выводы.

Сделаем ряд замечаний по поводу применимости уравнения (13) для расчета процессов конденсации и испарения в открытых цилиндрических капиллярах. Это уравнение однозначно описывает процессы, проходящие в пространстве наноразмерных пор. Управляющим механизмом в этом случае является фазовый переход первого. При относительных давлениях адсорбата в объемной фазе меньше величины 0.7 процессы адсорбции – десорбции полностью обратимы и описываются строго уравнением состояния Френкеля-Холси-Хилла .

### Литература:

1. *Сергеев Г. Б.* Нанохимия. – Изд. МГУ. Москва. – 2007. – 336 с.
2. *Грег С., Синг К.* Адсорбция, удельная поверхность, пористость. – М. Мир, 1984. – 310 с.
3. *Брукхофф И. К. П., Линсен Б. Г.* Исследование текстуры адсорбентов и катализаторов. В кн.: Структура и свойства адсорбентов и катализаторов / Под ред. *Б.Г. Линсена*. – М.: Мир, 1973. – С. 23-79.
4. *Письмен Л. М.* Капиллярный гистерезис модели разветвленных гофрированных пор // Доклады АН СССР. – 1973. – Т.211. №6. – С.1398-1401.
5. *Адамсон А.* Физическая химия поверхности. – М.: Мир, 1979. – 496 с.

6. *Kuchma O.V., Zub Yu.L., Dabrowski A.* Mesoporous adsorptive materials modified by calyx [4] frenes, crown-ethers and cyclodextrins functional groups. Theoretical and experimental studies of interfacial phenomena and their technological applications. // Proceedings. X Ukrainian-polish symposium. Lvov, 2006. – P 187-190.
7. *Рид Р., Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей. – Л.: Химия, 1971. – 701с.

***Кутаров В.В., Шевченко В.М., Іоргов А.І.***

### **Конденсація і випаровування у відкритих циліндрових капілярах**

#### АНОТАЦІЯ

*Розглянутий адсорбційний гістерезис при полішаровій адсорбції з петлею типу H1 за класифікацією IUPAC. Для опису адсорбційної гілки петлі гістерезису було використано рівняння Френкеля-Холси-Хилла. Рівняння десорбційної гілки петлі гістерезису було отримане на підставі спільного вирішення рівняння для зміни потенціалу Гіббса з урахуванням функції зв'язності пір, і рівнянням Лапласа, записаного для умов нескінченно витягнутого меніска. Було отримано рівняння, що зв'язує відносний тиск адсорбату в об'ємній фазі для десорбційної гілки петлі гістерезису з визначальними параметрами адсорбційної системи. Отримане рівняння було перевірене для ізотерми адсорбції азоту на композитному матеріалі.*

***Kutarov V.V., Shevchenko V.N., Iorgov A.I.***

### **Condensation and evaporation in the opened cylindrical capillaries**

#### SUMMARY

*Adsorption hysteresis is considered at multilayer adsorption with the loop of type H1 IUPAC classification. For description of adsorption branch of hysteresis loop was used Frenkel-Kholse-Hill equation. Desorption branch equation of hysteresis loop was obtained on the basis of joint decision of equation for the change of Gibbs potential of taking into account the function of pores connectedness, and by Laplace equation, written for the terms of infinitely prolate meniscus. Equation, connecting "volumetric" relative adsorbate pressure for the desorption branch of hysteresis loop with the determining parameters of the adsorption system, is recieved. Received equation was tested for the nitrogen adsorption isotherm of composite material.*



**Вербінська Г.М., Британ А.В., Карбовський В.Л., Клецонок Т.В.**

*Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,  
фізичний факультет, пр. Глушкова 4-б, Київ, 03022, Україна  
E-mail: [a\\_britan@ukr.net](mailto:a_britan@ukr.net)*

### **Випаровування крапель води та нітробензолу під дією ультрафіолетового опромінення**

*Запропонована методика вимірювання швидкості випаровування підвішених крапель рідин під впливом оптичного опромінення та наведено експериментальні дані по швидкості випаровування крапель води та нітробензолу в широкому інтервалі тисків 750 - 20 мм. рт. ст. в атмосфері сухого азоту при значенні температури суміші 20 °С для двох режимів випаровування (темного та під дією ультрафіолетового опромінення). Точність вимірювання температури краплі в процесі випаровування складає 0.03 °С. Експериментально виявлено зростання швидкості випаровування крапель води під впливом опромінення до 25%, та нітробензолу до 40 % причому швидкість випаровування зростає тим більше, чим менше тиск оточуючого середовища. Висока точність вимірювання температури краплі під час випаровування дозволяє стверджувати, що це явище не пов'язано із зміною температури краплі.*

Випаровування та ріст крапель є важливою і актуальною проблемою фізичної кінетики, а також прикладної фізики, у зв'язку із застосуванням цих процесів в сучасних технологіях та їх роллю в екологічних питаннях. Випаровування широко використовується для очистки речовин, сушки матеріалів, розділення рідких сумішей, кондиціонування повітря, тощо. На швидкість випаровування крапель впливає цілий ряд факторів: температура та тиск оточуючого середовища, вологість атмосферного газу, оптичне опромінення, присутність домішок в атмосфері [1] та ін. Вивченню впливу цих факторів на швидкість випаровування крапель присвячено значна кількість робіт [2-4], в тому числі і дослідження випаровування крапель води під дією потужного інфрачервоного лазерного опромінення [5]. При цьому зміна швидкості випаровування пов'язана перш за все з нагрівом краплі в результаті поглинання енергії краплиною. Дана робота присвячена дослідженню процесів випаровування підвішених водяних крапель розміром 1-2 мм під дією малопотужного ультрафіолетового опромінення, яке не викликає зміни температури краплі. Для цього необхідно створити умови для дуже точного вимірювання температури краплини в процесі її випаровування і забезпечити якомога менші втрати на теплопровідність підвісу.

Під випаровуванням зазвичай розуміють пароутворення на вільній поверхні рідини в результаті теплового руху її молекул при температурі нижче точки кипіння, що відповідає тиску газу над вказаною поверхнею. При цьому молекули рідини, що мають достатню кінетичну енергію, вириваються з по-

верхнього шару рідини в газове середовище; частина з них після зіткнення з молекулами газу повертається назад і або конденсується, або відбивається від поверхні рідини, інші – покидають поверхню назавжди. Випаровування – ендотермічний процес, при якому поглинається теплота, що витрачається на подолання сил взаємодії молекул у рідкій фазі і на роботу розширення при перетворенні рідини в пар. Тому температура краплини в процесі випаровування зменшується. Швидкість випаровування визначається поверхневою густиною потоку пари, проникаючої за одиницю часу в газове середовище з одиниці поверхні рідини. Найбільше значення швидкість випаровування набуває в вакуумі і визначається формулою Герца-Кнудсена:

$$I_m = \frac{dm}{dt} = \Omega \frac{\bar{v}}{4} C_0 \left[ \frac{e}{c} \right] \quad (1)$$

де  $\bar{v} = \sqrt{(8RT/\pi M)}$  - середня арифметична швидкість молекул,  $\Omega = 4\pi r^2$  - площа поверхні краплі,  $C_0$  - рівноважна концентрація молекул пари, що відповідає температурі  $T_0$  поверхні краплі ( $\text{г/см}^3$ ). При наявності над рідиною газового середовища швидкість випаровування сповільнюється тому, що швидкість віддалення молекул пари від поверхні рідини в газове середовище є значно меншою, ніж швидкість їх випаровування рідиною. При цьому біля поверхні розділу фаз утворюється шар парогазової суміші, практично насиченої паром. Вважаємо, що парціальний тиск і концентрація пари у поверхні рідини відповідають їх значенням для насиченої пари, що має температуру поверхні рідини. Якщо крапля рідини і парогазова суміш навколо неї нерухомі, впливом вільної конвекції можна знехтувати, тоді віддалення пари від поверхні рідини в газове середовище відбувається в основному в результаті дифузії (дифузійний режим випаровування). Швидкість випаровування в цьому випадку визначається за формулою Максвелла [5]:

$$I_m = \frac{dm}{dt} = 4\pi D r (C_0 - C_\infty), \quad (2)$$

яку зручно представити у вигляді

$$\frac{dS}{dt} = \frac{8\pi D (C_0 - C_\infty)}{\rho} \quad (3)$$

оскільки зміна площі поверхні краплі з часом є лінійною функцією.  $D$  – коефіцієнт взаємодифузії парогазової суміші,  $C_\infty$  – концентрація пари на нескінченній відстані від краплі.

Вимірювання швидкості випаровування краплі проводились в широкому діапазоні тисків від атмосферного 760 мм рт. ст. до 5 мм рт. ст. При цьому необхідно враховувати поправку на стрибок концентрації біля поверхні краплі, так звану поправку Фукса  $\Phi = \left( \frac{D}{r u \alpha} + 1 \right)^{-1}$ , де  $r$  – радіус краплини, що

випаровується,  $u = \bar{v} / 4$ ,  $\alpha$  – коефіцієнт конденсації рідини. В результаті формула (3) приймає вигляд

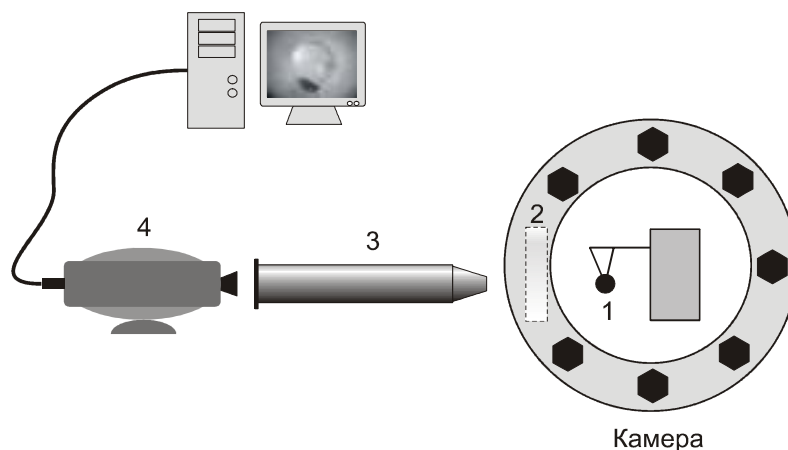
$$\frac{dS}{dt} = \frac{8\pi D(C_0 - C_\infty)}{\rho \left( \frac{D}{r\mu\alpha} + 1 \right)}, \quad (4)$$

що дозволяє з експериментальних значень швидкості зміни площі краплі з часом  $dS/dt$  одержати значення коефіцієнта випаровування  $\alpha$  для досліджуваної рідини.

**Методика вимірювання швидкості випаровування крапель.** Для дослідження швидкості випаровування крапель використовувалась установка, схема якої наведена на рис. 1

Камера (2), в якій проводиться дослідження випаровування підвішених краплин (1) має вигляд горизонтально розташованого циліндра об'ємом 20 л з подвійними стінками між, якими пропускається термостатуюча рідина. Термостат підтримує температуру в камері з точністю  $\pm 0,1^\circ\text{C}$  в діапазоні  $5^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C}$ . Температура в камері контролюється за допомогою температурного датчика. В якості датчика використовується р-п перехід безкорпусного транзистору. Це дозволило значно зменшити інерційність системи контролю температури. Електронна система дозволяє вимірювати температуру з точністю  $\pm 0,03^\circ\text{C}$ . Другий подібний датчик контролює температуру краплі. Для кращого контакту з рідиною датчик також використовується в якості підвісу для краплі. Використання р-п переходу безкорпусного транзистору одночасно в якості підвісу і датчика температури дозволило значно зменшити теплопровідність через підвіс і максимально наблизитись до умов випаровування вільної краплини.

Для вимірювання випаровування крапель в широкому діапазоні тисків (від нормального до 3-5 мм рт. ст.) до камери підключений спеціальний вакуумний прилад, що дозволяє отримувати в камері низькі тиски. Тиск в камері вимірюється ртутним U-образним манометром і контролюється електронним приладом. Висока герметичність камери дозволяє проводити вимірювання при сталому тиску протягом великого проміжку часу.



**Рис.1** Схема експериментальної установки для вимірювання швидкості випаровування крапель рідин.

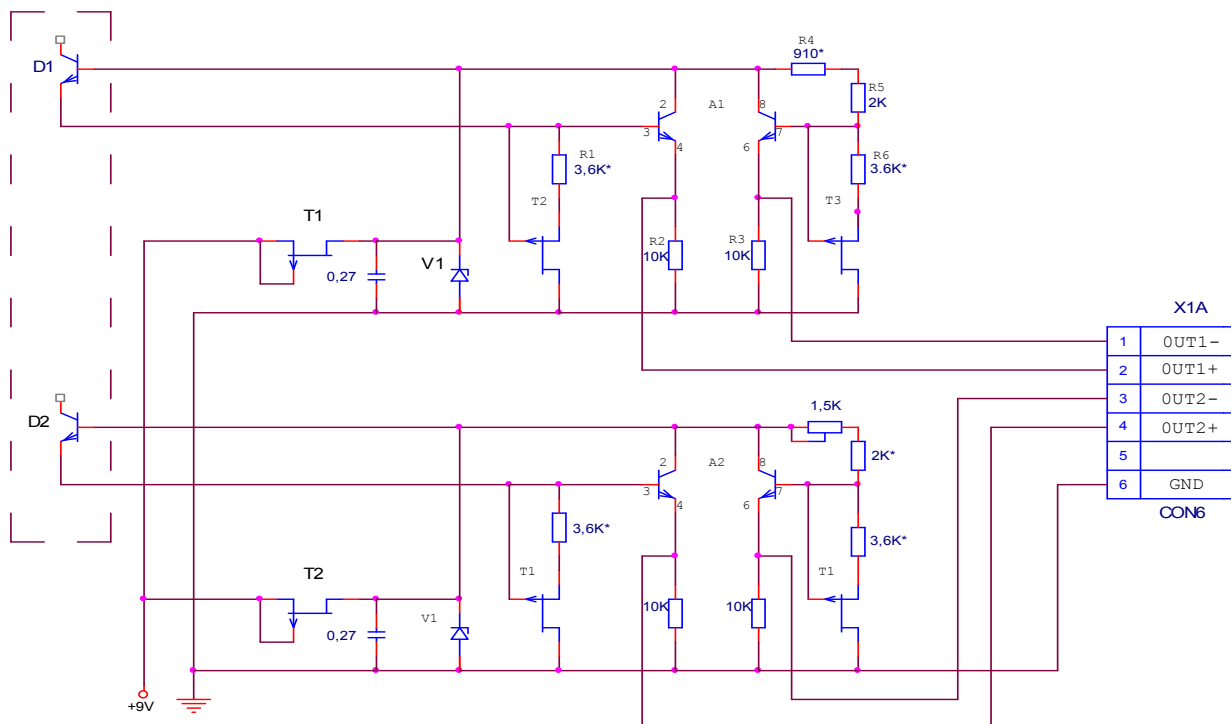
В торцевій поверхні камери герметично вмонтовані скляні вікна, що дозволяють освітлювати камеру і спостерігати за процесом випаровування.

За допомогою відеокамери (4) із спеціально підібраним об'єктивом (3), розташованої за межами вакуумного циліндра, підвішена крапля фотографується з певним заданим інтервалом часу. Для якісних вимірювань потрібно встановити такий режим освітлювання, щоб мати чіткий темний край краплі на світлому фоні. Поруч із краплею розміщується провід каліброваної товщини, що дозволяє контролювати масштаб знімку. Оскільки реєстрація температури і зображень відбувається на одному комп'ютері, то в якості часової шкали використовується системний час комп'ютера. Зображення краплі записуються автоматично через вибрані інтервали часу, час реєстрації зображень визначається за часом створення файлу.

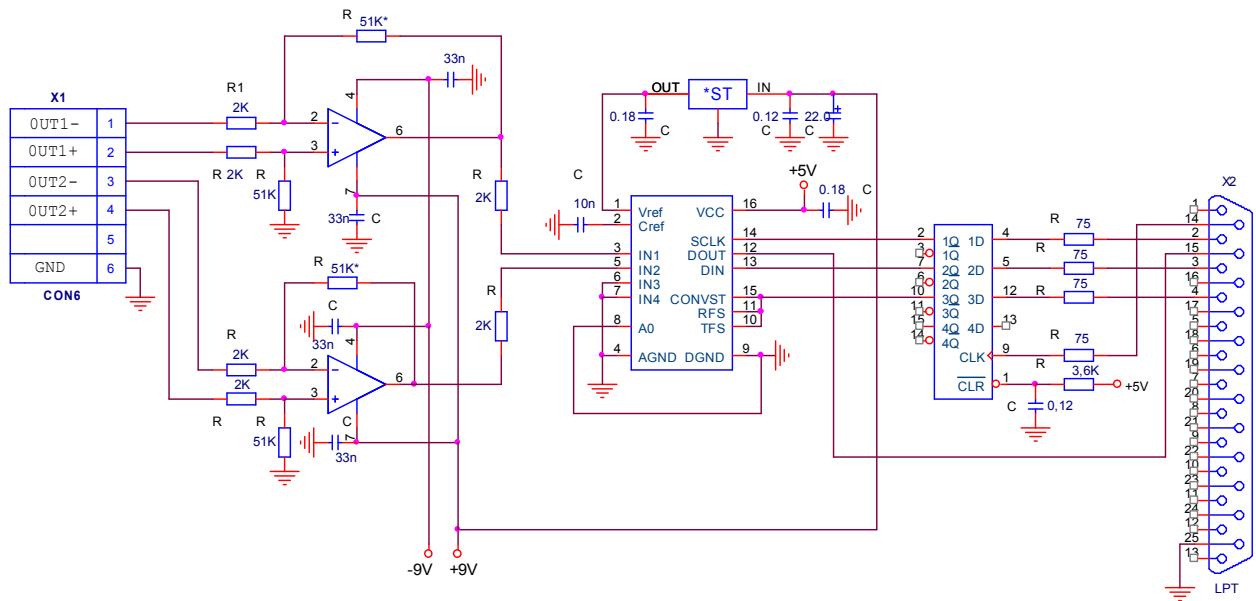
**Вимірювання температури під час випаровування краплі.** В даній роботі ми розглядаємо процеси випаровування краплин під впливом малопотужного оптичного опромінення. При цьому є дуже важливим точне вимірювання температури краплі під час її випаровування. Тому для контролю температури краплі був створений спеціальний прилад, що складається з двох функціонально закінчених вузлів: плати термодатчиків та плати АЦП з інтерфейсом зв'язку з персональним комп'ютером. Плата термодатчиків виготовлена в екранному корпусі, щоб зменшити паразитні електричні наводки.

*Плата термодатчиків.* Принципова електрична схема плати термодатчиків показана на рис.2. Вона складається з двох електрично ідентичних каналів: каналу виміру температури в камері і каналу виміру температури зразка.

Розглянемо роботу одного з каналів. В основу роботи термодатчика покла-



**Рис.2** Принципова електрична схема вузла термодатчиків



**Рис.3.** Принципова електрична схема вузла АЦП з інтерфейсом зв'язку з персональним комп'ютером

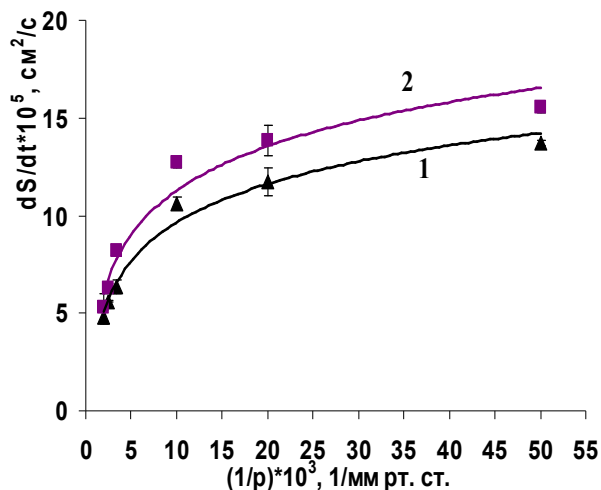
дена залежність спадання напруги на р-п переході кремнієвого транзистора від температури при протіканні через нього фіксованого прямого струму. Воно лінійно зменшується на 2...2,5мВ із кожним градусом приросту температури.

Струм датчика D1 стабілізований транзистором T1, що працює в термостабільній точці вихідної характеристики. Струм стабілізації встановлюється резистором R1. Аналогічним чином транзистором T3 стабілізований струм у ланцюзі формування зразкової напруги. Обидва транзистора мікросхеми A1 знаходяться на одному напівпровідниковому кристалі. У результаті прийнятих цих мір показання температури приладом залежить тільки від температури датчика.

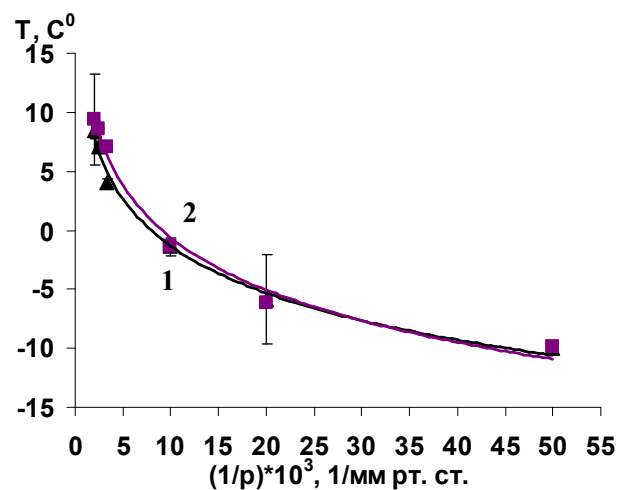
На транзисторі T2 і стабілітроні V1 зібраний стабілізатор напруги живлення схеми термодатчиків. Струм стоку транзистора T1 залишається рівним приблизно 3,5 мА при зміні напруги живлення в інтервалі 8...12В, це додатково поліпшує стабільність вихідної напруги стабілізатора і показань приладу.

**Плати АЦП і інтерфейс зв'язку з персональним комп'ютером.** Принципова електрична схема плати АЦП і інтерфейсу зв'язку з персональним комп'ютером показана на рис.3.

Сигнали з вузла термодатчиків надходять на два масштабних підсилювачі A1 і A2, що служать для калібрування шкали температур. З масштабних підсилювачів сигнали надходять на два входи АЦП A5 для оцифровки. З АЦП оцифровані сигнали через керуючий буфер A7 подаються на LPT порт персонального комп'ютера. На A3, A4 зроблені буферні підсилювачі для підключення зовнішніх пристроїв контролю температур. Резистори R\* і R\*\* служать для калібрування шкали температур зовнішніх пристроїв контролю. На мікросхемі A6 зроблений ІОН для АЦП.



**Рис.4** Залежність швидкості випаровування крапель води в атмосфері сухого азоту при  $T_0=20^\circ\text{C}$  від оберненого тиску в темновому режимі (1) та при ультрафіолетовому опроміненні (2).



**Рис.5** Залежність температури  $T_k$  крапель води від оберненого тиску під час стаціонарного процесу випаровування в темновому режимі(1) та при ультрафіолетовому опроміненні (2).

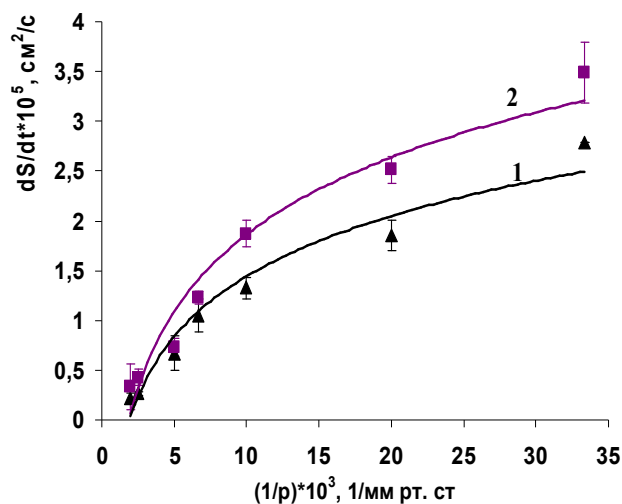
### Експериментальні результати

В експериментах по випаровуванню крапель води, підвішених на підвісі в камері з фіксованим значенням тиску в ній, визначались з певним часовим кроком площа поверхні краплини  $S$ , її температура  $T_k$  і температура оточуючого середовища  $T_0$ . За кутом нахилу прямолінійної залежності площі поверхні краплини від часу  $S=S(t)$  розраховувалась швидкість випаровування  $dS/dt$ . Випаровування крапель води відбувалось в атмосфері сухого азоту, отже у формулі (4) величина  $C_\infty = 0$ .

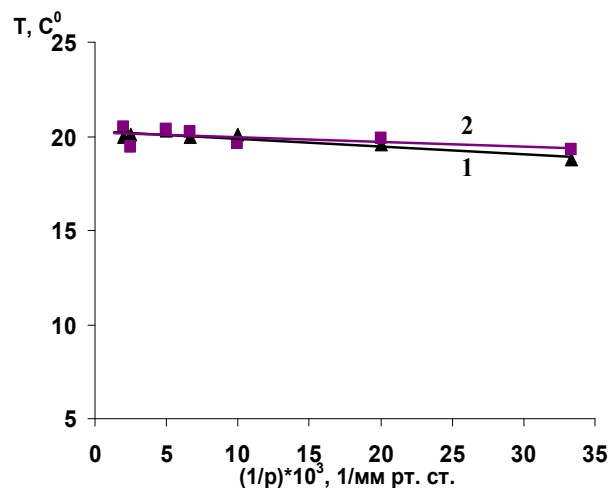
Експериментальні дані по швидкості випаровування крапель води в атмосфері сухого азоту при температурі  $20^\circ\text{C}$  в широкому діапазоні тисків (від 750 мм до 20 мм рт. ст.) при оптичному опроміненні та у відсутності опромінення (темновий режим) наведені на рис.4.

Малопотужне джерело ультрафіолетового випромінювання (лазерний діод потужністю 3.5 Вт) з довжиною хвилі 390 нм встановлювалось на відстані 2.5 см від краплі. Таким чином, опромінювались і крапля і оточуюче паро-газове середовище. Як видно з рис.4, спостерігається помітне збільшення швидкості випаровування крапель води при опроміненні у порівнянні з темновим режимом. Причому зростання швидкості випаровування при опроміненні тим більше, чим менше тиск оточуючого середовища.

Узгодження теоретичної кривої  $dS/dt$  з отриманою експериментально згідно формули (4) проводилась шляхом підгонки одного параметру – коефіцієнта конденсації  $\alpha$ . Одержані значення коефіцієнту конденсації в режимі без освітлення і при ультрафіолетовому опроміненні складають, відповідно,  $\alpha=0.0017$  та  $\alpha=0.002$ .



**Рис.6** Залежність швидкості випаровування крапель нітробензолу в атмосфері сухого азоту при 20°C від оберненого тиску в темновому режимі (1) та при ультрафіолетовому опроміненні (2).



**Рис. 7** Залежність температури  $T_k$  крапель нітробензолу від оберненого тиску під час стаціонарного процесу випаровування в темновому режимі (1) та при ультрафіолетовому опроміненні (2).

В процесі експерименту вимірювались також залежності температури краплі від часу при сталому значенні тиску оточуючого середовища. На рис. 5 представлені залежності температури від оберненого тиску  $T=f(1/p)$ , що були отримані при освітленні та в темновому режимах. Як видно з рис.5, температури крапель води в обох режимах практично не відрізняються. Різниця температур для певного значення тиску не перевищує  $1^\circ-2^\circ C$ . В той же час швидкість випаровування крапель води при опроміненні зростає до 25% при найменших значеннях тиску.

Крім води вплив ультрафіолетового опромінювання досліджувався для випадку випаровування крапель нітробензолу (рис. 6, 7). Аналіз наведених графіків вказує на аналогічне збільшення швидкості випаровування нітробензолу під час ультрафіолетового опромінення до 40% при малих значеннях тиску (рис. 6), при незначній різниці в значеннях температури краплі в обох режимах. Одержані шляхом апроксимації експериментальних даних формулою (4) значення коефіцієнта конденсації становлять відповідно 0.006 та 0.0055.

Отже, експериментально встановлено зростання швидкості випаровування крапель досліджуваних рідин під дією ультрафіолетового опромінення, не пов'язане з нагріванням їх поверхні. Очевидно, повинен існувати механізм захоплення і накопичення енергії молекулами води, що призводить до даного ефекту. Згідно з умовами експерименту крапля води знаходилась в атмосфері азоту, молекули якого не мають дипольного моменту і не можуть поглинати електромагнітне випромінювання. Таким чином, можна вважати, що з електромагнітним випромінюванням взаємодіяли лише молекули води в газопаровій фазі. Поглинанням випромінювання самою краплиною можна

знехтувати, оскільки експериментально не встановлено її нагрівання, що можна пояснити малою інтенсивністю джерела в даному експерименті та відносно невеликими розмірами краплі. На наш погляд, над поверхнею краплини під дією малопотужного електромагнітного опромінення утворюються два сорти молекул води – у збудженому та не збудженому станах. Зростання швидкості випаровування визначається концентрацією збуджених молекул рідини в парогазовому середовищі. Збуджені молекули разом з незбудженими молекулами конденсуються на поверхні краплини та проводять там деякий час. Практично всі збуджені молекули будуть покидати поверхню краплини не з тепловою швидкістю, а з дещо більшою, яка визначається за законом збереження енергії. Це приводить до збільшення швидкості випаровування краплин, особливо при зменшенні тиску, оскільки концентрація молекул газу стає значно меншою у парогазовому середовищі.

В попередніх наших експериментах [2] джерелом опромінення була галогенова лампа з широким спектром, близьким до спектру абсолютно чорного тіла. Збільшення швидкості випаровування для води та нітробензолу складало, відповідно, 12% та 22%. Використання монохроматичного джерела опромінення з довжиною хвилі 390 нм привело до зростання швидкості випаровування порівняно з темновим режимом до 25% для води та 40% для нітробензолу. Отже, швидкість випаровування крапель суттєво залежить від частоти опромінення. Можна провести певну аналогію між даним експериментальним фактом та явищем фотоефекту в металах.

### **Висновки**

1. Експериментально встановлено збільшення швидкості випаровування підвішених крапель води ( до 25%) та нітробензолу (до 40%) під впливом малопотужного ультрафіолетового опромінення в атмосфері сухого азоту в широкому діапазоні тисків оточуючого середовища від атмосферного до 20 мм рт.ст. Найбільше зростання швидкості випаровування спостерігалось при найменшому значенні тиску.
2. Завдяки створенню умов для високоточного вимірювання температури краплини під час її випаровування встановлено, що температура краплі при опроміненні та у його відсутності практично не змінюється. Нагрівання не може бути причиною зростання швидкості випаровування при освітленні краплини.
3. Одержані експериментальні факти дозволили висунути гіпотезу, що інтенсивність випаровування крапель полярних рідин пов'язана з концентрацією збуджених під впливом електромагнітного випромінювання молекул пари в газовому середовищі. Процес випаровування крапель рідин під впливом ультрафіолетового опромінення може слугувати аналогом явища фотоефекту в металах.



## Література:

1. Булавін Л.А., Вербінська Г.М., Нужний В.М. Кінетика випаровування крапель рідин в паро-газовому середовищі. – Київ, ВЦ Київський університет”, 2003. – с.
2. Вербінська Г.М., Загородня О.А. Вплив зовнішніх умов на швидкість випаровування крапель рідин // Сучасні проблеми молекулярної фізики. – К.: ВЦП «Київський ун-т», 2006. – С. 169 – 180.
3. Verbinska G.M., Mal'nev V.N., Nuzhnyi V.M., Zagorodnya O.A. Evaporation of droplets of water and ice in atmosphere of dry nitrogen containing vapor of Freon-113 and nonane // J. Mol. Liquids, 120, 2005. - P. 87-89.
4. Verbinska, G.M. Mal'nev V.N., Nuzhnyi V.M., Zagorodnya O.A. Peculiarities of water droplets evaporation at a constant temperature // Ukr. J. Phys. – 2009. – vol.48, 39. – P. 944-949.
5. Тригуб В. И. Испарение капель воды миллиметрового диапазона размеров в поле излучения инфракрасного // Журнал технической физики. – 2006. – Т. 76, № 4. – С.120-123.

**Вербинская Г.М., Британ А.В., Карбовский В.Л., Клецонок Т.В.**

### **Испарение капель воды и нитробензола под действием ультрафиолетового облучения**

#### АННОТАЦИЯ

*Предложена методика измерения скорости испарения подвешенных капель жидкостей под действием ультрафиолетового излучения, а также представлены экспериментальные данные по скорости испарения капель воды и нитробензола в широком интервале давлений 750-20 мм. рт. ст в атмосфере сухого азота при значении температуры смеси 20 °С для двух режимов испарения (темнового и под действием ультрафиолетового облучения). Точность измерения температуры в процессе испарения составляет 0.03 °С. Экспериментально обнаружено возрастание скорости испарения воды по действием облучения до 25 % и нитробензол до 40% при уменьшении давления. Высокая точность измерения температуры капли во время испарения позволяет утверждать, что это явление не связано с изменением температуры капли.*

**Water and nitrobenzene droplets evaporation under ultraviolet irradiation**

SUMMARY

*The experimental method of the liquid droplets evaporation speed measurements for the case of ultraviolet irradiation influence is proposed. The experimental data according water and nitrobenzene droplet evaporation into gas-vapor mixture of dry nitrogen and droplets vapor were considered for wide pressure interval (from 750 down to 20 mmHg). The experiments were carried out for mixture temperature 20 °C for two regimes (not including ultraviolet irradiation and with it). The received data dependences show the increase of evaporation speed under ultraviolet irradiation (about 25 % for water and 40% for nitrobenzene), especially for low pressure. The high accuracy of temperature's measurements (actually about 0,03 °C) allows concluding that this phenomena is not stipulated by the droplet temperature change.*

*Кутовой В.А., Николаенко А.А.*

*Национальный Научный Центр.  
Харьковский физико-технический институт*

### **Энергосберегающие термовакуумные установки для сушки дисперсных материалов.**

*На вновь созданных термовакуумных сушильных установках изучалось влияние температуры на скорость и качество сушки дисперсных материалов. Изучена кинетика изменения влаги в высушиваемых крупногабаритных керамических изделиях, гидроксиде циркония, зерне в зависимости от времени нагревания и давления в вакуумной камере. Найдено необходимое время нагревания исследуемых материалов в процессе сушки. Показано, что для разных видов дисперсных материалов, во время сушки, необходимо применять разные тепловые режимы.*

**Введение.** В настоящее время большое внимание уделяется разработке новых высокопроизводительных установок и энергосберегающих технологий для сушки дисперсных материалов.

В зависимости от структуры высушиваемого материала и режимных параметров технологического процесса происходит изменение его физических, химических и механических свойств. Для каждого материала, который высушивается, необходима своя конструкция установки и технология сушки.

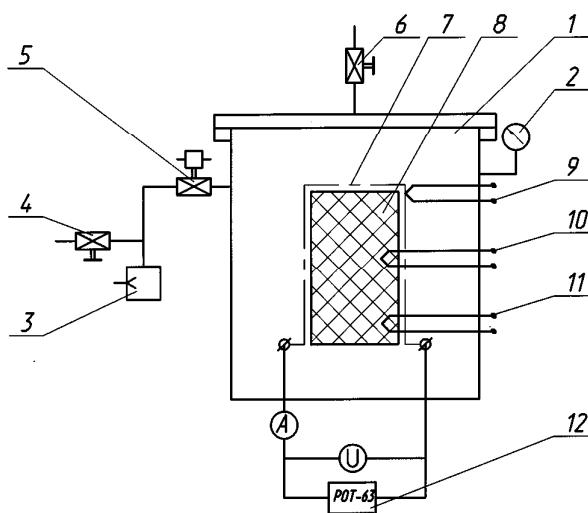
Разница во времени и температуры сушки связана со структурой материала, зависит от режимов сушки и оказывает влияние на скорость ухода жидкости из высушиваемого материала.

При создании сушильных установок и разработке новых технологий сушки следует учитывать структуру объектов сушки, качество высушенного материала и затраты энергии, необходимые для сушки дисперсных материалов.

#### **1. Термовакуумная сушка крупногабаритных керамических изделий.**

Крупногабаритный керамический блок размером 460×210×210 мм массой 80 кг формуют методом вакуумного вибролитья из тонкодисперсного хромосидного порошка с размером частиц менее 10 мкм. В качестве связующего вещества при производстве блоков используют воду в сочетании с органической связкой. Массовая доля влаги составляет 7...9%. Перед обжигом сырец керамического изделия необходимо высушить до влажности не выше 0,5%.

Среди известных методов сушки керамических изделий наибольшее распространение получили сушка токами высокой частоты, объемными тлеющими разрядами, нагретым воздухом, газом или перегретым паром. Все эти методы энергоемкие, с низким КПД, большой продолжительностью сушки и требуют сложного оборудования. Одним из перспективных энергосберегающих способов удаления влаги из крупногабаритных керамических блоков является сушка



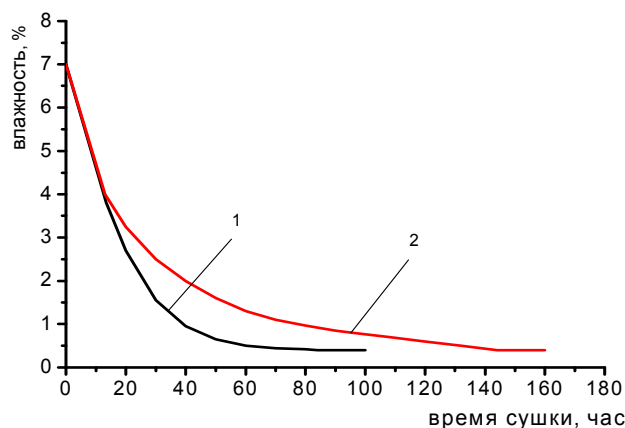
*Рис. 1. Схема вакуумной сушильной установки*

в вакууме [1]. Для отработки технологии сушки крупных керамических изделий была разработана и изготовлена вакуумная установка, схема которой приведена на рис. 1.

В данной разработке используется метод кондуктивной передачи тепла к высушиваемому изделию от гибкого электронагревателя, плотно контактирующего с изделием, что позволяет обеспечить хороший тепловой контакт между нагревателем и высушиваемым изделием. Электрический нагреватель 7 (рис.1) плотно облегает керамический блок 8 и тем самым создается равномерный нагрев блока по объему. К блоку подсоединяют термопары 9, 10, 11. Вакуумный объем герметизируют и откачивают вакуумным насосом, 3. Давление в вакуумной камере поддерживается в пределах 1,33 – 2кПа. Водяной пар, который образуется на поверхности высушиваемого изделия, легко проникает через поры нагревателя и уходит в вакуумный насос. Максимальная мощность нагревательного элемента 250 Вт. На начальном этапе сушки температура нагревательного блока составляет не больше 303К. В процессе сушки температуру нагревательного элемента медленно поднимали, и на конечном этапе сушки температура составила 328К. Температурный режим сушки подбирался таким образом, чтобы во время сушки керамический блок не разорвало.

Вакуумную сушку сырца крупногабаритного керамического изделия проводили двумя способами. Первый способ осуществлялся в дискретном режиме, второй - в непрерывном режиме.

При дискретном режиме изделие нагревали и сушили в вакууме 16 часов, после чего отключали нагреватель и вакуумный насос, а изделие в течение 8-ми часов находилось в вакуумной камере при остаточном давлении. Второй способ предусматривал непрерывный нагрев изделия и откачку паров воды из вакуумной камеры. Кинетика сушки керамических изделий в вакуумной сушильной установке представлена на рис.2.



**Рис. 2.** Кинетика вакуумной сушки сырца крупногабаритных керамических изделий:  
1 – дискретный режим; 2 – непрерывный режим

Из рис. 2 следует, что более интенсивная сушка изделия происходит при дискретном режиме (кривая 1), в то время, как меньше влаги удаляется из высушиваемого материала, при непрерывном режиме сушки (кривая 2). Продолжительность сушки без учета перерывов в дискретном режиме составила 84 ч, а при непрерывном режиме – 144 ч. Такая разница во времени связана с изменением структуры материала, зависящая от режимов сушки и оказывает влияние на скорость ухода жидкости из пористого тела. Во время сушки на поверхности изделия образуется высохший слой. Несмотря на его малую толщину, сопротивление этого слоя массопереносу влаги увеличивается по сравнению с сопротивлением внутренних слоев, так как в высохшем поверхностном слое количество пор уменьшается, в связи с этим выход влаги из высушиваемого объекта понизится. Если при этом сушку приостановить, то влага, которая осталась в высушиваемом изделии, равномерно распределяется по всему объему и увлажняет высохший поверхностный слой. В увлажненном поверхностном слое количество пор увеличится, и при последующем включении вакуумной сушильной установки влага более интенсивно уходит из высушиваемого объекта. Из пористого изделия в процессе сушки удаляется влага интенсивно до тех пор, пока поверхностный слой снова не высохнет, а количество пор в этом слое не уменьшится.

Скорость сушки таких же керамических изделий при атмосферном давлении составляет 60 суток.

Керамические изделия, высушенные в вакууме, обжигались при температуре 1873К. Обожженные изделия не имели трещин и других дефектов, отличались высокой прочностью и технологичностью при дальнейшей обработке.

**2. Термовакuumная сушка гидроксида циркония.** В настоящее время технологический процесс получения диоксида циркония из гидроксида циркония включает в себя три этапа – сушка, прожаривание и измельчение с просеиванием по фракциям. Первый этап – сушка гидроксида циркония в трубчатой печи ВНД-6М – 3 часа с начальной влажностью 80-85 % проходит при следующих режимах:

- температура I зоны нагрева. 673...723К;
- температура 2 зоны нагрева. 723...823К;
- время пребывания продукта в печи – 3 часа;
- затраты воздуха – 1...1,5 м<sup>3</sup>/час;
- температура воздуха – 396...447К.

Второй этап – прожаривание проходит при температуре 873...1073К за 1,5...3 часа.

Третий этап – измельчение диоксида циркония с просеиванием по фракциям. На выше перечисленные этапы получения диоксида циркония из гидроксида циркония энергетические затраты составляют около 1,2 кВт/кг. Приведенная технология имеет множество недостатков: теплопередача от газа к твердому телу требует большого количества нагретого газа или пара, стоимость трубчатых печей и их эксплуатационные расходы чрезмерно высокие.

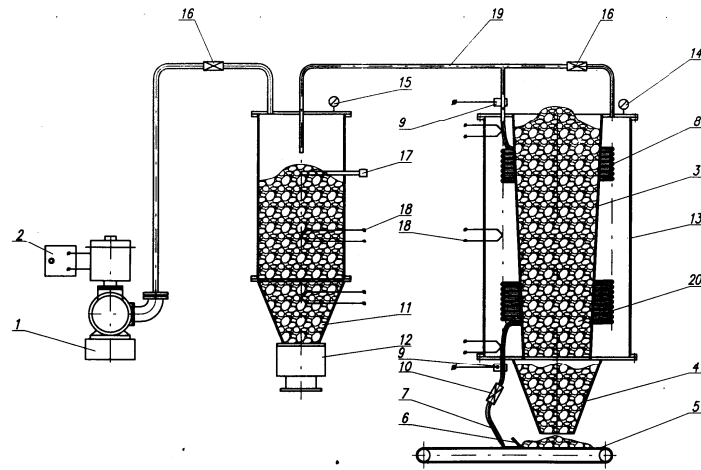
Целью настоящей работы является разработка энергосберегающего метода получения диоксида циркония из гидроксида циркония, сокращение технологического процесса и получение мелкодисперсного порошка.

На вновь созданной термовакуумной установке [2] разработана энергосберегающая технология получения диоксида циркония из гидроксида циркония с начальной влажностью 85%.

Схема вакуумной установки для получения диоксида циркония из гидроксида циркония приведена на рис.3.

Вакуумная установка состоит из вакуумного насоса 1, системы управления вакуумной установкой 2, бункера-питателя 3, в котором находится гидроксид циркония 20, трубчатого резистивного, теплоизолированного нагревательного элемента 8, изготовленного из трубы в виде змеевика. Установка оснащена приемником высушенного сырья (бункер-накопитель) 11, вакуумными трубопроводами 19 и клапанами 16, системой загрузки 4 и выгрузки 12, измерителями давления 14, 15, температуры 18 и регулятором всасываемого воздуха 10, который позволяет регулировать концентрацию высушиваемого материала внутри нагревательного элемента. Второй конец нагревателя соединен вакуумным трубопроводом 19 с входным патрубком вакуумного насоса 1 через бункер-накопитель высушенного сырья 11, который выполнен в виде отдельного вакуум-плотного корпуса. Разряжение в полости нагревателя 8 и бункере-накопителе 11 создается вакуумным насосом. Температура полученного диоксида циркония измеряется термометрами 18, а давление в бункере-накопителе контролируется вакуумметром 15. Такая конструкция установки обеспечивает высокопроизводительную, непрерывную технологию получения диоксида циркония из гидроксида циркония. Гидроксид циркония всасывается вместе с воздухом через патрубок 7 внутрь нагревателя 8 с транспортера 5. Высота насыпанного слоя сырья на транспортере формируется раклею 6.

Двигаясь внутри нагревательного элемента, гранулы гидроксида циркония соприкасаются с нагретыми стенками нагревателя, аккумулирует тепло и при этом быстро нагреваются до высокой температуры.



**Рис.3.** Схема вакуумной установки для получения диоксида циркония.

Суммарный поток тепла, который получает гранула за время от 0 до  $\tau$  зависит от площади и объема гранулы, мгновенного потока тепла, удельной теплоемкости, коэффициента теплопередачи, плотности среды, температуры нагревания, [3].

$$Q = \int_0^{\tau} A q d\tau = c_p V (T_c - T_0) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\alpha \tau}{c_p R_v}\right) \right] \quad (1)$$

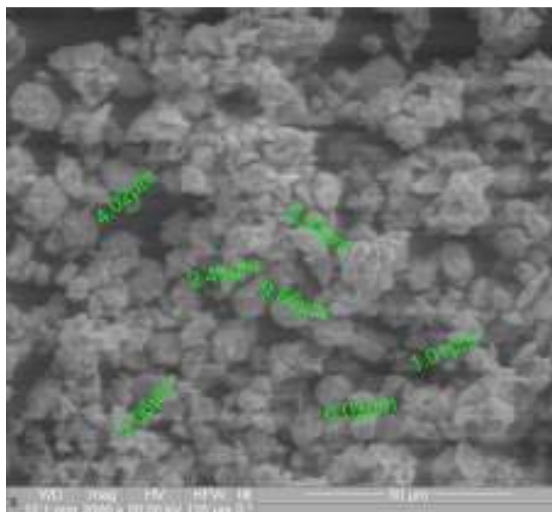
где  $Q$  – суммарный поток тепла, Дж;  $A$  – площадь гранулы,  $\text{м}^2$ ;  $q$  – мгновенный поток тепла, Вт;  $\tau$  – время, с;  $c$  – удельная теплоемкость гранулы,  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ;  $\rho$  – плотность среды,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;  $V$  – объем гранулы,  $\text{м}^3$ ;  $T_c$  – температура нагревания гранулы, К;  $T_0$  – начальная температура гранулы, К;  $\alpha$  – коэффициент теплопередачи,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $R_v$  – относительный объем гранулы, равный отношению объема гранулы  $V$  к ее поверхности  $S$ .

Скорость нагревания гранулы прямо пропорциональна разности температуры среды и температуры гранулы, зависит от коэффициента пропорциональности:

$$-\frac{dT}{d\tau} = \alpha (T_2 - T_1), \quad (2)$$

где  $\frac{dT}{d\tau}$  – скорость нагревания гранулы, К/с;  $T_1$  – температуры гранулы, К;  $T_2$  – температуры среды, К;

Получив мощный поток тепла за короткое время, температура гранулы становится выше температуры испарения влаги, которая находится внутри гранулы ( $T_1 > T_2$ ). При быстром понижении давления окружающей среды и интенсивному нагреванию гранулы влага внутри высушиваемого гидроксида циркония резко вскипает. Начинается процесс интенсивного паровыделения внутри гранулы гидроксида циркония. Избыток давления разрывает гранулу гидроксида циркония на мелкие частицы. Происходит изменение физических, химиче-



*Рис.4. Порошок диоксида циркония, полученный в термовакуумной установке*

ских и механических свойств высушиваемого материала. Перемещаясь в полости нагревательного элемента, гидроксид циркония превращается в мелкодисперсный порошок диоксида циркония по реакции:



При дальнейшем продвижении диоксида циркония в полости нагревательного элемента он еще больше измельчается за счет трения о стенки нагревательного элемента и столкновения между собой. Полученный порошок диоксида циркония имеет влажность ниже 1% с размером фракций от 1.01 до 9.66 мкм, рис. 4.

Нагретый и измельченный порошок диоксида циркония поступает в бункер-накопитель 11, рис.3, в котором происходит отделение влаги от высушенного материала. Влага, которая испарилась, вместе с воздухом, поступает в вакуумный насос, а высушенный материал остается в бункере-накопителе. Продолжительность сушки гидроксид циркония равняется 20 секундам. При этом количество электроэнергии, израсходованной для получения диоксида циркония влажностью, ниже 1% в данной установке, составляет около 0.4 кВт/кг, что по сравнению с существующей технологией в три раза меньше.

**Термовакуумная сушка зерна.** Процесс сушка зерна в термовакуумной установке рис.3 отличается от процесса сушки гидроксид циркония. Сушка фуражного зерна происходит при температуре до 343К, а семенного зерна при температуре не выше 323К, давление  $1.33 \cdot 10^4$  Па. Максимальная допустимая температура нагревания зерна определяется термостойкостью его белкового содержания и зависит от свойств клейковины. Исследование показали, что зерно быстро нагревается к предельно допустимой температуре, но медленно отдает влагу. Для сушки посевного зерна необходимо применять осциллирующий режим, т.е. после нагревания зерно подвергают промежуточному охлаждению. Потом цикл сушки повторяется. Такой режим сушки сохраняет питательные вещества в зерне и зерно остается жизнеспособным. Как видно из рис. 5 алейроновые клетки, крахмал, белок, клейковина в зерне сохранены. Не разрушена кожа зерна, которая сохраняет от повреждения алейроновый пласт, который в



свою очередь полностью сохраняет клетки эндоспермы.

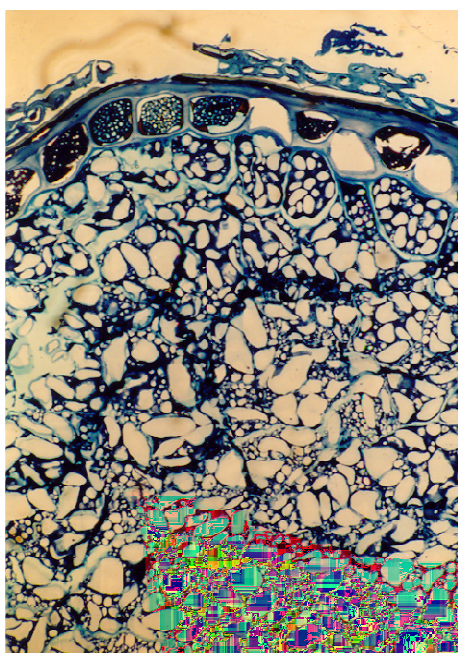
При повышении температуры сушки жизнеспособные клетки зерна гибнут и зерно может использоваться как фуражное (рис.6).

### Выводы

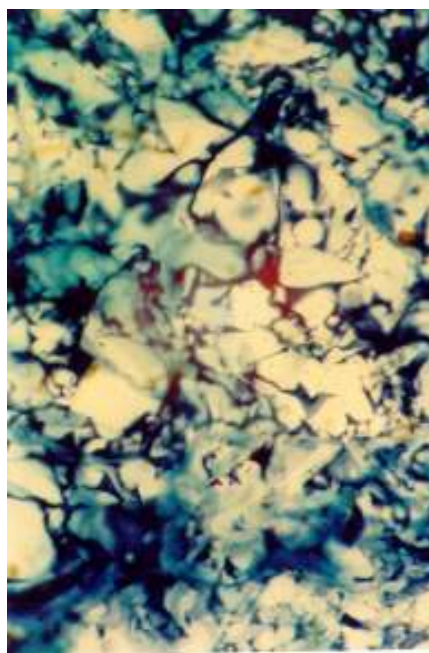
При выполнении данных работ изучали влияние температуры на скорость и качество вакуумной сушки крупногабаритных керамических изделий, гидроксида циркония, зерна. Изучена кинетика изменения влаги при сушке в зависимости от времени нагревания и давления в вакуумной камере. Найдено необходимое время нагревания исследуемых материалов в процессе сушки. Показано, что для разных видов продукции, во время сушки, необходимо применять разные тепловые процессы и разрабатывать свои специфические условия сушки, которые обеспечивают высокое качество конечного продукта.

Для каждого вида продукции необходимо создавать индивидуальные формы нагревателей, чтобы улучшить теплопередачу от нагревательного элемента к высушиваемому материалу, что значительно улучшает электротехнические характеристики и продуктивность сушильной установки.

Полученные результаты являются следствием новых конструктивных разработок с использованием комплекса физических, механических и электронно-микроскопических методов исследования.



*Рис.5 Сушка зерна при  $T=323\text{ K}$ .*



*Рис. 6 Сушка зерна при  $T=343\text{ K}$ .*

### Литература:

1. *Кутовий В.О., Мацько О.О., Примаченко В.В., и др.* Спосіб вакуумного сушіння сирцю вогнетривких виробів. Патент на винахід №82918 от 26.05.2008. Україна.

2. *Kutovoy V.* Apparatus for drying of wet dispersed raw materials. International patent number: PCT/UA2005/000051. International publication number: WO/2007/013866, date 01.02.2007
3. *Лыков А.В.* Тепломассообмен. Справочник. – М.: Энергия, 1972. – 560 с.

***Кутовий В. О., Ніколаєнко А. О.***

***Енергозберігаючі термовакуумні установки для сушіння дисперсних матеріалів.***

**АНОТАЦІЯ**

*На новостворених термовакуумних сушильних установках вивчався вплив температури на швидкість і якість сушіння дисперсних матеріалів. Вивчено кінетику зміни вологи в великогабаритних керамічних виробках, гідроксиду цирконію, зерні залежно від часу нагрівання і тиску у вакуумній камері. Знайдено необхідний час нагрівання досліджуваних матеріалів в процесі сушіння. Показано, що для різних видів дисперсних матеріалів, під час сушіння, необхідно застосовувати різні теплові режими.*

***Kutovoy V. A., Nikolaenko A. A.***

***Energy-saving thermal vacuum installations for drying of disperse materials***

**SUMMARY**

*The given effort was devoted to study of temperature influence onto intensity and quality of vacuum drying of large-sized ceramic products, zirconium hydroxide, grain. It was studied kinetics of moisture changes in dried materials versus time of heating and pressure in the vacuum chamber. Necessary time of heating of investigated materials was determined in the course of drying. It is shown that for different kinds of products different thermal modes is necessary to apply during drying.*

**B. J. Abdullah**

Department of Physics, College of Science, University of Salahaddin,  
Arbil, Iraq Kurdistan, Iraq  
E-mail: [Botan\\_nano@yahoo.com](mailto:Botan_nano@yahoo.com)

## **Effect of Size on Lattice Thermal Conductivity in Si and Ge Nanowires from 2K to room temperatures**

*Lattice thermal conductivity in silicon and germanium nanowires of diameters 22, 37, 56 and 115nm were theoretical investigated in the temperature range between 2K to 300K. Size dependence of melting point, Debye temperature and group velocity of silicon and germanium nanowires determined and it drops with decreasing their size. The size effects on the lattice thermal conductivity is calculated using the Debye-Callaway model modified to include both longitudinal and transverse phonon modes explicitly with the strong effect of scattering of phonons by sample boundaries, mass-difference and other phonons via both normal and umklapp process and also the modification of Gruneisen parameter, lattice dislocation and surface roughness is considered. The results show that lattice thermal conductivity of Si and Ge nanowires can be significantly smaller than the bulk with reduction of nanowire diameters, the approach yields good agreement with experimental results for Si nanowires, for Ge nanowires of the same diameters are given and exhibit a lower lattice thermal conductivity than silicon, enabling future experimental verification.*

### **1. Introduction**

In the past two decades, a lot of attention has been paid to the low-dimensional materials because of their demand for miniaturization of electronic devices and the desired thermal as well as electric properties for thermoelectric applications [1, 2]. It was realized that low-dimensional materials can possibly result in a higher power factor because of the size-quantization effects and electron energy filtering [3] and in lower thermal conductivity as the lattice wave are confined when the characteristic length scale of the materials is smaller than or comparable to the phonon mean free path. Among all the differences in the thermoelectric properties between nanowires and bulk materials are expected to be most substantial due to large surface-to-volume ratio of nanowires [4, 5]. Semiconducting silicon and germanium nanowires have raised interest as promising building blocks for nanoscale electronic devices and more recently, as efficient thermoelectric materials [6].

Determining the thermal conductivity of semiconducting nanowires plays a crucial role in the development of a new generation of thermoelectric materials [7]. Historically, lattice thermal conductivity in crystalline materials has been derived by: Callaway[8] developed based on the single mode relaxation time model that can successfully predict the low temperature thermal conductivity of germanium, this approach uses the Debye approximation, which assumes that there is no phonon dispersion and that the longitudinal and transverse polarizations behave identically and he pointed out that because normal processes cannot by themselves lead to finite lattice

thermal conductivity, it is not legitimate to add reciprocal relaxation times for normal processes. And later Holland[9] extended the work of Callaway by separating the contributions of longitudinal acoustic and transverse acoustic phonon, including some phonon dispersion and using different forms of the relaxation times, better high temperature agreement was found for germanium than with Callaway model. Callaway's [8] and Holland's [9] model have been used by Asen-Palmer et al. [10] for the thermal conductivity analysis to estimate the effect of isotopes and normal processes of the phonon scattering, which they have modified the callaway model to get satisfactory fits to their experimental data on germanium. In their approach, they treat transverse and longitudinal modes separately and presented the most widely used formulation for bulk lattice thermal conductivity  $k(T)$  for various semiconductors.

Lattice Thermal conductivity for intrinsic crystal Si nanowires of different diameters 22, 37, 56 and 115nm have been measured by Li et al. [11]. The results show that for all four-diameter wires the lattice thermal conductivity are much lower than bulk value and at their smallest wire diameter of 22nm, a linear lattice thermal conductivity appears over the whole temperature range. Most of researchers were calculated lattice thermal conductivity for Si nanowires of different diameters of 37, 56 and 115nm, they were successful for some of these diameters compared to the experimental data but none of them succeeded to obtain an accurate value for the 22nm diameter.

The purpose of this paper is to calculate the lattice thermal conductivity using an approach similar to that of Asen-Palmer et al.[10] with size effects of melting point, Debye temperature, group velocity and the effect of modification on Gruneisen parameter, lattice dislocation and surface roughness on the lattice thermal conductivity in Si and Ge nanowires, good agreement with experimental results is obtained for Si nanowires. On the other hand, followed the same method as for Si nanowires, to obtain the lattice thermal conductivity sets of Ge nanowires by recalculation and using the same theoretical dependencies, for which no experimental data is available to date, which await experimental verification.

## 2. Theoretical Model

**2.1 Lattice thermal conductivity.** Recently an extension of the Callaway model was provided by Asen-Palmer et al.[10], who successfully modeled the lattice thermal conductivity by not only using the Callaway formalism but also by considering the explicit mode dependence of the lattice thermal conductivity and summing over one longitudinal ( $\kappa_L$ ) and two degenerate transverse ( $\kappa_T$ ) phonon branches:

$$\kappa = \kappa_L + 2\kappa_T. \quad (1)$$

Based on the Callaway's[8] model,  $\kappa_L$  can be written as

$$\kappa_L = \kappa_{L1} + \kappa_{L2}, \quad (2)$$

where

$$\kappa_{L1} = \frac{1}{3} C_L \int_0^{\theta_L/T} \frac{\tau_C^L(x) x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx, \quad (3)$$

$$\kappa_{L2} = \frac{1}{3} C_L \frac{\left[ \int_0^{\theta_L/T} \frac{\tau_C^L(x) x^4 e^x}{\tau_N^L(x) (e^x - 1)^2} dx \right]^2}{\int_0^{\theta_L/T} \frac{\tau_C^L(x) x^4 e^x}{\tau_N^L(x) \tau_R^L(x) (e^x - 1)^2} dx}. \quad (4)$$

As for transverse branch

$$\kappa_T = \kappa_{T1} + \kappa_{T2} \quad (5)$$

where

$$\kappa_{T1} = \frac{1}{3} C_T \int_0^{\theta_T/T} \frac{\tau_C^T(x) x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx, \quad (6)$$

$$\kappa_{T2} = \frac{1}{3} C_T \frac{\left[ \int_0^{\theta_T/T} \frac{\tau_C^T(x) x^4 e^x}{\tau_N^T(x) (e^x - 1)^2} dx \right]^2}{\int_0^{\theta_T/T} \frac{\tau_C^T(x) x^4 e^x}{\tau_N^T(x) \tau_R^T(x) (e^x - 1)^2} dx}. \quad (7)$$

In these expressions,  $(\tau_N)^{-1}$  is the scattering rate for normal phonon processes,  $(\tau_R)^{-1}$  is the sum of all resistive scattering processes such as isotope, three-phonon Umklapp and boundary, and  $(\tau_C)^{-1}$  is the combined relaxation rate that can be written as

$$(\tau_C)^{-1} = (\tau_N)^{-1} + (\tau_R)^{-1}, \quad (8)$$

where subscript  $T$  and  $L$  denote transverse and longitudinal phonons,  $T$  is absolute temperature,  $\theta_L$  and  $\theta_T$  are Debye temperatures of transverse and longitudinal branches respectively,  $x$  is a dimensionless parameter that can be written as

$$x = \frac{\hbar\omega}{k_B T} \quad (9)$$

where  $\omega$  is phonon frequency,  $\hbar$  is reduced Planck constant and  $k_B$  is the Boltzmann constant.

And

$$C_{L(T)} = \frac{k_B^4}{2\pi^2 \hbar^3 v_{L(T)}}. \quad (10)$$

Here  $v_{L(T)}$  are the longitudinal (transverse) acoustic phonon velocities, respectively.

**2.2 Phonon relaxation rates.** In this model, the acoustic phonon relaxation is considered in resistive processes, such as three-phonon Umklapp scattering, mass-difference scattering, boundary scattering and normal three-phonon scattering. The relaxation times are  $\tau_U$ ,  $\tau_M$ ,  $\tau_B$  and  $\tau_N$  respectively. The effective relaxation rate can be obtained by the Matthiessen rule for each phonon mode

$$(\tau_C^L)^{-1} = (\tau_U^L)^{-1} + (\tau_M^L)^{-1} + (\tau_B^L)^{-1} + (\tau_N^L)^{-1} \quad (11)$$

and

$$(\tau_C^T)^{-1} = (\tau_U^T)^{-1} + (\tau_M^T)^{-1} + (\tau_B^T)^{-1} + (\tau_N^T)^{-1}. \quad (12)$$

The relaxation rate for phonon-phonon Umklapp scattering was given by Slack and Galginaitis [12] as

$$\tau_U^{-1}(\omega) = B_U \omega^2 T e^{(-\theta_D/3T)} \quad (13)$$

with

$$B_U = \frac{\hbar \gamma^2}{M v^2 \theta_D}, \quad (14)$$

where  $\gamma$  is the Gruneisen anharmonicity parameter and  $M$  is the average atomic mass in the system. The phonon-phonon relaxation rates in the case of longitudinal and transverse phonons are expressed in terms of the dimensionless parameter  $x$  as

$$(\tau_U^L(x))^{-1} = B_U^L \left(\frac{k_B}{\hbar}\right)^2 T^3 e^{(-\theta_L/3T)} \quad (15)$$

with

$$B_U^L = \frac{\hbar \gamma_L^2}{M v_L^2 \theta_L} \quad (16)$$

and

$$(\tau_U^T(x))^{-1} = B_U^T \left(\frac{k_B}{\hbar}\right)^2 T^3 e^{(-\theta_T/3T)} \quad (17)$$

with

$$B_U^T = \frac{\hbar \gamma_T^2}{M v_T^2 \theta_T}. \quad (18)$$

The Umklapp scattering rate depends on the longitudinal and transverse Debye temperatures  $\theta_L$  and  $\theta_T$ , acoustic phonon velocities  $v_L$  and  $v_T$ , and Gruneisen parameters  $\gamma_L$  and  $\gamma_T$ , thus will be different for different modes and it is assumed that heat is carried only by acoustic phonons, where bulk values  $\gamma^L$  and  $\gamma^T$  of silicon and germanium equal to 1.1 and 0.6[10] respectively.

Mass-difference scattering is the scattering of phonon due to differences in mass. The mass-difference scattering rate is given by Klemens[13]

$$\tau_M^{-1}(\omega) = \frac{V_0 \Gamma \omega^4}{4\pi v^3} + \frac{3V_0^2 S^2}{\hbar v^3} N_{imp} \quad (19)$$

where  $V_0$  is the volume per atom,  $S$  is the scattering factor which usually has a value close to unity,  $N_{imp}$  is the impurity concentration. However impurity concentration up to  $10^{17} \text{cm}^{-3}$  has no effect on lattice thermal conductivity in bulk crystal.  $\Gamma$  is the measure of the strength of the mass-difference scattering defined as

$$\Gamma = \sum_i f_i \left(1 - \frac{M_i}{\bar{M}}\right) \quad (20)$$

Here  $f_i$  is the fractional concentration of the impurity atoms of mass  $M_i$ , and

$$\bar{M} = \sum_i M_i f_i, \quad (21)$$

where  $\bar{M}$  is the average atomic mass. Naturally occurring silicon consists of three main isotopes having their atomic masses of 27.976929, 28.976496 and 29.973763, while naturally occurring germanium of five isotopes have 69.9243, 71.9217,

72.9234, 73.9219 and 75.9214. Mass-difference relaxation rates in the case of longitudinal and transverse phonons are expressed in terms of the dimensionless parameter  $x$  as

$$(\tau_M^L(x))^{-1} = \frac{V_o k_B^4}{4\pi\hbar^4 v_L^3} x^4 T^4 + \frac{3V_o^2 S^2}{\hbar v_L^3} N_{imp} \quad (22)$$

and

$$(\tau_M^T(x))^{-1} = \frac{V_o k_B^4}{4\pi\hbar^4 v_T^3} x^4 T^4 + \frac{3V_o^2 S^2}{\hbar v_T^3} N_{imp}. \quad (23)$$

The phonon-boundary scattering rate is assumed independent of temperature and frequency and can be written as [10,13]

$$\tau_B^{-1} = \frac{v}{D}, \quad (24)$$

where  $D$  is the diameter of nanowires. Zou and Balandin [14] includes effect resulting from specular reflection of phonon at the surface, they introduced the parameter  $p$ , which characterizes the interface roughness and its effect on the boundary scattering. The value of  $p$  represents the probability that the phonon is undergoing a specular scattering event at the interface. The value of  $(1-p)$  represents the probability that the phonon is undergoing a diffuse scattering event. Then the expression for the boundary scattering rate via introduction of parameter  $p$ , is taken as [14]

$$\tau_B^{-1} = \frac{v}{D}(1-p). \quad (25)$$

The boundary scattering rates in the case of longitudinal and transverse phonons which interest in this paper are expressed in terms of the specularity parameter  $p$  as

$$(\tau_B^L)^{-1} = \frac{v_L}{D}(1-p) \quad (26)$$

and

$$(\tau_B^T)^{-1} = \frac{v_T}{D}(1-p). \quad (27)$$

The normal phonon scattering do not contribute directly to the thermal resistance but are crucial in spreading out the influence of the other resistive processes to the entire phonon spectrum. For phonon-phonon normal scattering the relaxation rate [13, 15]

$$\tau_N^{-1}(\omega) = B_N \omega^a T^b \quad (28)$$

is the general form suggested by best fits to experimental thermal conductivity data; the scattering rate coefficient  $B_N$  is a constant independent of  $\omega$  and  $T$  with  $(a, b) = (1, 4)$  and  $(2, 3)$  were used for group IV and III-V semiconductors for longitudinal and transverse phonon, respectively. The approach of Asen-Palmer et al. [10] are the appropriate forms for longitudinal and transverse phonons, and expresses as

$$(\tau_N^L(x))^{-1} = B_N^L \left(\frac{\kappa_B}{\hbar}\right)^2 x^2 T^5 \quad (29)$$

with

$$B_N^L = \frac{\kappa_B^3 \gamma_L^2 V_o}{M \hbar^2 v_L^5} \quad (30)$$

and

$$(\tau_N^T(x))^{-1} = B_N^T \left( \frac{\kappa_B}{\hbar} \right) x T^5 \quad (31)$$

with

$$B_N^T = \frac{\kappa_B^4 \gamma_T^2 V_o}{M \hbar^3 v_T^5}. \quad (32)$$

**2.3 Phonon group velocities.** The average phonon velocity  $v$  is proportional to the characteristic Debye temperature  $\theta_D$  of a crystal[16]

$$\theta_D \propto \frac{2h}{\pi k_B} \left( \frac{3N_A}{4\pi V} \right)^{1/3} v \quad (33)$$

with the Plank constant  $h$ , the Avogadro constant  $N_A$  and the molar volume  $V$ . The system considered is assumed to be isotropic. By using the subscript  $B$  and  $n$  which means the corresponding bulk and nanowires crystal respectively, the size dependence of the phonon velocity is equal to that of the Debye temperature

$$\frac{v^n}{v^B} = \frac{\theta_D^n}{\theta_D^B}. \quad (34)$$

Lindemann's [17] proposed the relation between the melting point and the Debye temperature of crystals, starting that a crystal will melt when the root mean square displacement of atoms in the crystal exceeds a certain fraction of the inter-atomic distance for small particles. Combining with the Einstein specific heat theory, the square of the characteristic temperature is proportional to the melting point  $T_m$  of crystals, and the modern form of this relation for the Debye temperature is

$$\theta_D = const \cdot \left( \frac{T_m}{MV^{2/3}} \right)^{1/2} \quad (35)$$

with the molecular mass  $M$ , According to the same relation for nanowires[16]

$$\frac{\theta_D^n}{\theta_D^B} = \frac{T_m^n}{T_m^B} \quad (36)$$

where  $T_m^n$ ,  $T_m^B$ ,  $\theta_D^n$  and  $\theta_D^B$  are the melting points and Debye temperatures of the nanowires and the corresponding bulk crystals, respectively. The size dependent melting point is calculated from the relation [18]

$$\frac{T_m^n}{T_m^B} = \exp \left( - \frac{2(S_m - R)}{3R(r_n/r_o - 1)} \right), \quad (37)$$

where  $S_m$  is the bulk over all melting entropy and  $R$  is the molar gas constant and equal to  $8.314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ ,  $r_n$  is the radius of nanowires and  $r_o$  is the critical radius of which all atoms of the particle are located on its surface. For low dimension crystals,



**Table 1.** Calculated size dependency ( $v$ ,  $\theta_D$  and  $T_m$ ) for silicon by using equations (34), (36) and (37).

Diameter D (nm)	Melting point $T_m$ (K)	Debye temperature $\theta_D$ (K)		Group velocity $v \times 10^3$ (m/sec)	
		$\theta_D^L$	$\theta_D^T$	$v^L$	$v^T$
Bulk	1690	586	240	8.476	5.850
115	1655.500	579.986	237.537	8.390	5.790
56	1619.047	573.566	234.907	8.300	5.729
37	1582.460	567.050	232.238	8.202	5.660
22	1508.666	553.670	226.758	8.008	5.527

it is clear that  $r_o$  in equation (37) should be dependent on the structure dimension  $d$  : where  $d = 0$  for nanocrystals, 1 for nanowires and 2 for the thin films. The relation between  $d$  and  $r_o$  is given by

$$r_o = (3 - d)a_o, \quad (38)$$

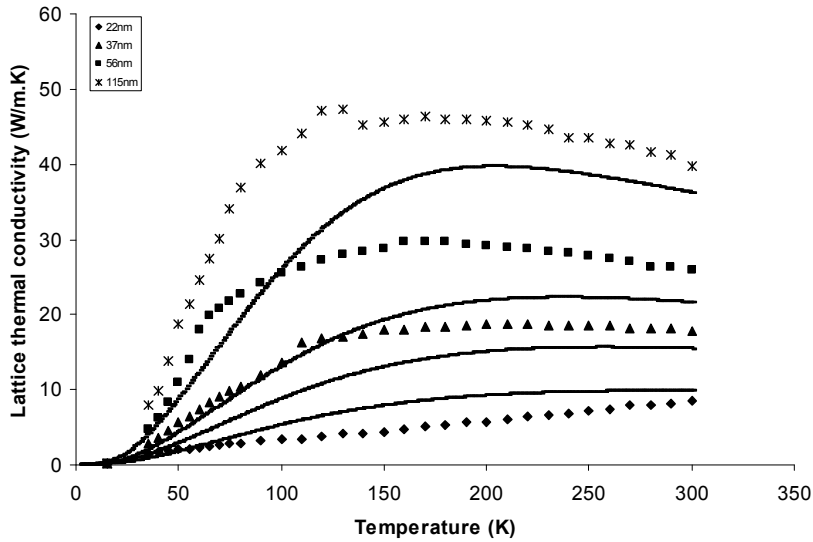
where  $a_o$  is the atomic diameter.

### 3. Result of simulation and discussion.

Values  $T_m^n$ ,  $T_m^B$ ,  $\theta_D^n$ ,  $\theta_D^B$ ,  $v^n$  and  $v^B$  are calculated through equations (34), (36) and (37) and displayed in Tables (1) for silicon and (2) for germanium and they are used in present calculation, the result indicate that it drops with decreasing their diameter. The material parameters characteristic of silicon and germanium used in the calculations for the longitudinal and transverse acoustic wave are  $v_L = \sqrt{C_{11}/\rho}$  and  $v_T = \sqrt{C_{44}/\rho}$ , where  $C_{11}$ ,  $C_{44}$  are elastic constants for silicon and germanium equal to  $16.74 \cdot 10^{11}$ ,  $7.96 \cdot 10^{11}$  dyne/cm<sup>2</sup> and  $12.90 \cdot 10^{11}$ ,  $6.70 \cdot 10^{11}$  dyne/cm<sup>2</sup> respectively and  $\rho$  is the material density for silicon and germanium is 2.33 and 5.36g/cm<sup>3</sup> respectively.

**Table 2.** Calculated size dependency ( $v$ ,  $\theta_D$  and  $T_m$ ) for germanium by using equations (34), (36) and (37).

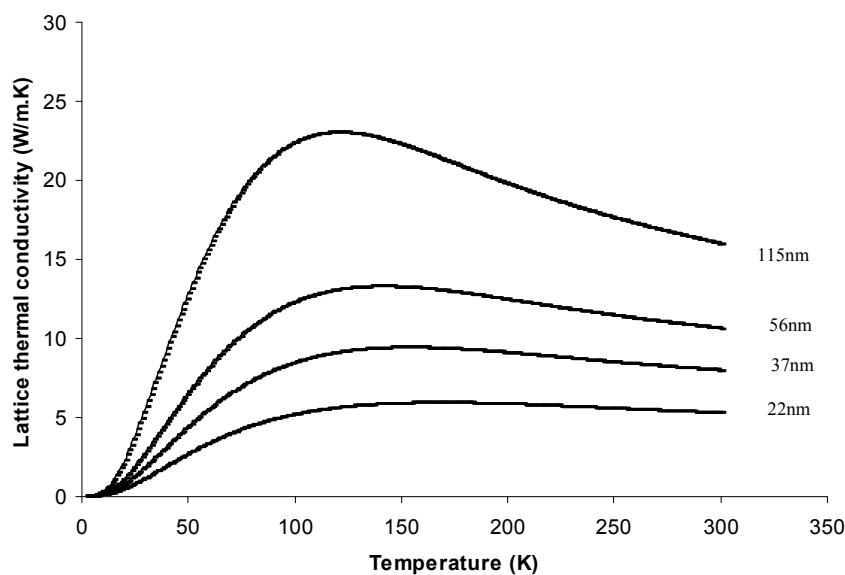
Diameter D (nm)	Melting point $T_m$ (K)	Debye temperature $\theta_D$ (K)		Group velocity $v \times 10^3$ (m/sec)	
		$\theta_D^L$	$\theta_D^T$	$v^L$	$v^T$
Bulk	1210	333	150	4.750	3.535
115	1184.271	329.440	148.396	4.700	3.497
56	1157.082	325.636	146.683	4.645	3.456
37	1129.800	321.775	144.943	4.590	3.415
22	1065.462	312.478	140.756	4.457	3.317



**Fig. 1.** Calculated lattice thermal conductivity versus temperature from 2 to 300 K for silicon nanowires of diameters 22, 37, 56 and 115 nm by using the effect of all scattering and calculated phonon group velocity, Debye temperature and melting point in comparison with that of the experimental data[11].

The critical radius  $r_o$  is calculated from equation (38) for silicon and germanium is 0.674 and 0.0702nm respectively and the atomic diameter  $a_o$  for silicon and germanium is estimated from the formula  $a^3 = 4\pi a_o^3 / 3$  is 0.337 and 0.351nm, respectively.

In this work the scattering processes of Umklapp, mass-difference and boundary contributes to lattice thermal conductivity were considered. The effect of temperature dependent lattice thermal conductivity  $k$  for diameters 22, 37, 56 and 115 nm numerically calculated using MathCAD Software to solve equation (1) are presented in Fig.(1) and Fig.(2) for silicon and germanium respectively, the result shows the varia-



**Fig.2.** Calculated lattice thermal conductivity versus temperature from 2 to 300 K for germanium nanowires of diameters 22, 37, 56 and 115nm by using the effect of all scattering and calculated phonon group velocity, Debye temperature and melting point.

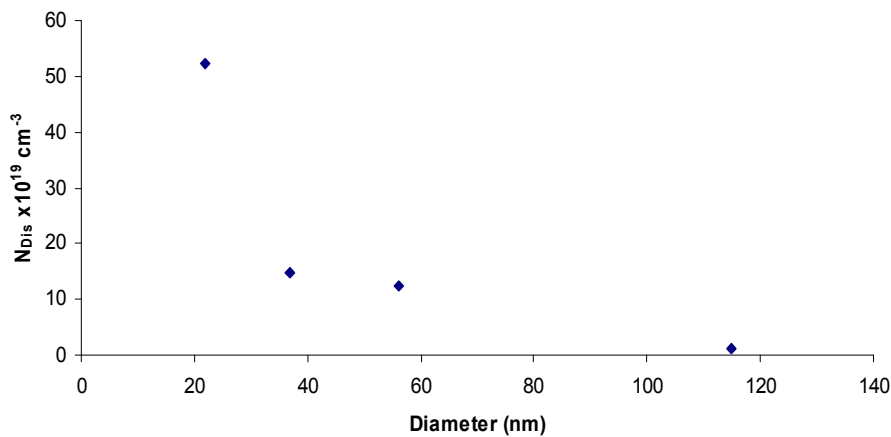
tions of the lattice thermal conductivity with different diameters and values of lattice thermal conductivity for intrinsic single crystal silicon will be compared with that of the reported experimental data [11].

The other parameters used in the numerical solution are the form factor for the mass-difference of three silicon isotopes was found to be 0.922, 0.047 and 0.031 and for five germanium isotopes equal to 0.205, 0.274, 0.078, 0.365 and 0.078, the measure of the strength of the mass-difference scattering  $\Gamma$  of silicon and germanium is calculated from equation (20) which is equal to  $2.012 \cdot 10^{-4}$  and  $5.874 \cdot 10^{-4}$  respectively, the average atomic mass of silicon and germanium is calculated from equation (21) is 28.0858 and 72.6324 atomic mass unit respectively and the volume per atom  $V_o$  of silicon and germanium having their lattice constant  $a$  of 5.66 and 5.43 Å is estimated from the formula  $V_o = a^3/8$  is  $2.0012 \cdot 10^{-29}$  and  $2.2665 \cdot 10^{-29}$  m<sup>3</sup> respectively.

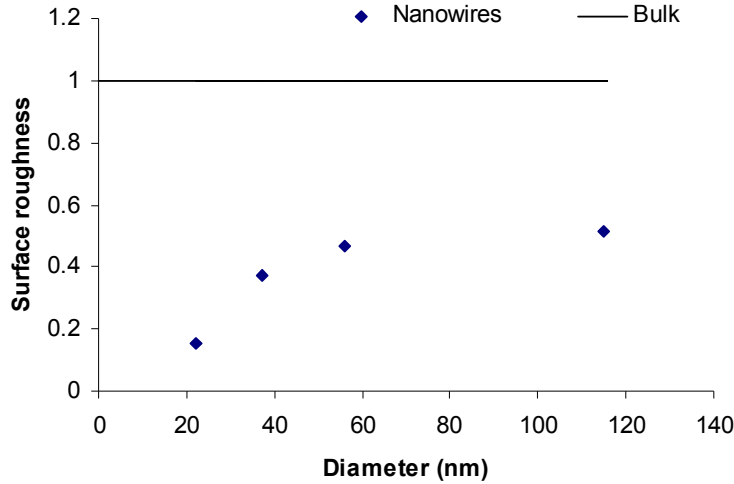
Due to other size dependence parameters some other mechanism comes in and plays an important role for the phonon transport such as  $N_{imp}$ ,  $P$  and  $\gamma$  where their explanations are given in the following section:

**3.1 Modification due to Lattice Dislocations, Surface roughness and Gruneisen anharmonicity parameters on lattice thermal conductivity.** When a bulk crystal reduces to a nanowire size, the geometrical disturbance is expected to occur and the periodicity of the lattice from wire cross-section center increases in a systematic form from the minimum inter-atomic bonding which is mostly for the bulk to that of the maximum bonding length at the surface[19]. Lattice arrangement of successive circular layers at the wire cross-section will be deformed with regard of their lattice periodicity by transferring from the expected surface plane to another at their truncate. However, truncate makes an intersection angle between the two planes where it increases as the wire diameter decreases[20].

Both assumed suggestions causes increase in the degree of dislocation with the decrease of diameter. According to this approach, the properties related to the surface will remain constant the ones belong to the bulk change in accordance to its percentage surface to bulk ratio. The best fit values obtained for the concentration of lattice dislocation versus diameters of silicon nanowires are  $1.17 \cdot 10^{19}$ ,  $12.52 \cdot 10^{19}$ ,



**Fig.3.** The diameter dependence of lattice dislocation of silicon nanowires.



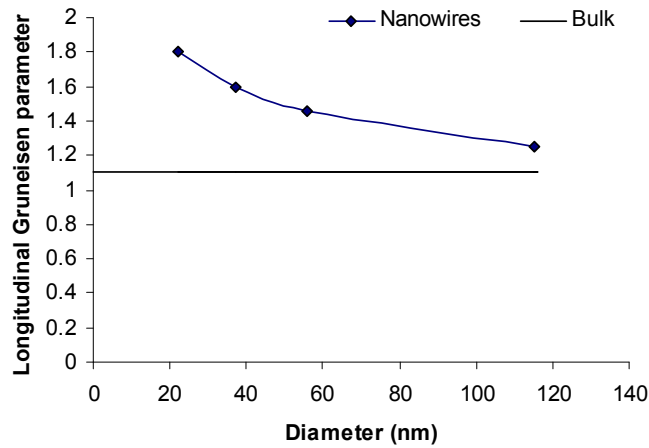
*Fig. 4. The surface roughness versus silicon nanowire diameter.*

$14.83 \times 10^{19}$  and  $52.34 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  respectively, in this case the dislocation concentration versus silicon nanowire diameter is shown in Fig.(3) and the result indicated that values of lattice dislocation increases as the diameter of silicon nanowires decreases.

The other parameter affect on lattice thermal conductivity which influence the boundary scattering is the surface roughness, the best fit values obtained for the surface roughness versus diameters of silicon nanowires ranged between  $0.512 \leq p \leq 0.154$  are 0.512, 0.468, 0.374 and 0.154, the result indicated that values of  $p$  decreases as the diameter of silicon nanowires decreases as shown in Fig.(4) and this leads to higher probability of diffuse scattering.

When the size of a crystal reduces to a nanoscale range, the surface to bulk ratio begins to effect the mechanical properties of the material and the surface bonding length is much larger than that for the bonds belong to the bulk material[18], thus surface effects in these high surface to volume ratio will become important on lattice thermal conductivity, the probability of controlling lattice thermal conductivity by Gruneisen anharmonicity parameter in nanoscale size system would be possible. Such a conclusion can be used to correlate of both longitudinal and transverse Gruneisen anharmonicity parameter. The best fit values obtained for the  $\gamma^L$  and  $\gamma^T$  versus diameters of silicon nanowires are 1.248, 1.456, 1.597 and 1.802 and 0.687, 0.952, 1.143, and 1.483 respectively, the result indicated that values of  $\gamma^L$  and  $\gamma^T$  increases as the diameter of silicon nanowires decreases as shown in Fig.(5) and Fig.(6).

After modification in Gruneisen anharmonicity parameter, lattice dislocation and surface roughness, good agreement with experimental results is obtained for Si nanowires as shown in Fig.(7) and for the germanium nanowires the modified theoretical curves are obtained with the effect of modification and recalculation on the lattice thermal conductivity directly from the parameters proportionality for silicon nanowires to that of germanium by using the same theoretical dependencies as shown in Fig.(8), the result shows that as the wire diameter goes down the corresponding lattice thermal conductivity is decreases, comparison with result of silicon nanowires in Fig.(7) shows that the lattice thermal conductivity of the germanium nanowires are much lowers than of silicon of similar diameter.

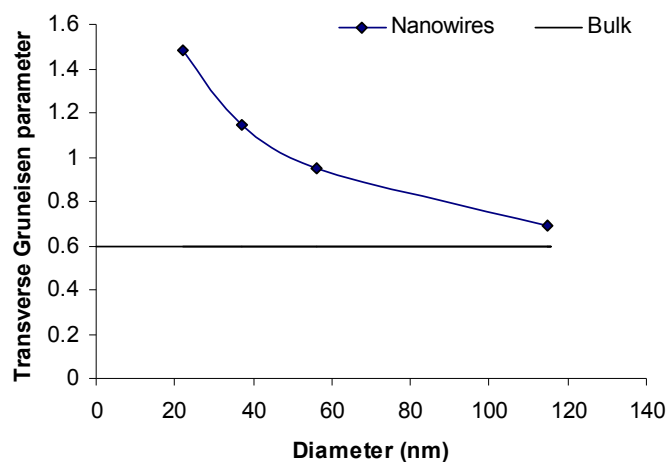


*Fig.5. The longitudinal Gruneisen parameter as a function of nanowire diameter for silicon.*

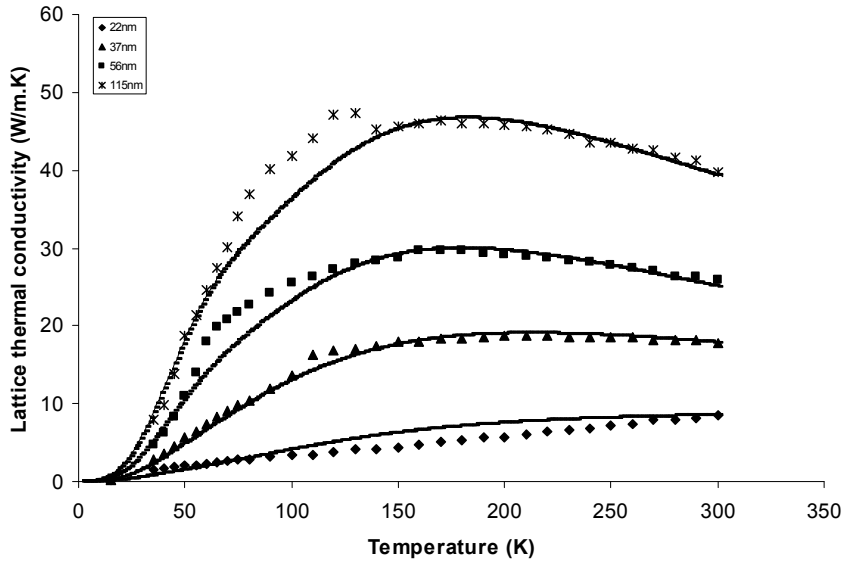
#### 4. Conclusions

In this paper, the parameters which used in calculation nanowires material are no longer constant such as group velocity, Debye temperature and melting point but change depend on the nanowires size and the deviation of calculated lattice thermal conductivity from that of the experimental values are controlled by the modified bulk values of the surface roughness, lattice dislocation and Gruneisen anharmonicity parameters.

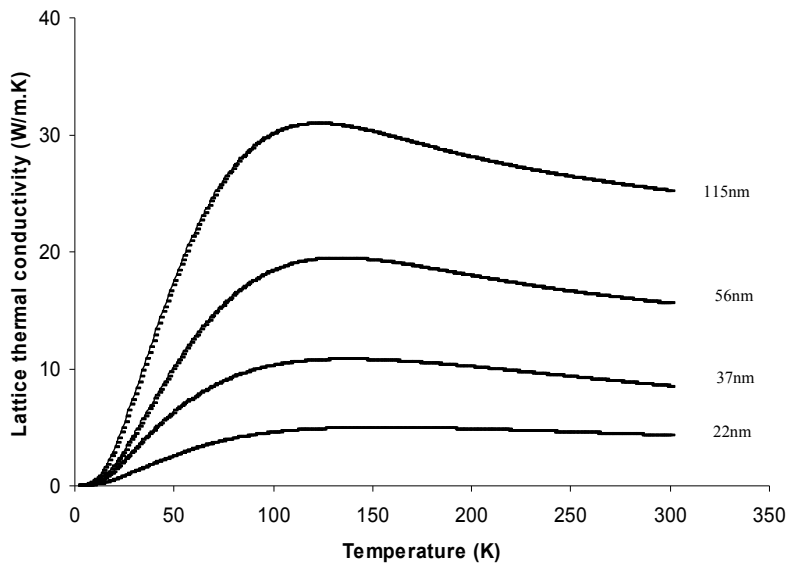
The lattice thermal conductivity of silicon and germanium nanowires observed to decrease as the diameter is reduced. In comparison to silicon nanowires for the same diameters, lattice thermal conductivity is about 1/2 of its value for germanium nanowires, this is due to difference in isotop, lattice dislocation, boundary and Gruneisen anharmonicity parameter where all of them increase the phonon scattering rate, hence, a reduced lattice thermal conductivity.



*Fig.6. The Transverse Gruneisen parameter as a function of nanowire diameter for silicon.*



**Fig.7.** Calculated lattice thermal conductivity versus temperature from 2 to 300 K for silicon nanowires of diameters 22, 37, 56 and 115nm by using the effect of all scattering and calculated phonon group velocity, Debye temperature and melting point as well as the size dependent parameters of lattice dislocation, surface roughness and Gruneisen parameter in comparison with that of the experimental data [11].



**Fig.8.** Modification and recalculation lattice thermal conductivity versus temperature from 2 to 300 K for germanium nanowires of diameters 22, 37, 56 and 115nm by using the effect of all scattering and calculated phonon group velocity, Debye temperature and melting point well as the size dependent parameters of lattice dislocation, surface roughness and Gruneisen parameter.

## References

1. *D.G. Cahilla, W.K. Ford, K.E. Goodson, G.D. Mahan, A. Majumdar, H.J. Maris, R. Merlin, S.R. Philpot* Nanoscale thermal transport. *J. Appl. Phys.* 93 (2003) 793-818.
2. *J.P. Heremans* Low-dimensional thermoelectricity, *Acta Phy. Pol. A* 108 (2005) 609-634.
3. *L.D. Hicks, M.S. Dresselhaus* Thermoelectric figure of merit of a one-dimensional conductor, *Phys. Rev. B* 47 (1993) 16631-16634.
4. *Khitun, A. Balandin, K.L. Wang* Modification of the lattice thermal conductivity in silicon quantum wires due to spatial confinement of acoustic phonons, *Superlattices Microstruc.* 26 (1999) 181-193.
5. *M.J. Huang, T.M. Chang, W.Y. Chong, C.K. Liu, C.K. Yu* A new lattice thermal conductivity model of a thin film semiconductor, *Int. J. Heat and Mass Transf.* 50 (2007) 67-74.
6. *Bjorn Marsen, Klaus Satter* Fullerene-structured nanowires of silicon, *Phys. Rev. B*, 60 (1999) 11593-11600.
7. *G. Muhan, B. Sales, J. Sharp* Thermoelectric materials: New approaches to an old problem, *Phys. Today*, 50 (1997) 42-47.
8. *J. Callaway* Model for lattice thermal conductivity at low temperatures, *Phys. Rev.* 113 (1959) 1046-1051.
9. *M Holland* Analysis of lattice thermal conductivity, *Phys. Rev.* 132 (1963) 2461-2471.
10. *M. Asen-Palmer, K. bartkowski, E. Gmelin, M. Cardona, A.P. Zherno, A.V. Inyushkin, A. Taldenkov, V.I. Ozhogin, K.M. Iton, E.E. Haller* Thermal conductivity of germanium crystals with different isotopic compositions, *Phys. Rev. B* 56 (1997) 9431-9447.
11. *D. Li, Y. Yu, P. Kim, L. Shi, N. Mingo, Y. Liu, P. Yang, and A. Majumdar* Thermal conductivity of individual silicon nanowires, *Appl. Phys. Lett.* 83 (2003) 2934-2936.
12. *G.A. Slack, S.S. Galginaitis* Thermal conductivity and phonon scattering by magnetic impurities in CdTe, *Phys. Rev.* 133 (1963) 253-268.
13. *P.G. Klemens* Thermal conductivity and lattice vibration modes, *Solid State Physics*, Vol. 7 (1958) 1-98.
14. *Jie Zou, Alexander Balandin* Phonon heat conduction in a semiconductor nanowires, *Apply. Phys.* 89 (2000) 2932-2938.
15. *R. Berman* Thermal Conduction in Solids, Clarendon Press., Oxford (1976).
16. *L.H. Liang, Baowen L*, Size-dependent thermal conductivity of nanoscale semiconducting systems, *Phys. Rev. B* 73 (2006) 153303-153306.
17. *F.A. Lindemann* The calculation of molecular vibration frequency, *Z. Phys.* 11 (1910) 609-612.
18. *Z. Zhang, M. Zhao, Q. Jiang* Melting temperatures of semiconductor nanocrystals in the mesoscopic size range, *Semicond. Sci. Technol.* 16 (2001) L33-L35.
19. *M.S. Omer* Lattice thermal expansion for normal tetrahedral compound semiconductors, *Materials Res. (2007) Bull.* 42: 319-326.

20. Lee B, Rudd R.E. First-principles study of the young's modulus of Si (001) nanowires, Phys. Rev. (2007) B75: 041305-041308(R).

**Б. Д. Абдулах**

### **Влияние размера на теплопроводность решетки в нанопроволоках Si и Ge в диапазоне температур от 2 К до комнатной**

#### **АННОТАЦИЯ**

*Теоретически исследована теплопроводность пространственных решеток нанопроволок Si и Ge диаметром 22, 37, 56 и 115 нм в температурной диапазоне 2÷300 К. Определены зависимости размера нанопроволок Si и Ge от температуры плавления, температуры Дебая и групповой скорости, и установлено снижение последних с уменьшением диаметра. Влияние размера на теплопроводность пространственной решетки оценено в рамках модели Дебая - Каллавея, с учетом продольных и поперечных фононных мод с ярко выраженным эффектом рассеяния фононов на границах образца, а также исследовано влияние дислокаций решетки, шероховатости поверхности и изменение параметра Грюнайзена. Как следует из полученных результатов, теплопроводность решеток нанопроволок Si и Ge может быть значительно меньше ее значения в объеме. В рамках работы показано хорошее соответствие результатов известным экспериментальным данным для нанопроволок Si таких же диаметров. В свою очередь, меньшая теплопроводность решеток нанопроволок Ge по сравнению с Si в дальнейшем требует экспериментальной проверки.*

**Б.Д. Абдулах**

### **Вплив розміру на теплопровідність решітки в нанодротиках Si та Ge в діапазоні температур від 2 К до кімнатної**

#### **АННОТАЦІЯ**

*Теоретично досліджено теплопровідність просторових решіток нанодротів Si і Ge діаметром 22, 37, 56 і 115 нм в температурному діапазоні 2 ÷ 300 К. Визначено залежності розміру нанодротів Si і Ge від температури плавлення, температури Дебая та групової швидкості, і встановлено зниження останніх із зменшенням діаметра. Вплив розміру на теплопровідність просторової решітки оцінений в рамках моделі Дебая - Каллавея, враховуючий також поздовжні і поперечні фононні моди з яскраво вираженим ефектом розсіювання фононів на межах зразка, а також досліджено вплив дислокацій решітки, шорсткості поверхні та зміни параметра Грюнайзена. Як впливає з отриманих результатів, теплопровідність решіток нанодротів Si і Ge може бути значно менше значення в об'ємі. У рамках роботи показана хороша відповідність результатів відомим експериментальним даним для нанодротів Si таких же діаметрів. У свою чергу, менша теплопровідність решіток нанодротів Ge в порівнянні з Si надалі вимагає експериментальної перевірки.*



УДК 544.45

**Вовчук Я.И., Роговская О.С., Сторчак И.В.**

*Институт горения и нетрадиционных технологий  
Одесского национального университета им. И.И. Мечникова*

## **О воспламенении гибридной газозвеси частиц**

*В работе в рамках двухтемпературного подхода рассмотрено воспламенение газозвеси частиц твердого горючего в смеси газообразных горючего и окислителя - гибридной газозвеси. Получены аналитически условия самовоспламенения этой системы. Исследованы зависимости критического значения параметра Семенова  $\alpha_{kr}^{hd}$  от основных параметров гибридной газозвеси. Показано, что присутствие горючего газа в гибридной газозвеси приводит к существенному уменьшению  $\alpha_{kr}^{hd}$  по сравнению с однокомпонентной газозвесью, т.е. к "облегчению" условий воспламенения. Предложена аппроксимационная формула для определения максимального докритического разогрева системы, которая позволяет с приемлемой для практических расчетов точностью, рассчитывать значение  $\alpha_{kr}^{hd}$  в широком диапазоне вариации ее параметров.*

Известно [1], что опасность воспламенения и взрыва пыли твердых горючих материалов становится намного выше, если в воздухе содержится даже небольшие количества горючего газа. Эти условия возникают, например, в атмосфере шахт, где угольная пыль взвешена в воздухе, в котором содержатся и шахтный метан. Такая смесь представляет собой дисперсную систему, называемую гибридной газозвесью.

Моделирование процессов происходящих при воспламенении таких сложных систем необходимо, прежде всего, с практической точки зрения для создания возможности предсказания условий воспламенения, зажигания и распространения пламени в гибридных газозвесах и научно обоснованного выбора критериев пожаро-взрывобезопасности таких дисперсных систем. Не менее интересна указанная проблема и с научной точки зрения, поскольку, в отличие от имеющихся достаточно подробных теоретических и экспериментальных исследований воспламенения и горения газозвесей твердых горючих, изучение режимов воспламенения гибридных газозвесей только начинается.

Целью настоящей работы является теоретический анализ зависимостей критических условий самовоспламенения гибридной газозвеси частиц твердого горючего от макроскопических и кинетических параметров дисперсной системы, накопление тепла в которой обусловлено одновременно протекающими

химическими реакциями на поверхности частиц твердого горючего и в газовой фазе.

### 1. Теоретическая модель.

Предлагаемая модель основывается на подходе, использованном в классических работах по воспламенению газозвесей частиц твердых горючих, реагирующих по чисто гетерогенному механизму [2-4]. Гибридная газозвесь монодисперсных сферических частиц равномерно распределена в объеме, стенки которого находятся при постоянной температуре  $T_w$ . Предполагается, что выгорание твердого и газообразного горючих, теплообмен излучением между частицами горючего и стенками сосуда, а также изменение величины присоединенного объема в предвоспламенительный период пренебрежимо малы. На поверхности частиц горючего происходит одна стехиометрическая реакция первого порядка по окислителю, скорость гомогенной реакции газообразного горючего с окислителем имеет второй порядок. Реагирование на внутренней поверхности частиц отсутствует.

С учетом принятых упрощений система уравнений теплового баланса для частицы и газа в гибридной газозвесей, имеет вид:

$$\frac{1}{3} r_p c_p^p \rho_p \frac{dT_p}{dt} = k_{01} e^{\frac{-E_1}{RT_p}} C_{ox} Q_1 - \alpha_p (T_p - T_g); \quad (1)$$

$$c_p^g \rho_g \frac{dT_g}{dt} = k_{02} e^{\frac{-E_2}{RT_p}} C_{ox} C_f Q_2 + N_0 \alpha_p S_p (T_p - T_g) - \frac{S_w}{V_w} \alpha_w (T_g - T_w); \quad (2)$$

с начальными условиями:

$$t = 0; \quad T_p = T_p^0, \quad T_g = T_g^0. \quad (3)$$

Здесь  $r_p$  – радиус частицы,  $c_p^p$ ,  $c_p^g$ ,  $\rho_p$ ,  $\rho_g$  – удельные теплоемкости и плотности частицы и газа,  $k_{01}$  и  $k_{02}$ ,  $E_1$  и  $E_2$ ,  $Q_1$  и  $Q_2$  – предэкспоненциальные множители, энергии активации и тепловые эффекты гетерогенной и гомогенной реакций, соответственно,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T_p$ ,  $T_g$  – температуры частицы и газа,  $C_{ox}$  и  $C_f$  – концентрации окислителя и горючего,  $\alpha_p$  и  $\alpha_w$  – коэффициенты теплоотдачи частица-газ и газ-стенка, соответственно,  $N_0$  – число частиц в единице объема,  $S_p$  и  $S_w$  – поверхности частицы и стенки,  $V_w$  – объем сосуда.

Скорость накопления тепла для частицы определяется соотношением между скоростью тепловыделения в результате гетерогенной реакции и скоростью теплообмена частицы с газом. Прогрев газа задается скоростями тепловыделения гомогенной газофазной реакции, теплообмена частицы - газ и газ - стенка сосуда, соответственно.

Учет гомогенной газофазной реакции приводит к значительному увеличению числа параметров в сравнении с моделью чисто гетерогенного воспламенения газозвесей. Для сокращения числа параметров задачи, а также для выявления наиболее существенных различий воспламенения однокомпонентной и гибридной газозвесей частиц, приведем систему (1) – (3) к безразмерному ви-

ду. С использованием тождества Франк-Каменецкого [5] для зависимости скоростей реакций от температуры:  $k_0 e^{\frac{-E}{RT}} \equiv k_0 e^{\frac{-E}{RT_*}} e^{\frac{\theta}{1+\beta\theta}}$  и безразмерных переменных:

$$\theta_p = \frac{E}{RT_*^2}(T_p - T_*), \quad \theta_g = \frac{E}{RT_*^2}(T_g - T_*), \quad \theta_w = \frac{E}{RT_*^2}(T_w - T_*); \quad \tau = \frac{t}{t_*},$$

где  $t_* = \frac{RT_*^2}{E_1} \frac{c_p^p r_p \rho_p}{3Q_1 k_{01} e^{\frac{-E_1}{RT_*}} C_{ox}}$  получим:

$$\frac{d\theta_p}{d\tau} = e^{\frac{\theta_p}{1+\beta\theta_p}} - \frac{\theta_p - \theta_g}{\varkappa}; \quad (4)$$

$$\frac{d\theta_g}{d\tau} = c \left( \frac{Q_{21}}{\tau_{21}} e^{\frac{\varepsilon_{21}\theta_p}{1+\beta\theta_p}} \eta_f^0 - \frac{B}{1-B} \frac{\theta_g - \theta_w}{A \cdot \varkappa} + \frac{B}{1-B} \frac{\theta_p - \theta_g}{\varkappa} \right), \quad (5)$$

с начальными условиями

$$\tau = 0: \quad \theta_p = \theta_p^0; \quad \theta_g = \theta_g^0; \quad \theta_w = \theta_w^0 = const. \quad (6)$$

Здесь:

$$\varkappa = \frac{E_1}{RT_*^2} \frac{Q_1 k_{01} e^{\frac{-E_1}{RT_*}} C_{ox}}{\alpha_p}; \quad \gamma = \frac{RT_*^2}{E_1} \frac{c_p^p \rho_g}{Q_1 C_{ox}}; \quad \beta = \frac{RT_*}{E_1}; \quad \tau_{21} = \frac{3 \rho_g}{r_p \rho_p} \frac{k_{01} e^{\frac{-E_1}{RT_*}}}{k_{02} e^{\frac{-E_2}{RT_*}} C_{ox}};$$

$$\eta_f^0 = \frac{C_f^0}{C_{ox}^0}; \quad \varepsilon_{21} = \frac{E_2}{E_1}; \quad A = N_0 V_w \frac{\alpha_p S_p}{\alpha_w S_w}; \quad B = \frac{m_p N_0}{m_p N_0 + \rho_g}; \quad c = \frac{c_p^p}{c_p^g}; \quad Q_{21} = \frac{Q_2}{Q_1};$$

$\varkappa$  – параметр Семенова, задает отношение характерных времен теплоотвода и реакции на поверхности индивидуальной частицы взвеси [5];  $\beta$  – параметр Аррениуса, описывает температурную чувствительность системы;  $B$  – относительная массовая концентрация частиц твердого горючего в газозвеси;  $A$  – "коллективный параметр", определяет степень взаимного влияния частиц взвеси в процессе ее саморазогрева. Наиболее важными параметрами, которые отличают предлагаемую в настоящей работе модель воспламенения гибридной газозвеси теории от модели воспламенения газозвесей частиц горючих, реагирующих гетерогенно [3], являются начальное содержание газообразного горючего в системе  $\eta_f^0$ , соотношение энергий активации гомогенной и гетерогенной реакций –  $\varepsilon_{21}$  и безразмерное характерное время гомогенной реакции горючего газа –  $\tau_{21}$ .

Легко видеть, что при  $\eta_f^0 = 0$  модель, описываемая системой уравнений (4) – (6), отвечает случаю, рассмотренному в работе [3], где были определены критические условия воспламенения газозвеси частиц твердого горючего в газообразном окислителе, реагирующих по гетерогенному механизму.

Система уравнений (4) – (6) решалась численно методом Рунге-Кутты 4-го порядка с автоматическим подбором шага интегрирования. Метод был протес-

тирован сопоставлением результатов расчетов с данными по воспламенению газозвеси частиц, которые были получены в работах [3, 4].

## 2. Критические условия самовоспламенения.

Большое количество проведенных параметрических расчетов показало, что вблизи предела воспламенения гибридной газозвеси температуры газа и частиц во взвеси близки, а скорости их изменения достаточно малы до тех пор, пока в системе не накапливается количество тела, достаточное для теплового взрыва. Такой, как бы стационарный, характер реагирования наблюдали для однокомпонентной газозвеси Б.И. Хайкин и Э.Н. Руманов и назвали его "квазистационарным режимом" [3]. Это позволяет воспользоваться методом диаграммы Н.Н. Семенова для нахождения критических условий воспламенения гибридной газозвеси.

Для упрощения получаемых соотношений будем полагать, что температурная зависимость скорости реакции описывается приближением Д.А. Франк-Каменецкого ( $\beta \rightarrow 0$ ), а в качестве температуры  $T_*$  выберем  $T_w$ , т.е.  $\theta_w = 0$ . Тогда исходная динамическая система (4) – (5) сводится к системе уравнений

$$\frac{d\theta_p}{d\tau} = e^{\theta_p} - \frac{\theta_p - \theta_g}{\alpha}; \quad (6)$$

$$\frac{d\theta_g}{d\tau} = c \left( \frac{Q_{21}}{\tau_{21}} \eta_f^0 e^{\varepsilon_{21}\theta_p} - \frac{B}{1-B} \frac{\theta_g}{A \cdot \alpha} + \frac{B}{1-B} \frac{\theta_p - \theta_g}{\alpha} \right); \quad (7)$$

и координаты стационарного состояния  $\theta_g^{st}$  и  $\theta_p^{st}$  динамической системы (6) – (7) задаются уравнениями:

$$e^{\theta_p^{st}} - \frac{\theta_p^{st} - \theta_g^{st}}{\alpha} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{Q_{21}}{\tau_{21}} e^{\varepsilon_{21}\theta_p^{st}} \eta_f^0 - \frac{B}{1-B} \frac{\theta_g^{st}}{A \cdot \alpha} + \frac{B}{1-B} \frac{\theta_p^{st} - \theta_g^{st}}{\alpha} = 0. \quad (9)$$

Исключая из системы (8) – (9)  $\theta_g^{st}$ , получим уравнение, которое связывает стационарную безразмерную температуру частицы  $\theta_p^{st}$  и значения параметров задачи

$$\frac{A}{(1+A)} \frac{1-B}{B} \frac{Q_{21}}{\tau_{21}} \eta_f^0 e^{\varepsilon_{21}\theta_p^{st}} + e^{\theta_p^{st}} = \frac{\theta_p^{st}}{(1+A)\alpha}. \quad (10)$$

Очевидно, что левая часть уравнения (10) описывает скорость тепловыделения в единице объема гибридной газозвеси –  $q^+$ , а правая – скорость теплоотвода –  $q^-$ . Критическому условию воспламенения отвечает касание кривых

$q^+$  и  $q^-$  на диаграмме Семенова  $q^+ = q^-$ ,  $\frac{dq^+}{d\theta} = \frac{dq^-}{d\theta}$ , т.е. уравнение (10)

должно быть дополнено соотношением

$$\frac{A}{1+A} \frac{1-B}{B} \frac{Q_{21}}{\tau_{21}} \varepsilon_{21} \eta_f^0 e^{\varepsilon_{21} \theta_p^{st}} + e^{\theta_p^{st}} = \frac{1}{(1+A) \alpha}. \quad (11)$$

На пределе воспламенения значение параметра Семенова  $\alpha_{kr}^{hd}$  и максимально возможное значение стационарного разогрева частицы в гибридной газозвеси  $\theta_p^{kr}$  определяются из решения системы (10) – (11). Несложные алгебраические преобразования системы (10) – (11) дают:

$$\alpha_{kr}^{hd} = \frac{1}{(1+A) \left( 1 + \varepsilon_{21} \frac{A}{1+A} \cdot \frac{1-B}{B} \cdot \frac{Q_{21} \eta_f^0}{\tau_{21}} \cdot e^{(\varepsilon_{21}-1) \theta_p^{kr}} \right) e^{\theta_p^{kr}}}. \quad (12)$$

В предельном случае, когда  $\eta_f^0 = 0$ , решение (10) – (11) совпадает с критическими условиями воспламенения однокомпонентной газозвеси частиц, окисляющихся по линейному закону [3]:

$$\theta_p^{kr} = 1; \quad \alpha_{kr}^d = \frac{1}{(1+A) \cdot e}. \quad (13)$$

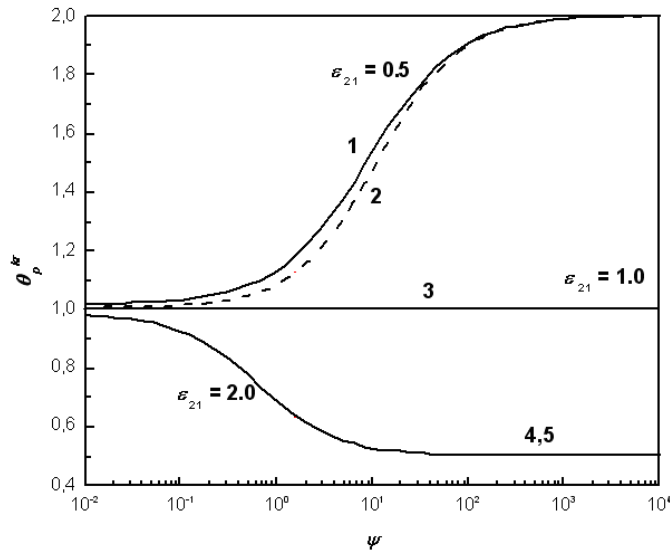
### 3. Результаты расчета.

Известно [3], что для однокомпонентной газозвеси максимальная безразмерная температура на верхней границе существования стационарного режима  $\theta_p^{kr} = 1$  и не зависит от параметров дисперсной системы. Из анализа решения трансцендентных уравнений (10) - (11) следует, что для гибридной газозвеси значение  $\theta_p^{kr}$  зависит как от параметров частиц и гетерогенной реакции, так и от концентрации горючего газа, теплоты и скорости гомогенной реакции. Для гибридных смесей  $\theta_p^{kr}$  лежит в интервале  $1 \leq \theta_p^{kr} \leq 1/\varepsilon_{21}$ , когда  $\varepsilon_{21} \leq 1$ , и  $1/\varepsilon_{21} \leq \theta_p^{kr} \leq 1$  при  $\varepsilon_{21} \geq 1$  и с уменьшением параметра  $\tau_{21}$  стремится к величине  $\theta_p^{kr} = 1/\varepsilon_{21}$ . Если  $\varepsilon_{21} = 1$ , тогда  $\theta_p^{kr} = 1$  и, как для однокомпонентной газозвеси, не зависит от всех остальных параметров.

Расчеты показали, что связь максимального разогрева  $\theta_p^{kr}$  на пределе воспламенения гибридной газозвеси и значений коллективного параметра газозвеси  $A$ , относительных массовых концентраций частиц горючего  $B$  и горючего газа  $\eta_f^0$ , а также соотношений энергий активации  $\varepsilon_{21}$ , тепловых эффектов  $Q_{21}$  и характерных времен гомогенной и гетерогенной реакций  $\tau_{21}$  может быть аппроксимирована в виде:

$$\theta_p^{kr} = \frac{1 + \frac{A}{1+A} \psi \cdot e^{\frac{\varepsilon_{21}-1}{\varepsilon_{21}}}}{1 + \varepsilon_{21} \frac{A}{1+A} \psi \cdot e^{\frac{\varepsilon_{21}-1}{\varepsilon_{21}}}}, \quad (14)$$

где



**Рис. 1** Зависимость максимального разогрева на пределе воспламенения гибридной газовой смеси  $\theta_p^{kr}$  от параметра  $\psi$ .

$\epsilon_{21} = 0.5$ : 1 - графическое решение (10) - (11), 2 - формула (14).

$\epsilon_{21} = 2.0$ : 4 - графическое решение (10) - (11), 5 - формула (14).

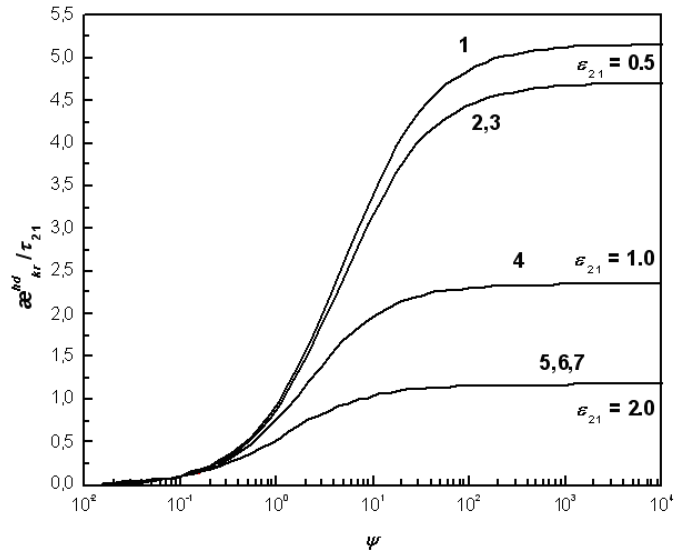
$$\psi = \frac{1 - B}{B} \cdot \frac{Q_{21} \eta_f^0}{\tau_{21}}.$$

Погрешность при использовании (14) для определения  $\theta_p^{kr}$  в сравнении с данными графического решения системы трансцендентных уравнений (10) – (11) в диапазонах изменения параметров:  $\epsilon_{21} = 0.5 \div 2.0$ ,  $A = 1 \div 50$ ,  $\psi = 10^{-2} \div 10^4$  не превышает 5.5%.

Примеры зависимости  $\theta_p^{kr} = f(\psi)$  при различных  $\epsilon_{21}$  для  $A = 1$  приведены на рис. 1. Заметим, что с ростом величины параметра  $A$  характер этих зависимостей сохраняется, а численные значения  $\theta_p^{kr}$  меняются достаточно слабо. Расчет показал, что для  $\psi < 10^{-1}$  значение  $\theta_p^{kr} \rightarrow 1$ , для  $\psi > 10^2$   $\theta_p^{kr} \rightarrow 1/\epsilon_{21}$ .

На рис. 2 сопоставление расчетные данные, полученные численным интегрированием исходной системы уравнений модели (4) – (6), графическим решением системы уравнений (10) и (11), а также расчетом по (12) в приближении (14). Как видим, влияние параметра  $\beta$  на результаты расчета достаточно слабое в полном соответствии с предсказаниями классической теории теплового взрыва [5]. В случае, когда численное решение системы (4) – (6) проводилось с использованием приближенного разложения экспоненты по Франк-Каменецкому ( $\beta = 0$ ), расчетные критические значения параметра Семенова и значения, определяемые из графического решения уравнений (10) и (11) совпадали с большой точностью (отличия не превышали 0.1%).

С использованием параметра  $\psi$  выражение (12) можно представить в виде:



**Рис. 2** Зависимость  $\alpha_{kr}^{hd}$  от параметра  $\psi$ .  $A = 1$

$\epsilon_{21} = 0.5$  : 1 - численное решение ( $\beta = 0.042$ ), 2 - графическое решение ( $\beta = 0$ ),  
3 - формула (12) в приближении (14).  
 $\epsilon_{21} = 2.0$  : 5 - численное решение ( $\beta = 0.042$ ), 6 - графическое решение ( $\beta = 0$ ),  
7 - формула (12) в приближении (14).

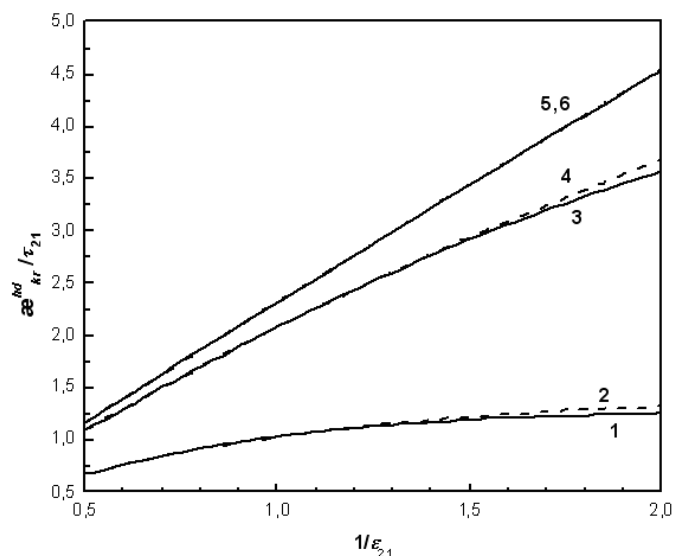
$$\alpha_{kr}^{hd} = \frac{1}{(1+A)e^{\theta_p^{kr}} + \epsilon_{21}A \cdot \psi \cdot e^{\epsilon_{21}\theta_p^{kr}}}, \quad (15)$$

который наглядно демонстрирует характер зависимостей критического значения параметра Семенова  $\alpha_{kr}^{hd}$  от параметров задачи. Из (15) легко видеть, что в области значений  $\psi \ll 1$ , где  $\theta_p^{kr} \rightarrow 1$ , условия воспламенения гибридной и однокомпонентной газозвесей практически совпадают (см. выражение (13)). Второй асимптотой рассматриваемой зависимости в области  $\psi \gg 1$ , когда  $\theta_p^{kr} \rightarrow 1/\epsilon_{21}$ , служит критическое условие теплового взрыва газовой компоненты

дисперсной системы [5]  $\alpha_{kr}^g = \frac{1}{e}$  ( $\alpha_{kr}^g \equiv \epsilon_{21}A \cdot \psi \cdot \alpha_{kr}^{hd}$ ). Очевидно, что при  $\psi \ll 1$

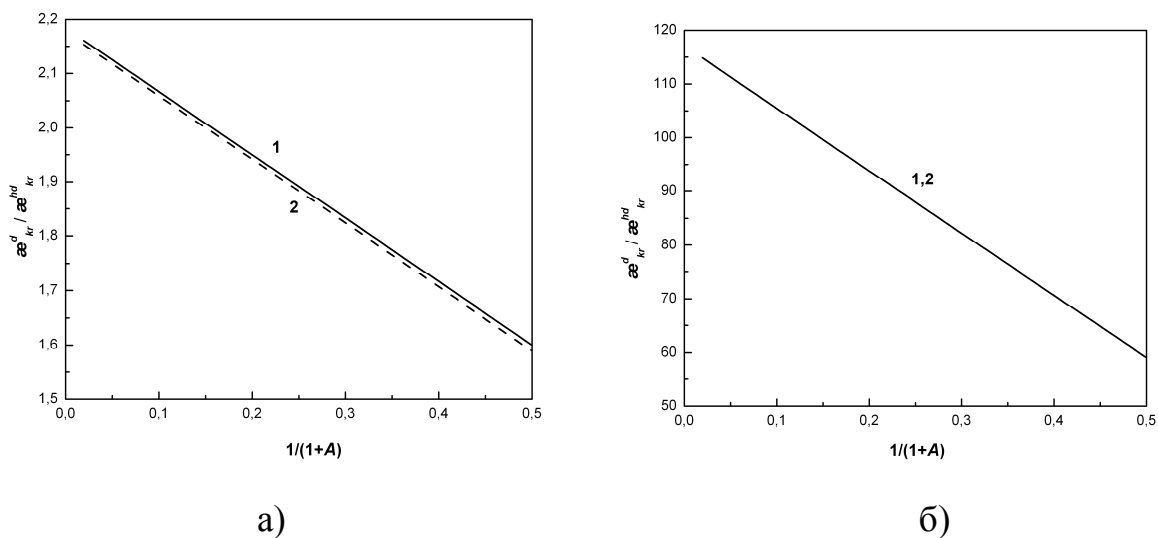
$\alpha_{kr}^{hd} \sim \frac{1}{1+A}$  и практически не зависит от соотношения энергий активации гетерогенной и газофазной реакций, тогда как для  $\psi \gg 1$   $\alpha_{kr}^{hd}$  обратно пропорционально  $A$  и  $\epsilon_{21}$ .

Наибольший интерес с точки зрения предмета настоящей работы представляет переходная область по параметру  $\psi$ :  $10^{-1} < \psi < 10^2$ , где вклады обеих параллельных реакций в накопление тепла в ходе предвзрывного разогрева гибридной газозвесей проявляются наиболее отчетливо. Влияние степени активированности этих реакций  $\epsilon_{21}$  на условия самовоспламенения гибридной газозвесей в переходной области иллюстрирует рис. 3.



**Рис. 3** Зависимость  $\alpha_{kr}^{hd}$  от параметра  $\varepsilon_{21}$ .  $A = 1$   
 Кривые 1, 3, 5 - графическое решение системы уравнений (10) и (11).  
 Кривые 2, 5 - формула (12) в приближении (14).  
 1, 2 -  $\psi = 1.57$ ; 3, 4 -  $\psi = 15.7$ .

По мере роста тепловой гомогенизации гибридной газозвеси, т.е с увеличением значения коллективного параметра  $A$ , влияние теплоотвода в стенку на критические значения параметра Семенова так же, как и для однокомпонентной газозвеси, постепенно снижается (см. рис 4). Но в рассматриваемой переходной области воспламенение гибридной системы существенно облегчено в сравнении с однокомпонентной.



**Рис. 4** Зависимость  $\alpha_{kr}^{hd}$  от параметра  $A$ .  $\varepsilon_{21} = 0.74$   
 1 - графическое решение системы уравнений (10) и (11),  
 2 - формула (12) в приближении (14).  
 а -  $\psi = 1.57$ ; б -  $\psi = 157.0$ .



В заключение отметим, что подстановка аппроксимационной формулы (14) в выражение (15) дает возможность относительно просто, с вполне приемлемой для практических расчетов точностью, рассчитывать значение  $\alpha_{kr}^{hd}$  на пределе самовоспламенения гибридной газозавеси в широком диапазоне вариации ее параметров. (Результаты расчетов, выполненных с использованием аппроксимационной формулы (14) нанесены на рис. 1 – 4 пунктирными кривыми.) Проверка на большом количестве вариантов (более 250) показала, что ошибка при этом не превышает 6%.

Работа выполнена при поддержке МОН Украины, проект 437/2009-2011.

#### Литература:

1. *Hertzberg, M., & Cashdollar K. L.* Introduction to dust explosions // *Industrial Dust Explosions: Proc. Symposium on Industrial Dust Explosions*. Ballimore: ASTM STP 958, 1987. – P. 5-32.
2. *Клячко Л. А.* Воспламенение совокупности частиц при гетерогенной реакции // *Теплотехника*. – 1966. – № 8. – С. 65 - 68.
3. *Руманов Э. Н., Хайкин Б. И.* Критические условия самовоспламенения совокупности частиц // *Физика горения и взрыва*. – 1969. – № 1. – С. 129-136.
4. *Лисицын В. И., Руманов Э. Н., Хайкин Б. И.* О периоде индукции при воспламенении совокупности частиц // *Физика горения и взрыва*. – 1971. – № 1. – С. 3 - 9.
5. *Франк-Каменецкий Д. А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. – М.: Наука, 1987. – 491 с.

**Вовчук Я.І., Рогульська О.С., Сторчак І.В.**

#### Про запалення гібридного газозавису часток

##### АНОТАЦІЯ

У роботі в рамках двохтемпературного підходу розглянуте запалення газозавису часток твердого пального в суміші газоподібних пального й окислювача – гібридного газозавису. Отримані аналітичні умови samozapalювання цієї системи. Досліджено залежності критичного значення параметра Семенова  $\alpha_{kr}^{hd}$  від основних параметрів гібридного газозавису. Показано, що присутність горючого газу в гібридному газозавису приводить до істотного зменшення  $\alpha_{kr}^{hd}$  в порівнянні з однокомпонентним газозависом, тобто до "полегшення" умов запалення. Запропонована апроксимована формула для визначення максимального докритичного розігріву системи, що дозволяє із прийнятною для практичних розрахунків точністю, розраховувати значення  $\alpha_{kr}^{hd}$  в широкому діапазоні варіації її параметрів.

*Vovchyk Ya.I., Rogylskaya O.S., Storchak I.V.*

## **On the ignition of the particle hybrid gas-suspension**

### SUMMARY

*In the framework of the two-temperature approach the ignition of gas-suspended particles of solid fuel in a mixture of gaseous fuel and oxidizer - the hybrid gas suspension is considered. Analytical conditions of spontaneous ignition of the system are received. The dependences of the critical value of the Semenov parameter  $\alpha_{kr}^{hd}$  versus main parameters of hybrid gas suspension are explored. It is shown that the presence of combustible gas in a hybrid gas mixture leads to a significant decrease of  $\alpha_{kr}^{hd}$  compared to the one-component gas suspension, i.e. to "facilitation" of the ignition conditions. Approximation formula for determining of the maximum subcritical heating of the system is proposed. This formula allows at acceptable accuracy for practical calculations to estimate the value of  $\alpha_{kr}^{hd}$  at the wide range of parameters variation.*

**Золотко А.Н., Ушакова Н.А., Демирова М.В.**

*Институт горения и нетрадиционных технологий  
Одесский Национальный Университет им. И.И.Мечникова*

### **Гетерогенное воспламенение одиночной частицы с параллельными химическими реакциями на ее поверхности**

*В рамках классической теории теплового взрыва для гетерогенных систем решена задача о воспламенении частиц угля (антрацита) с учетом параллельных реакций, протекающих на поверхности частиц. Получены критические условия воспламенения, проведены расчеты температур воспламенения и самовоспламенения частиц как функции их размера. Результаты расчетов сопоставлены с экспериментом. Показано, что учет параллельного образования двух продуктов реагирования углерода с кислородом воздуха  $CO_2$  и  $CO$  объясняет снижение температур воспламенения частиц (в сравнении со случаем одной реакции до  $CO_2$ ) и дает хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных. Проведенное исследование позволяет утверждать, что при расчете температур воспламенения частиц антрацита не следует пренебрегать учетом реакции  $C + 0.5O_2 = CO$ .*

#### **Введение.**

При воспламенении и горении гетерогенных систем на практике часто реализуются процессы, в которых на поверхности реагента (частиц) образуют одновременно несколько газообразных продуктов реакций. При компьютерном анализе таких процессов многообразие реакций и их продуктов, по мере возможности, учитывается. Однако при этом выявить взаимосвязь параметров, определяющих характер реагирования, определить критические условия для рассматриваемых систем, оценить при этом роль той или иной реакции достаточно сложно. Поэтому, зачастую, для предварительных оценок критических ситуаций, и прежде всего, условий воспламенения, используют известные критические соотношения, полученные для случая протекания на поверхности реагента (частицы) одной химической реакции. Так, например, при оценке условий воспламенения одиночных угольных частиц в кислородосодержащих средах, полагают, что на их поверхности протекает одна химическая реакция  $C + O_2 = CO_2 + q$ , и используют для расчета критических условий воспламенения известный критерий Д.А.Франк-Каменецкого [1];

$$\delta_{кр} = \frac{qEC_{\infty}}{\alpha RT_g^2} k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_g^2}\right) = \frac{1}{e}.$$

В то же время известно [1 – 3], что при реагировании угля (углерода) в кислородосодержащей среде образуется смесь газообразных продуктов  $CO$  и  $CO_2$ , соотношение которых существенным образом зависит от термических режимов протекания процесса – растет с увеличением температуры поверхности.

В таком случае при анализе критических условий воспламенения частиц угля следовало бы учитывать факт существования на поверхности реагирующих частиц параллельных реакций образования  $CO$  и  $CO_2$ .

Такая попытка была предпринята в работе [4], где в общем виде рассмотрена физическая картина процессов воспламенения и потухания одиночных частиц горючего и особенности этих процессов, обусловленные протеканием на поверхности частицы двух параллельных реакций. На примере двух гетерогенных экзотермических реакций показано, что пренебрежение их взаимным влиянием при соизмеримых скоростях тепловыделения в кинетическом и диффузионном режимах реагирования, может привести к существенным ошибкам при расчете температур воспламенения и потухания частицы.

Однако в работе рассматриваются только модельные химические реакции с произвольными кинетическими параметрами, не приведены выражения для расчета температур поверхности частицы в критических условиях, не выявлена связь между температурой воспламенения частиц и температурой их поверхности. Нет также информации о временных характеристиках частиц при протекании на их поверхности параллельных химических реакций.

В связи с этим, целью данной статьи является углубление подхода, развитого авторами работы [4], применительно к анализу критических условий воспламенения одиночной частицы горючего с учетом протекания на ее поверхности двух параллельных реакций. В качестве горючего выбраны частицы антрацита, 96% которого составляет углерод [3], и воспламенение которых не осложняется влиянием летучих, паров воды или зольных включений.

Что можно ожидать от учета реакции  $2C + O_2 = 2CO$ , протекающей параллельно с реакцией  $C + O_2 = CO_2$ ? Нетрудно показать, что в этом случае за предвоспламенительный период в единицу времени на единице поверхности частицы прореагирует приблизительно в 1.5 раза больше углерода, чем в случае одной реакции до  $CO_2$ . Соответственно, увеличивается теплоприход к частице и, как следствие, снизится  $T_e$  и время задержки воспламенения частицы. Таким образом, качественные изменения, которых следует ожидать при учете параллельных реакций, понятны. Обратимся теперь к количественному анализу процесса.

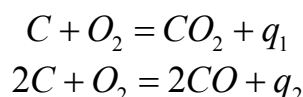
Конкретные задачи, которые предстоит решить в данной работе, можно сформулировать следующим образом:

- Получить критические условия воспламенения одиночной частицы углерода с учетом двух параллельных реакций на ее поверхности, что даст взаимосвязь параметров на пределе воспламенения и, в том числе, вклады двух реакций в процесс тепловыделения.
- Установить взаимосвязь между температурами воспламенения частиц и температурами их поверхности в момент воспламенения и рассчитать значения температур воспламенения и поверхности как функций размера частиц. Окислительная среда – воздух.
- Показать возможность использования разложения экспоненты по методу Франка-Каменецкого для оценки критических условий в случае протекания на поверхности двух параллельных реакций.

- Сопоставить расчетные данные с экспериментом и показать возможность (или невозможность) пренебрежения одной из химических реакций при определении условий воспламенения частиц углерода в воздухе.

### 1. Модель гетерогенного воспламенения одиночной частицы с учетом параллельных химических реакций.

Пусть на поверхности частицы исходного вещества – углерода протекают две параллельные химические реакции, энергии активации и тепловые эффекты которых различны:



При записи уравнений теплового и массового баланса воспользуемся следующими упрощающими предположениями:

- 1) Будем считать продукты реакций не обладающими защитными свойствами, устойчивыми и не подвергающимися дальнейшему превращению.
- 2) Скорости параллельных реакций зависят только от концентрации окислителя и температуры.
- 3) Градиентом температуры по радиусу частицы ( $Bi \ll 1$ ), пористостью, стефановским потоком и теплопотерями на излучение будем пренебрегать [4].

Тогда в нестационарной постановке тепловой режим на равнодоступной поверхности реагирующей частицы описывается уравнением теплового баланса

$$c_p m \frac{dT}{dt} = SC_\infty (k_1 q_1 + k_2 q_2) - \alpha S (T - T_\infty) \quad (1)$$

и уравнением выгорания горючего, которое для дальнейших преобразований удобно представить в безразмерном виде:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \gamma_1 \exp\left(\frac{\theta_1}{1 + \beta^* \theta_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right). \quad (2)$$

Здесь :

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{r}{r_0}, \quad k_i = k_{0i} \exp\left(-\frac{E_i}{RT}\right) = k_{0i} \exp\left(-\frac{E_i}{RT_\infty}\right) \exp\left(\frac{\theta_1}{1 + \beta^* \theta_1}\right), \\ \beta^* &= \frac{RT_\infty}{E_1}, \quad \theta_i = \frac{E_i}{RT_\infty} (T - T_\infty), \quad \gamma_1 = \frac{c_p RT_\infty^2}{q_1 E_1}, \quad \tau = \frac{3C_\infty q_1 E k_{01} \exp(-E_1/RT_\infty)}{r_0 c_p \rho_f RT_\infty^2} t, \end{aligned}$$

$S = 4\pi r^2$  – площадь частицы,  $\alpha = \frac{Nu\lambda}{d_0}$  ( $Nu = 2$ ) – коэффициент теплообмена частица – газ,  $C_\infty$  – концентрация окислителя в среде,  $m$  – масса частиц,  $c_p$  – теплоемкость углерода,  $k_{01}$ ,  $k_{02}$  – предэкспоненциальные множители,  $q_i$  – тепловые эффекты реакций,  $E_i$  – энергии активации реакций,  $\rho_f$  – плотность горючего,  $T_\infty$  – искомая температура среды, при которой произойдет воспламенение частицы ( $T_\infty \equiv T_g$ ).

Будем считать, что выгорание горючего за предвоспламенительный период  $\eta$  мало, что верно при малом значении  $\gamma_1$ . Это упрощение позволяет решать задачу о воспламенении частицы только по тепловому уравнению. После нахождения (по расчету) температур воспламенения и поверхности частиц проверим справедливость сделанного упрощения, рассчитав значение  $\gamma_1$ . Кроме того, оценим значение параметра  $\beta^*$ . Напомним, что при малых значениях  $\beta^*$  применимо приближенное разложение экспоненты по методу Франк-Каменецкого.

Для нахождения  $T_g$  и  $T$  будем рассматривать, следуя [5], стационарный вариант задачи. Тогда, для определения критических условий воспламенения воспользуемся двумя уравнениями:

Равенство скоростей тепловыделения и теплоотвода на единице поверхности частицы:

$$Q^+ = Q^- \left[ \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \text{с}} \right] \quad \text{или} \quad C_\infty (k_1 q_1 + k_2 q_2) = \alpha (T - T_\infty). \quad (3)$$

Условие касания кривых скоростей тепловыделения и теплоотвода:

$$\frac{dQ^+}{dT} = \frac{dQ^-}{dT} \quad \text{или} \quad C_\infty \left( q_1 \frac{dk_1}{dT} + q_2 \frac{dk_2}{dT} \right) = \alpha. \quad (4)$$

Решая совместно уравнения (3) и (4) получим критические условия воспламенения одиночной частицы при параллельных химических реакциях [6]:

$$\frac{C_\infty q_1 E_1 k_{01}}{\alpha R T^2} \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right) \left(1 + \frac{k_2 q_2 E_2}{k_1 q_1 E_1}\right) = 1. \quad (5)$$

При известных параметрах частицы и среды из уравнения (5) не трудно найти температуру поверхности частицы в момент ее воспламенения (температуру самовоспламенения).

Из совместного решения уравнений (3) и (5) найдем связь между температурой самовоспламенения частицы  $T$  и искомой температурой ее воспламенения – критической температурой среды  $T_\infty^{kp} \equiv T_g$

$$T_g = T - RT_g^2 \frac{k_1 q_1 + k_2 q_2}{k_1 q_1 E_1 + k_2 q_2 E_2} = T - \frac{RT_g^2}{E_{\text{эфф}}}, \quad (6)$$

где

$$E_{\text{эфф}} = \frac{k_1 q_1 E_1 + k_2 q_2 E_2}{k_1 q_1 + k_2 q_2}. \quad (6a)$$

Уравнение (6) – второе критическое условие воспламенения для нахождения температур воспламенения.

После нахождения (для данных  $d_0, C_\infty$ )  $T$  и  $T_g$  рассчитаем  $\theta_1, \theta_2, \beta^*, \gamma_1$ .

Если  $\theta_i$  слабо отличаются от 1 и  $\beta^* \ll 1$ , что возможно при близких  $E_1$  и  $E_2$ , (для используемых в работе значениях  $E_i$  это условие соблюдается с малой погрешностью:  $E_1/E_2 = 0.94$ , применим приближенное разложение Франк-Каменецкого для нахождения критических условий воспламенения:

$$\frac{C_{\infty} q_1 E_1}{\alpha R T_{\infty}^2} k_{01} \exp\left(-\frac{E_1}{R T_{\infty}}\right) \cdot \exp \theta_1 \cdot \left(1 + \frac{k_{02} q_2 E_2 \exp\left(-\frac{E_2}{R T_{\infty}}\right) \cdot \exp \theta_2}{k_{01} q_1 E_1 \exp\left(-\frac{E_1}{R T_{\infty}}\right) \cdot \exp \theta_1}\right) = 1$$

И считая, что  $\theta_1 \approx \theta_2 \approx 1$ , получим приближенное критическое условие воспламенения в следующем виде:

$$\frac{C_{\infty} q_1 E_1}{\alpha R T_{\infty}^2} k_{01} \exp\left(-\frac{E_1}{R T_g}\right) \left(1 + \frac{k_{02} q_2 E_2}{k_{01} q_1 E_1} \cdot \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{R T_g}\right)\right) \approx \frac{1}{e}. \quad (7)$$

Численный расчет критических условий и искомым безразмерных величин проводится при следующих значениях входящих параметров, заимствованных из [7];

$$q_1 = 2945 \left[ \frac{\text{кал}}{\text{г O}_2} \right]; k_{01} = 0.48 \cdot 10^6 \left[ \frac{\text{см}}{\text{с}} \right]; E_1 = 23300 \left[ \frac{\text{кал}}{\text{моль}} \right];$$

$$q_2 = 1634 \left[ \frac{\text{кал}}{\text{г O}_2} \right]; k_{02} = 1.25 \cdot 10^6 \left[ \frac{\text{см}}{\text{с}} \right]; E_2 = 24700 \left[ \frac{\text{кал}}{\text{моль}} \right];$$

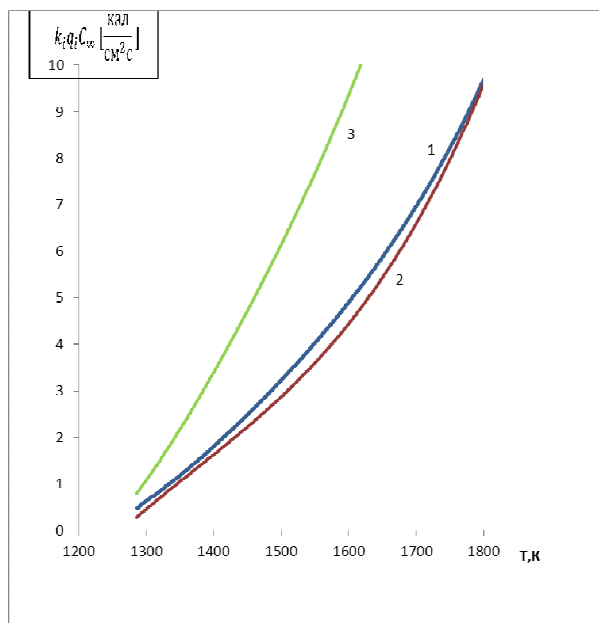
$$C_{\infty} = m_{\text{O}_2} \rho_0 \left( \frac{273}{T} \right) \left[ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \right] \text{ при } m_{\text{O}_2} = 0.23 \text{ и } T = \frac{T_{\infty} + T_{\text{св}}}{2};$$

$$\lambda = 8.4 \cdot 10^{-4} \left( \frac{T}{273} \right)^{0.75} \left[ \frac{\text{кал}}{\text{см} \cdot \text{с} \cdot \text{К}} \right].$$

Результаты расчетов сведены в табл. 1.

Таблица 1. Результаты расчетов и опытов по воспламенению антрацита.  
Эксперимент: 1) – [8], 2) – [2]

$d$ , мкм	$T$ , К		$T_{\text{в}}$ , К		$\theta_1$	$\theta_2$	$E_{\text{эфф}}$ , кал/моль	$\gamma_1$	$\beta^*$
	расч.	эксп.	расч.	эксп.					
5	1950		1700		1.01	1.07	24390	0.25	0.15
10	1800		1590		0.99	1.05	24038	0.22	0.13
20	1650		1470		0.97	1.03	24038	0.18	0.12
30	1550		1390		0.96	1.02	23923	0.16	0.12
40	1500		1350		0.96	1.02	23980	0.15	0.11
50	1460		1310	1330 <sup>1)</sup>	0.97	1.00	24096	0.14	0.11
80	1405	1450	1270	1260 <sup>2)</sup>	0.97	1.01	24096	0.14	0.11
100	1350		1225	1215 <sup>1)</sup>	0.97	1.03	24096	0.13	0.10
150	1285		1170	1170 <sup>1)</sup>	0.97	1.04	23809	0.12	0.10
200	1250		1140	1130 <sup>1)</sup>	0.96	1.07	23809	0.11	0.09



**Рис.1** Зависимость скорости тепловыделения от температуры поверхности. 1 - реакция  $CO+O_2 = CO_2$ ; 2 - реакция  $2C + O_2 = 2CO$ ; 3 - обе реакции.

Иллюстрацией соизмеримости тепловых вкладов от двух параллельных реакций углерода антрацита с кислородом воздуха являются кривые зависимости скоростей тепловыделения на единицу поверхности частицы от температуры поверхности – рис.1.

Зависимости температур воспламенения частиц от их диаметра в воздухе при различных вариантах протекания гетерогенного реагирования на поверхности представлены на рис.2.

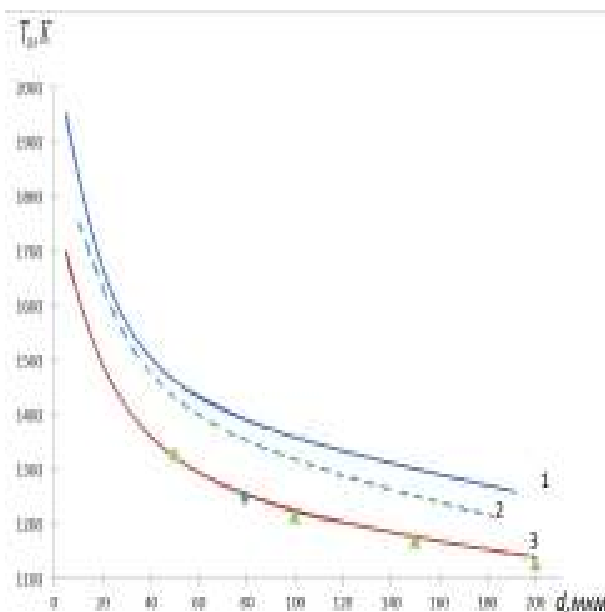
## 2. Анализ результатов расчета. Сопоставление с экспериментом.

1) Значение  $\beta^*$ , как показывает расчет, много меньше единицы, это значит, что мы можем пользоваться разложением экспоненты по методу Франк-Каменецкого и использовать для расчетов  $T_g$  приближенную формулу (7).

2) Малость значения  $\gamma_1$  позволяет пренебречь вторым уравнением и решать задачу только по тепловому уравнению даже при увеличении выгорания углерода за счет реакции  $2C+O_2 = 2CO$ . Заметим, что по мере уменьшения размеров частиц значение  $\gamma_1$  растет. Это значит, что процесс воспламенения приближается к вырождению: растущие по мере уменьшения  $d_0$  теплотери требуют компенсации за счет повышения скорости тепловыделения. Это ведет к росту  $T_g$  и дополнительному расходу горючего. То есть при росте  $\gamma_1$  увеличивается и докритическая полнота превращения горючего. Влияние этих факторов приводит к тому, что пренебрежение выгоранием частицы - уравнение (2) в исходной системе уравнений - становится некорректным. Как видно из расчетов, решение полной системы уравнений требуется для размера частиц  $d_0 < 5$  мкм.

3) Значение  $\theta_1$ , при воспламенении близко к единице, а  $\theta_2$  даже несколько пре-





**Рис.2** Зависимость температуры воспламенения частиц от их диаметра.

1 - расчет для одной реакции  $2C + O_2 = 2CO$ ;

2 - расчет для одной реакции  $C + O_2 = CO_2$ ;

3 - расчет для двух реакций;

4 - расчет для двух реакций с использованием приближенного разложения экспоненты по методу Франка – Каменецкого;

экспериментальные данные:  $\diamond$  - [2];  $\Delta$  - [8].

вышает ее, то есть оба продукта  $CO$  и  $CO_2$  обеспечивают тепловой вклад ( $Q^+$ , необходимый для преодоления теплопотерь и воспламенения частиц.

4) Обращает на себя внимание то, что комплекс  $E_{эфф} = \frac{k_1 q_1 E_1 + k_2 q_2 E_2}{k_1 q_1 + k_2 q_2}$  практиче-

ски не зависит от температуры и играет роль эффективной энергией активации  $E_{эфф} = 23950$ , что близко к среднеарифметическому выражению  $(E_1 + E_2)/2 =$

$24000 \left[ \frac{\text{кал}}{\text{моль}} \right]$ . Это значение  $E_{эфф}$  можно использовать для оценки температу-

ры поверхности частицы (см.(6)).

5) Из рис.1 видно, что с уменьшением  $d_0$  и, соответственно ростом  $T$ , доля  $CO$  в реагировании углерода с  $O_2$  растет, что соответствует термодинамике. При этом, как при низких  $T_s$  (большие  $d_0$ ), так при высоких (малые  $d_0$ ), тепловой вклад от обеих реакций соизмерим, то есть пренебрегать той или иной химической реакцией нецелесообразно.

6) На рис.2 приведены экспериментальные данные [7, 2], для антрацита, воспламеняемого в воздухе. Как видно, согласование опытных и расчетных данных с кривой, считанной для параллельных химических реакций лучше, чем с кривой, рассчитанной для одной химической реакции  $C + O_2 = CO_2$ .

7) Температура воспламенения при параллельных химических реакциях меньше чем температура воспламенения в случае одной химической реакции из – за того, что на той же поверхности включен еще один источник тепловыделения – химическая реакция до  $CO$ . Так как скорости тепловыделения от обеих реакций близки во всем диапазоне температур поверхностей частиц горючего при вариации их размеров, произошло практически удвоение  $Q^+$ , что и привело к снижению температуры воспламенения соответственно увеличению предэкспонента в два раза.

8) Заметим, что при существенном отличии  $k_1q_1$  и  $k_2q_2$ , что абсолютно реально для иных типов углей, тепловой вклад химических реакций будет заметно отличаться при различных температурах и, соответственно, будет разным соотношение ( $CO/CO_2$ ). В такой ситуации может появиться возможность пренебрежения вкладом той или иной реакцией при анализе процесса воспламенения частиц горючего.

9) Хорошее согласование расчетов с экспериментом показывает, что принятая здесь модель работоспособна, и пренебрежение химической реакцией до  $CO$  заведомо завышает расчетные температуры воспламенения частиц антрацита, что может негативным образом повлиять на прикладные аспекты.

#### Литература:

1. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. – Москва: Наука. – 1987. – 502 с..
2. Канторович Б.В. Основы теории горения и газификации твердого топлива. – Москва, АН СССР. – 1958. – 174 с.
3. Хзмалян Д.М., Каган Я.А. Теория горения и топочные устройства. – Энергия, М. – 1976. 484 с.
4. Золотко А.Н., Клячко Л.А. Критические условия в гетерогенных системах с параллельными реакциями. – Физика горения и взрыва. – 1979. – № 3. – С. 3 -10.
5. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Дибрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва // под ред. Фролова Ю.В. – Москва, Наука. – 1981. – 478 с.
6. Калинин В.В. Высокотемпературный теплообмен, критические явления при фазовых и химических превращениях в дисперсных системах: автореф. дис...д-ра физ-мат.наук: 01.04.14. – Одеса, 1996. – 32 с.
7. Крайнов А.Ю., Баймлер В.А. Критические условия воспламенения искрой смеси газообразного окислителя и горючего с реагирующими частицами. – ФГВ. – Т. 38, №.4. – 2002. – С. 30 – 37.
8. Киро С.А. Критические явления в дисперсных гетерогенных системах со стадийным образованием конечных продуктов. – Канд. диссертация, Одеса, 1983. – С. 1 – 45.

*Золотко А.Н., Ушакова Н.А., Демирова М.В.*

**Гетерогенне займання одиночної частинки з паралельними хімічними реакціями на її поверхні**

АНОТАЦІЯ

*Розроблена модель займання частинок вугілля (антрациту) при наявності двох паралельних реакцій на їх поверхні. Отримані аналітичні вирази для розрахунку критичних умов займання частинок. Результати розрахунків температур займання частинок різних розмірів в повітрі добре узгоджуються з експериментом. Згідно з розрахунками температур займання частинок вугілля показано, що необхідно враховувати утворення обох продуктів реагування (CO та CO<sub>2</sub>).*

*Zolotko A.N., Ushakova N.A., Demirova M.V.*

**Heterogeneous self-ignition of single particle with parallel chemical reactions on its surface**

SUMMARY

*The model of ignition of coal particles with taking in to account two different parallel reactions on its surface is developed. Analytical expressions for calculation of critical conditions of particle ignition are obtained. The results of calculations of ignition temperatures for two different particle sizes in air are in good agreement with experimental data. It is shown that the formation of both reaction product (CO and CO<sub>2</sub>) should be considered while calculating the ignition temperatures of coal particles.*

УДК 534.222.2:541.124

*Асланов С. К.*

*Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова  
Кафедры теоретической механики*

## **К теории детонации конденсированных взрывчатых веществ.**

*Произведен анализ современной концепции детонационных процессов, происходящих в конденсированных системах. С позиций построенного ранее теоретического объяснения процессов, лежащих в основе нетермических взрывных твердофазных превращений под высоким давлением, удаётся установить глубокую аналогию последних с процессами в активационной стадии детонационной волны, происходящими непосредственно внутри ее переднего ударного фронта.*

Ставшая классической теория Зельдовича-Неймана-Дёринга [1 – 3] (так называемая ЗНД) хорошо описывает самоподдерживающийся режим распространения детонации в газовых смесях. Детонационная волна (ДВ) моделируется стационарным комплексом, начинающимся с ударного фронта (УФ), за которым следует период индукции (задержка воспламенения). Этот промежуток представляет собой подготовительную (активационную) стадию процесса превращения исходной взрывчатой смеси посредством ее термической диссоциации, вызванной сильным ударным сжатием. Он занимает основную часть протяженности указанного процесса превращения (ширины химпика), завершающегося быстрым самовоспламенением активированной смеси. Энергия химреакции, выделившаяся в этой дефлаграционной зоне, подпитывает головную ударную волну (УВ) и разгоняет образующиеся продукты сгорания, пока они не достигнут скорости звука по отношению к плоскости Жугэ, которой заканчивается стационарный детонационный комплекс. Примыкающая к нему волна разрежения носит нестационарный характер, оставаясь всегда позади этого комплекса.

Однако, применение теории ЗНД к описанию детонационного процесса в конденсированных взрывчатых веществах (КВВ) наталкивается на принципиальные затруднения, которые не позволяют объяснить целый ряд результатов экспериментальных наблюдений и прямых молекулярно-динамических расчетов. Так, период индукции при детонации пока не наблюдался ни у одного из исследованных ВВ. Обычно регистрируется очень резкое падение давления внутри химпика, что соответствует максимальной скорости энерговыделения непосредственно за УФ ДВ, т. е. развитие реакции обусловлено активационной стадией внутри УФ [4].

Результаты опытов с нитрометаном свидетельствуют, что химреакция начиналась либо непосредственно во фронте УВ, либо совсем близко от него и приводила к быстрому возникновению детонации. Эта степень реагирования больше, чем таковая при термически равновесном процессе. Эксперименты демонстрируют возможность ускорения УФ без последующего взрыва, т. е. за счет энергии, выделенной во фронте волны [5].

Экспериментами над образцами ароматических соединений подтверждена возможность деструкции сложных многоатомных молекул внутри достаточно мощного УФ при нагреве всего в 100-200° С за счет сжатия, что нельзя считать достаточным для термического разложения материала. Сильно неравновесный процесс обнаруженной исключительно быстрой (за  $10^{-13} - 10^{-12} c$ ) диссоциации при детонации КВВ очень слабо зависит от исходного физического состояния заряда (различный тип твердого вещества, жидкость), определяясь его молекулярными свойствами. Причиной служит колоссальная скорость динамического нагружения материала в ударно- фронтальной зоне детонации (протяженностью в десятки ангстрем и масштаб времени  $10^{-13} - 10^{-12} c$ ), которая приводит к его деформации на молекулярном уровне, интенсифицируя подвижность атомов в молекулах.

Чрезвычайно высокая кинетическая энергия, связанная с передачей импульса во фронте УВ, оказывается достаточной, чтобы произошел интенсивный механический разрыв ковалентных связей в молекулах ВВ непосредственно в УФ или близко от него и прежде всего вблизи открытых поверхностей взрывчатого материала. Таким образом, большинство молекул ВВ оказываются диссоциированными механически на индивидуальные атомы, радикалы, ионы, молекулярные фрагменты (дополнительно к термически активированным молекулам). Это подтверждается расчетами сил ударно-волнового взаимодействия для связей (С - N, N - O, С - С) органических ВВ.

Эти частицы затем могут реагировать за времена  $10^{-13} - 10^{-12} c$ , т. е. практически там же, где они появились при разложении молекул, выделяя энергию, способную поддерживать как сам УФ, так и ДВ в целом. Эксперименты с идеальными гомогенными ВВ показали, что все ковалентные связи оказываются разорванными при детонации. Результаты молекулярно-динамических расчетов с использованием многочастичных межатомных потенциалов, приближающим их к реальным системам, свидетельствуют о том, что ковалентные связи разрушаются механически в очень узких УФ, в непосредственной близости от которых протекают реакции образующихся свободных радикалов [5].

Масштаб скоростей распространения ДВ в КВВ обладает порядком  $\frac{км}{с} = \frac{А}{с^{-13}}$ , который согласуется с диапазоном средних относительных колебательных скоростей пар атомов в веществах типа СНОН. Это создает возможность разрушительного воздействия на ковалентные связи энергии основного приблизительно одномерного движения в пределах УФ, коль скоро временная ширина последнего оказывается соизмеримой с величиной периода молекулярных колебаний ВВ. С другой стороны, близость значений скорости детонации в

различных КВВ связана с тем, что скорости колебательных движений, которые, главным образом, переносят энергию, идущую на активационный разрыв связей, медленно возрастают до умеренных максимальных величин даже при очень высоких температурах [5].

Теория Уокера-Уосли (УУ) [6,7,5], построенная для описания распространения УВ в КВВ, основана на новом принципе так называемой физической кинетики, что позволяет объяснить реальность таких детонационных процессов на микроскопическом (молекулярном) уровне. С позиции этой модели удается преодолеть указанные выше затруднения: на первое место ставится внутрифронтальная стадия УВ, где очень быстрая диссоциация молекул ВВ достигается в основном механическим путем за счет передачи импульса от следующего за УФ сжатого (ускоренного) материала. В результате разложение ВВ осуществляется, главным образом, в пределах УФ по типу механического разрыва ковалентных связей, определяя тем самым ведущие закономерности активационной стадии процесса, которая начинается сразу же вместе с возникновением ударного нагружения во фронте УВ. Разрушаются прежде всего наиболее слабые ковалентные связи, что становится возможным, поскольку время пребывания молекул ВВ внутри УФ согласуется с периодом внутримолекулярных атомных колебаний. Кинетическая концепция УУ обеспечивает физическое объяснение приблизительного постоянства скоростей детонации КВВ, базируясь на определении скоростей реакции через неравновесные процессы, связанные с относительными скоростями колебательных движений атомных пар (групп) и на их слабом увеличении с ростом температуры.

Попытка теоретического описания нетермических взрывных твердофазных превращений, происходящих в телах (таблетках) со свободной боковой поверхностью в условиях сильного одноосного сжатия (десятки килобар) с деформацией сдвига (или без нее), была предпринята нами [8] с позиций предложенного молекулярно-кинетического подхода. Поскольку этот так называемый эффект Бриджмена (ЭБ) [9] наблюдается для широкого класса веществ, в его основе должен лежать достаточно универсальный механизм. Вблизи открытой поверхности образца (таблетки), где достигаются наиболее значительные пластические деформации, становится возможной флюидизация атомно-молекулярной структуры твердого тела с утратой дальнего порядка, т. е. переход в жидкоподобное состояние. Весьма большое статическое нагружение исходного химически инертного материала приводит к его взрывному механическому разрушению вплоть до молекулярного разложения за времена ( $10^{-5} - 10^{-7} c$ ) в результате развивающейся активации атомарных степеней свободы. Порожденный таким взрывным процессом скоростной ( $\sim 1000 M/c$ ) выброс в окружающее пространство со свободной поверхности атомов, диссоциированных молекул, электронов, микродиспергированного вещества, образующихся в приповерхностном слое, сопровождается излучением звука и света [10, 11].

Это явление регулярного сверхбыстрого удаления с открытой боковой поверхности прилежащего к ней флюидирующегося слоя было названо нами «физическим взрывом освобождения поверхности», который устремляется к

оси симметрии таблетки. Внутренняя энергия образца, накачанная за счет его статического механического нагружения, освобождается затем в виде работы разрушения вещества на микроуровне и кинетической энергии потока образующихся частиц, выбрасываемых в результате разгрузки в окружающую среду, как только параметры нагружения достигнут определенных критических значений. Последнее связано с потерей устойчивости физического состояния образца, когда силы межмолекулярного взаимодействия в нем приблизятся в условиях большого давления к силам внутримолекулярного взаимодействия (или превзойдут их). В пользу позитивного влияния приповерхностной флюидизации вещества на молекулярном уровне свидетельствует снижение указанных критических величин при наличии увлажнения образца. Значительный реактивный импульс, возникающий в результате скоростного выброса из образца массы образующихся при ЭБ частиц и оказывающий соответствующее дополнительное давление на его флюидизирующийся поверхностный слой, усиливая эту флюидизацию, способствует поддержке критических условий реализации явления.

Предложенный [8] молекулярно-кинетический уровень объяснения ЭБ (с позиций квазиравновесного подхода) базируется на теории работы выхода атомов, молекул со свободной жидкой поверхности в газ, ее связи с микроскопическими критериями устойчивости жидкой фазы и возможности реализации состояний конденсированной системы с отрицательными значениями работы выхода, модуль которой значительно превышает тепловую энергию атомов. Именно подобные состояния могут служить основой нетепловых взрывных процессов в ЭБ, когда изменения свободной энергии при статических сжатиях образца оказываются достаточными, чтобы превысить энергию молекулярных связей, тем самым дестабилизируя их и вызывая диссоциацию молекул. Реализация возможности таких состояний следует из соотношения [12], полученного для работы выхода атомов из однокомпонентной жидкости в вакуум и уравнения ее состояния

$$A = 2 \left( kT - \frac{P}{n} \right)$$

где  $p$  – давление в жидкости,  $n$  – плотность числа атомов,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура.

Когда создаются соответствующие термодинамические условия, профили самосогласованных потенциалов взаимодействия вблизи открытой жидкой поверхности становятся «выталкивающими», так что частицы спонтанно выбрасываются из флюидизированного поверхностного слоя исключительно за счет сил молекулярного взаимодействия.

Конкретные расчетные оценки согласно теории работы выхода были произведены [8] на примере пятиводного кристаллогидрата сульфата меди, для которого из-за слабых внутренних сил, связывающих молекулы воды, оказывается, достаточно подвергнуть образец одному умеренному сжатию (15 килобар). Это уже приводит для молекул исходного сульфата к величине  $A \approx -3.3 \text{ эВ}$ , а для диссоциированных молекул воды  $A \approx -0.5 \text{ эВ}$ . Значительная величина ско-

ростей их вылета из флюидизированного поверхностного слоя твердой таблетки ( $\sim 1000 \frac{M}{c}$ ), найденных на основе полученных оценок, целиком обусловлена молекулярными силами взаимодействия, оставаясь в пределах физического механизма реализации нетепловых взрывных твердофазных превращений. Развиваемое при этом реактивное давление на регулярно освобождающуюся боковую поверхность таблетки может превосходить давление инициирования ЭБ, способствуя сохранению необходимых критических условий взрыва.

Имеет смысл сопоставить теперь этот физический механизм, положенный нами в основу теоретического объяснения взрывных твердофазных превращений, и физическую кинетику, на которой базируется описанная выше теоретическая концепция УУ распространения детонации в КВВ. Такое сравнение позволяет установить аналогию между процессами, которые реализуются в подготовительной активационной стадии внутри плоского УФ ДВ, распространяющейся в конденсированной системе, и процессами, которыми сопровождается фронтальное распространение взрывного превращения ЭБ внутрь таблетки. Их различие заключается лишь в характере осуществления энергетической накачки материала, взрывающегося в дальнейшем.

ЭБ достигается посредством предварительного статического нагружения (одноосного сжатия) всего объема образца, пока давление в нем не превзойдет определенное критическое значение, т. е. скорость нагружения весьма мала. В случае детонации КВВ, напротив, нагружение носит сугубо динамический характер ударного сжатия (опять-таки в основном одноосного), будучи значительным по величине (сотни килобар) и осуществляясь с громадной скоростью с самого начала очень узкого УФ ДВ. Столь высокое давление сразу же порождает в случае твердого ВВ, как и при ЭБ, его местную флюидизацию на молекулярном уровне (с утратой дальнего порядка). Этим, вероятно, объясняется, что экспериментально обнаруживаемая, быстрая ( $10^{-13} - 10^{-12} c$ ) диссоциация при детонации КВВ очень слабо зависит от исходного физического состояния заряда (жидкого, или твердого), определяясь его молекулярными свойствами.

Энергия во фронт УВ накачивается за счет последующих быстрых экзотермических реакций активированного в нем ВВ. Она освобождается в виде работы механического разрыва ковалентных связей и кинетической энергии потока образующихся продуктов молекулярной деструкции (индивидуальные атомы, радикалы, ионы, фрагменты молекул), которые обладают очень высокой химической активностью. Поэтому к указанному разложению ВВ сразу присоединяется процесс детонационного реагирования, который завершается за  $10^{-10} c$  [4]. Все это происходит в узком слое в непосредственной близости от открытой поверхности детонирующего материала, за которой следуют окончательные продукты реакции. Физический механизм интенсивного разрыва ковалентных связей при детонации КВВ выступает в качестве совершенно подобного быстрому механическому разрушению внутримолекулярных связей испытываемого материала при взрывном твердофазном превращении ЭБ. Отличие последнего состоит в том, что требуется извне (отдельно) организовать предварительную подготовку необходимых критических условий молекулярных разложения для



реализации такого «холодного» взрыва с помощью достаточно сильного статического сдавливания таблетки исходного материала между наковальнями Бриджмена и их одновременного относительного поворота. В случае стационарного распространения ДВ в КВВ осуществляется внутренняя самоорганизация детонационного процесса за счет бурной экзотермической реакции. Быстро выделившаяся в ней энергия рождает впереди мощную УВ, в узком фронте которой как раз происходит предварительная активационная подготовка в виде разрыва ковалентных связей исходного ВВ и сразу же запускается химическая реакция, энергетически обеспечивающая весь детонационный процесс в целом.

Чтобы создалась возможность эффективного разрушительного механического воздействия на внутримолекулярные связи взрывающегося материала (то есть на микроуровне), необходимы: соответствующий уровень кинетической энергии на макроуровне развития процесса и соответствующий временной промежуток взаимодействия между этими двумя уровнями. А именно: величина скоростей при распространении взрывного процесса должна согласоваться с диапазоном средних относительных скоростей колебательного движения атомов (их групп), а интервал времени указанного взаимодействия должен быть соизмерим с периодом молекулярных колебаний исследуемого типа материала.

Количественные оценки, приведенные для масштаба скоростей ( $\sim \text{км}/\text{с}$ ) распространения ДВ в КВВ и временной ширины промежутка взаимодействия ( $\sim 10^{-13} \text{ с}$ ) внутри переднего УФ вполне удовлетворяют сформулированным требованиям. Количественная оценка масштаба средних скоростей при фронтальном (радиальном) распространении ЭБ может быть получена исходя из заданного диаметра испытываемой таблетки (13 мм) и среднего времени завершения процесса взрывного превращения [10] ( $\sim 10^{-6} \text{ с}$ ), а именно:  $\sim \frac{\text{мм}}{10^{-6} \text{ с}} = \text{км}/\text{с}$ . Временную продолжительность механического взаимодействия макро и микропроцессов можно оценить при помощи полученного масштаба средней скорости и найденной [8] толщины приповерхностного слоя интенсивного молекулярного разложения  $\delta \sim \text{нм}$ , т. е. в виде  $\sim \frac{\text{нм}}{(\text{км}/\text{с})} = 10^{-12} \text{ с}$ , что

опять-таки соответствует требуемым условиям.

Таким образом, непосредственное сравнение приведенных количественных оценок для процессов, протекающих в подготовительной активационной стадии в пределах УФ при детонации КВВ и при нетермических взрывных твердофазных превращениях ЭБ, определенно свидетельствует в пользу обнаруженной глубокой аналогии этих процессов

### Литература:

1. Зельдович Я. Б. // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1940. – Т. 10. №5. – С. 542.
2. Von Neuman I. // Report on “Theory of Detonation Waves” (OD-02) Committee of the office of Scientific Research and Development. – 1942. – Division B. Section B-1. Serial №5. P.421.

3. *Doring W.* // Ann Phys. – 1943. – V. 43, №5. – P. 421.
4. *Дремин А. Н.* К теории детонации // Химическая физика. – 1995. – Т.14, №12. – С.22.
5. *Уокер Ф. Е.* Сравнение классической и современной теории детонации // Химическая физика. – 1995. – Т. 14, №12. – С. 47.
6. *Walker F. E., Wasley R. J.* // Combustion and Flame. – 1970. – V. 15. – P. 233
7. *Walker F. E., Wasley R. J.* // Combustion and Flame. – 1974. – V. 22. – P. 53
8. *Асланов С. К., Каум Я. С. Каум С. Д.* О механизме взрывного образования наночастиц // Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии. – 2007. – Т. 5, №3. – С. 811-831.
9. *Бриджмен П. В.* Исследования больших пластических деформаций и разрыва. – М.: ИЛ. – 1954. – 444с.
10. *Ениколопов Н. С., Мхитарян А. А., Карагезян А. С.* Сверхбыстрые реакции разложения в твердых телах под давлением // Доклады АН СССР. – 1986. – Т. 288, №3. – С. 657 – 660.
11. *Ениколопов Н.С., Мхитарян А.А., Карагезян А.С. Хзарджян А.А.* Критические явления при взрыве твердых веществ под высоким давлением // Доклады АН СССР. – 1987. – Т. 292, №4. – С. 887 – 890.
12. *Каум Я.С., Каум С.Д.* // Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии. – 2006. – Т. 4, №3. – С. 537.

***Асланов С. К.***

### **Щодо теорії детонації конденсованих вибухових речовин**

#### АНОТАЦІЯ

*Виконано аналіз сучасної концепції детонаційних процесів, що виникають у конденсованих системах. З позицій побудованого раніше теоретичного тлумачення процесів, що лежать в основі нетермічних вибухових твердо фазних перетворень під високим тиском, вдається встановити глибоку аналогію останніх із процесами в активній стадії детонаційної хвилі, що відбуваються безпосередньо усередині її переднього ударного фронту.*

***Aslanov S. K.***

### **On detonation theory for condensed explosive matters**

#### SUMMARY

*Modern conception analysis for detonation processes of condensed system was carried out. On the base of the previously constructed theoretical explanation for the processes of non-thermic explosive solid-phase transformations under high pressure the deep analogy with wave interior leading shock front was established.*

**Кононов А.А.**

*Одесский Национальный университет имени И.И. Мечникова*

### **Асимптотические законы затухания ударных волн с цилиндрической симметрией.**

*Рассматривается вопрос о затухании ударных волн с цилиндрической симметрией. В частности, используя метод, предложенный в работах Седова и Якимова, найдены новые члены известных асимптотических разложений и уточнены законы изменения профиля ударной волны.*

#### **Введение.**

Вопрос затухания ударных волн имеет довольно большую историю. Законы вырождения плоских ударных волн были изучены еще в 1913 г. Крюссаром [1] в предположении, что возмущенное состояние газа за фронтом представляет собой риманову бегущую волну, содержащую точку, в которой скорость газа равна нулю. Аналогичное исследование другим способом было выполнено позднее Шмушкевичем [2].

Характер затухания сферических и цилиндрических ударных волн установлен впервые Л. Д. Ландау в 1945 г. [3] в предположении, что возмущенное состояние газа за фронтом ослабляется, и что это движение стремится к бегущей волне, в которой возмущения в фиксированный момент времени расположены на интервале конечной длины и которая отличается от акустической только уточненным значением скорости звука. За рубежом аналогичные результаты были опубликованы позднее в [4]. Характер ослабления ударных волн в воде изучен Христиановичем [5].

Более последовательный математически метод рассмотрения этой задачи был предложен Л. И. Седовым [6]. Им получены асимптотические формулы изменения газодинамических параметров на фронте ударной волны для всех трех случаев симметрии задачи. В представляющем для нас основной интерес цилиндрическом случае, найдена формула:

$$\Delta p = \frac{p_2}{p_1} - 1 = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{A}{r^{3/4}} + \dots$$

Позже методика Седова была использована Якимовым [7] для получения разложений более высокого порядка точности при описании эволюции сферически-симметричных ударных волн. В 1957 г. Шефтер [8], используя методологию Якимова, получил для цилиндрического случая разложения порядка малости выше первого. Результаты работы [8] могут быть описаны следующими соотношениями.

$$\begin{cases} p = 1 + \frac{C_0}{r^{3/4}} - \frac{C_0}{2} \frac{\chi_1}{1+1/\gamma} \frac{1}{r^{5/4}} + \dots \\ \rho = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{C_0}{r^{3/4}} - \frac{C_0}{2} \frac{1}{\gamma} \frac{\chi_1}{1+1/\gamma} \frac{1}{r^{5/4}} + \dots \\ u = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{C_0}{r^{3/4}} - \frac{C_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\chi_1}{1+1/\gamma} \frac{1}{r^{5/4}} + \dots \end{cases}$$

где постоянная  $C_0$  определяется из начальных условий, а  $\chi_1$  известная нам величина.

Нами методом Якимова были получены новые члены разложения, следующие за слагаемыми, найденными Шефтером.

В первой части статьи мы, следуя методике Якимова, строим три асимптотических решения системы нелинейных уравнений, описывающих неустановившиеся движения идеального газа с цилиндрической симметрией. Все решения строятся с помощью функциональных рядов.

Два первых решения содержат по одной произвольной функции и по счетному набору произвольных постоянных. Для этих решений вычислены члены до пятого порядка малости включительно, а задача отыскания следующих членов сведена к решению линейной алгебраической системы с постоянными коэффициентами.

Третье решение содержит две произвольные функции; для этого решения вычислены члены до пятого порядка малости включительно.

Во второй части полученные решения применены к задаче об асимптотическом поведении ударных волн. В частности исследуется скорость убывания интенсивности ударных волн и законы изменения профиля ударной волны.

### 1. Поиск общего решения.

Рассмотрим уравнения одномерного неустановившегося движения идеального газа

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial r} + (\nu - 1) \frac{\rho u}{r} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} S + u \frac{\partial}{\partial r} S = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где  $\nu = 1, 2, 3$  соответственно для случаев плоской, цилиндрической и сферической симметрии, а  $u, \rho, p, t$  и  $r$  — соответственно обезразмеренные скорость, плотность, давление, время и радиус,  $S$  — энтропия.

Для совершенного газа:  $S = \frac{p}{\rho^\nu}$ .

Тогда последнее уравнение, выражающее сохранение энтропии  $S$  в частице, можно переписать в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\gamma p}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) = 0.$$

Известно [3], что уравнения (1) имеют три семейства характеристических направлений

$$dr = (a + u)dt, \quad dr = (-a + u)dt, \quad dr = udt.$$

где  $a$  – скорость звука, соответствующие прямой акустической, обратной акустической и энтропийной волнам.

Построим решение для прямой волны.

Введем характеристическую переменную  $\xi_1$

$$\mu_{10} d\xi_1 = dr - (a + u)dt, \quad (2)$$

где  $\mu_{10}$  – интегрирующий множитель, так как  $dr - (a + u)dt$  не является полным дифференциалом. Сделаем замену переменных  $r, t$  в системе (1) переменными  $r, \xi_1$ , где  $\xi_1$  введено при помощи равенства (2).

Для прямой волны имеем:

$$\begin{cases} \rho a \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{(\nu - 1) \gamma p u}{(u + a) r} = 0 \\ -a \rho \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + \frac{\partial p}{\partial \xi_1} = -\rho u \mu_{10} \frac{\partial u}{\partial r} - \mu_{10} \frac{\partial p}{\partial r} \\ -\frac{\partial p}{\partial \xi_1} + a^2 \frac{\partial \rho}{\partial \xi_1} = -\frac{\mu_{10} u}{a} \frac{\partial p}{\partial r} + \mu_{10} a u \frac{\partial \rho}{\partial r} \\ \mu_{10} = (a + u) \left( \mu_0(\xi_1) - \frac{\partial}{\partial \xi_1} \int_{r_0}^r \left( \frac{1}{a + u} \right) dr \right) \end{cases} \quad (3)$$

В дальнейшем нас будет интересовать поведение решения при достаточно больших  $r$  и при  $\nu = 2$  (цилиндрическая волна). Считая в невозмущенном состоянии  $p_0 = 1$  и  $\rho_0 = 1$ , будем искать решение в виде рядов

$$p_1 = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} F_{ki}(\xi_1) \frac{\ln^i r}{r^{k/2}}; \quad u_1 = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \Phi_{ki}(\xi_1) \frac{\ln^i r}{r^{k/2}}; \quad \rho_1 = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \Psi_{ki}(\xi_1) \frac{\ln^i r}{r^{k/2}} \quad (4)$$

Подставляя ряды (4) в систему (3) и группируя слагаемые по степеням  $r$  и  $\ln r$ , найдем соотношения для функций  $F_{ki}, \Phi_{ki}, \Psi_{ki}$ . При выведении зависимостей будем отбрасывать слагаемые порядка  $o\left(\frac{\ln r}{r^{3/2}}\right)$ . Это обусловлено тем, что

при учете слагаемых более высоких порядков малости в решении пришлось бы учитывать энтропийную волну [3].

Обозначим через  $a_0 = \sqrt{\gamma}$  скорость звука в невозмущенном газе.

Из последнего уравнения в (3) имеем

$$\mu_{10} \sim \left( F'_{10} - \Psi'_{10} + 2 \frac{\Phi'_{10}}{a_0} \right) \sqrt{r} + \left( \frac{F'_{21} - \Psi'_{21}}{4} + \frac{\Phi'_{21}}{2a_0} \right) \ln^2 r + \left( \frac{F'_{20} - \Psi'_{20}}{2} + \frac{\Phi'_{20}}{a_0} \right) \ln r + \mu_{100}(\xi_1)$$

где  $\mu_{100}(\xi_1)$  - произвольная функция, положим  $\mu_{100}(\xi_1) \equiv 1$ .

Из системы (3), получили 14 уравнений и 15 неизвестных.

Следовательно, одну из функций можно, считать произвольной, например,  $F_{10}(\xi_1)$ . Все остальные функции определяются через  $F_{10}(\xi_1)$  последовательным разрешением уравнений для производных и последующим интегрированием. При этом появятся произвольные константы, связанные только первым уравнением из (3).

$$\begin{aligned} \Phi_{10} &= \frac{1}{a_0} F_{10}, \quad \Psi_{10} = \frac{1}{2} F_{10} + C_{\Psi_{10}}, \quad F_{21} = 0, \quad \Psi_{21} = C_{\Psi_{21}}, \quad \Phi_{21} = C_{\Phi_{21}}; \\ F_{20} &= \frac{a_0^2 - 3}{4a_0^2} F_{10}^2 + \frac{1}{4} C_{\Psi_{10}} F_{10} + a_0 C_{\Phi_{21}}, \quad \Psi_{20} = -\frac{a_0^2 + 1}{4a_0^4} F_{10}^2 + \frac{5}{4a_0^2} C_{\Psi_{10}} F_{10} + C_{\Psi_{20}}; \\ \Phi_{20} &= -\frac{a_0^2 + 5}{4a_0^3} F_{10}^2 - \frac{1}{4a_0} C_{\Psi_{10}} F_{10} + C_{\Phi_{20}}, \quad F_{32} = C_{F_{32}}, \quad \Phi_{32} = -\frac{3}{a_0} C_{F_{32}}, \quad \Psi_{32} = C_{\Psi_{32}}; \\ F_{31} &= \frac{a_0^4 + 11}{96a_0^4} F_{10}^3 + \frac{a_0^2 - 7}{128a_0^2} C_{\Psi_{10}} F_{10}^2 + \left( \frac{C_{\Psi_{21}}}{8} - \frac{C_{\Phi_{21}}}{a_0} \right) F_{10} + C_{F_{31}}; \\ \Phi_{31} &= -\frac{a_0^4 + 11}{32a_0^5} F_{10}^3 - \frac{3a_0^2 - 21}{128a_0^3} C_{\Psi_{10}} F_{10}^2 - \left( \frac{3}{a_0^2} C_{\Phi_{21}} + \frac{3}{8a_0} C_{\Psi_{21}} \right) F_{10} + \frac{8C_{F_{32}} - 3C_{F_{31}}}{a_0^3}; \\ \Psi_{31} &= \frac{a_0^4 + 11}{96a_0^6} F_{10}^3 + \frac{a_0^2 - 7}{128a_0^2} C_{\Psi_{10}} F_{10}^2 + \left( \frac{9C_{\Psi_{21}}}{8a_0^2} - \frac{C_{\Phi_{21}}}{a_0^3} \right) F_{10} + C_{\Psi_{31}}; \\ \mu_{10} &= \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) F'_{10}(\xi_1) \sqrt{r} + \left( \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} F'_{10} F_{10} + \left( \frac{1}{8} - \frac{3}{4a_0^2} \right) C_{\Psi_{10}} F'_{10} \right) \ln r + 1 + \dots \end{aligned}$$

Рассмотрим решение для обратной волны. Действуем аналогично построению для прямой волны. Вводим характеристическую переменную  $\xi_2$ , согласно соотношению

$$\mu_{20} d\xi_2 = dr - (-a + u) dt$$

где  $\mu_{20}$  - интегрирующий множитель, так как  $dr - (-a + u) dt$  не является полным дифференциалом.

И ищем решение в виде

$$p_1 = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} f_{ki}(\xi_1) \frac{\ln^i r}{r^{k/2}}; \quad u_1 = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \varphi_{ki}(\xi_1) \frac{\ln^i r}{r^{k/2}}; \quad \rho_1 = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \psi_{ki}(\xi_1) \frac{\ln^i r}{r^{k/2}}.$$

В итоге для обратной волны получим

$$\phi_{10} = -\frac{1}{a_0} f_{10}, \quad \psi_{10} = \frac{1}{2} f_{10} + C_{\psi_{10}}, \quad f_{21} = 0, \quad \phi_{21} = C_{\phi_{21}}, \quad \psi_{21} = C_{\psi_{21}};$$

$$\begin{aligned}
f_{20} &= \frac{a_0^2 - 3}{4a_0^2} f_{10}^2 + \frac{1}{4} C_{\psi_{10}} f_{10} + a_0 C_{\phi_{21}} & \phi_{20} &= \frac{a_0^2 + 5}{4a_0^3} f_{10}^2 + \frac{1}{4a_0} C_{\psi_{10}} f_{10} + C_{\phi_{20}}; \\
\psi_{20} &= -\frac{a_0^2 + 1}{4a_0^4} f_{10}^2 + \frac{5}{4a_0^2} C_{\psi_{10}} f_{10} + C_{\psi_{20}} & f_{32} &= C_{f_{32}} & \phi_{32} &= \frac{3}{a_0} C_{f_{32}} & \psi_{32} &= C_{\psi_{32}}; \\
f_{31} &= \frac{a_0^4 + 11}{96a_0^4} f_{10}^3 + \frac{a_0^2 - 7}{128a_0^2} C_{\psi_{10}} f_{10}^2 + \left( \frac{C_{\phi_{21}}}{a_0} + \frac{C_{\psi_{21}}}{8} \right) F_{10} + C_{f_{31}}; \\
\phi_{31} &= \frac{a_0^4 + 11}{32a_0^5} f_{10}^3 + \frac{3a_0^2 - 21}{128a_0^3} C_{\psi_{10}} f_{10}^2 + \left( -\frac{C_{\phi_{21}}}{a_0} + \frac{3}{8a_0} C_{\psi_{21}} \right) F_{10} + \frac{8C_{f_{32}} + 3C_{f_{31}}}{a_0}; \\
\psi_{31} &= \frac{a_0^4 + 11}{96a_0^6} f_{10}^3 + \frac{a_0^2 - 7}{128a_0^4} C_{\psi_{10}} f_{10}^2 + \left( \frac{1}{a_0^3} C_{\phi_{21}} + \frac{9}{8a_0^2} C_{\psi_{21}} \right) f_{10} + C_{\psi_{31}}; \\
\mu_{20} &= \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) f'_{10}(\xi_2) \sqrt{r} + \left( \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} f'_{10} f_{10} + \left( \frac{1}{8} - \frac{3}{4a_0^2} \right) C_{\psi_{10}} f'_{10} \right) \ln r + 1 + \dots
\end{aligned}$$

Рассмотрим волну взаимодействия.

Решения, найденные выше, описывают волны одного направления и, как следствие, содержат только по одной произвольной функции  $F_{10}(\xi_1)$  и  $f_{10}(\xi_2)$ .

Построим теперь решение содержащее явно две произвольные функции.

Решение будем искать в следующем виде

$$\begin{aligned}
p &= 1 + \Delta p_1 + \Delta p_{12} + \Delta p_2; \\
\rho &= 1 + \Delta \rho_1 + \Delta \rho_{12} + \Delta \rho_2; \\
u &= u_1 + u_{12} + u_2,
\end{aligned}$$

где  $\Delta p_1 = p_1 - 1$ ,  $\Delta \rho_1 = \rho_1 - 1$ ,  $u_1$  - волна идущая от центра;

$\Delta p_2 = p_2 - 1$ ,  $\Delta \rho_2 = \rho_2 - 1$ ,  $u_2$  - волна идущая к центру;

$\Delta p_{12} = p_{12} - 1$ ,  $\Delta \rho_{12} = \rho_{12} - 1$ ,  $u_{12}$  - обращаются в нуль, когда величины  $\Delta p_1$ ,  $\Delta \rho_1$ ,  $u_1$  или  $\Delta p_2$ ,  $\Delta \rho_2$ ,  $u_2$  равны нулю. Течение, описываемое последними соотношениями, назовем волной взаимодействия.

Величины  $p_{12}$ ,  $\rho_{12}$ ,  $u_{12}$  будем искать в виде рядов

$$\begin{aligned}
p_{12} &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \alpha_{ki}(\xi_1, \xi_2) \frac{\ln^i r}{r^{k/2}}; \\
u_{12} &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \omega_{ki}(\xi_1, \xi_2) \frac{\ln^i r}{r^{k/2}}; \\
\rho_{12} &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \beta_{ki}(\xi_1, \xi_2) \frac{\ln^i r}{r^{k/2}}
\end{aligned} \tag{5}$$

где  $\xi_1$  и  $\xi_2$  по-прежнему удовлетворяют равенствам

$$\begin{cases} \mu_1 d\xi_1 = dr - (a + u)dt \\ \mu_2 d\xi_2 = dr - (-a + u)dt \end{cases} \tag{6}$$

Введем обозначения

$$\eta_1 = \frac{\mu_1}{a+u} \quad \text{и} \quad \eta_2 = \frac{\mu_2}{-a+u}.$$

Из (6) получим

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \xi_1}(\xi_1, r, \xi_2(\xi_1, r)) = \frac{\partial f(\xi_1, r, \xi_2)}{\partial \xi_1} + \frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{\partial f(\xi_1, r, \xi_2)}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial f}{\partial r}(\xi_1, r, \xi_2(\xi_1, r)) = \frac{\partial f(\xi_1, r, \xi_2)}{\partial r} + \frac{2a}{\mu_2(a+u)} \frac{\partial f(\xi_1, r, \xi_2)}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial f}{\partial \xi_2}(\xi_1(\xi_2, r), r, \xi_2) = \frac{\partial f(\xi_1, r, \xi_2)}{\partial \xi_2} + \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{\partial f(\xi_1, r, \xi_2)}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial f}{\partial r}(\xi_1(\xi_2, r), r, \xi_2) = \frac{\partial f(\xi_1, r, \xi_2)}{\partial r} - \frac{2a}{\mu_1(-a+u)} \frac{\partial f(\xi_1, r, \xi_2)}{\partial \xi_1} \end{cases} \quad (7)$$

Из (6) получим систему для определения  $\eta_1$  и  $\eta_2$ :

$$\begin{cases} \frac{2a}{(a+u)(-a+u)} \frac{\partial}{\partial \xi_2}(\eta_1) = -\eta_2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{1}{a+u} \right) - \eta_1 \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( \frac{1}{a+u} \right) - \eta_2 \frac{\partial}{\partial r}(\eta_1) \\ \frac{2a}{(a+u)(-a+u)} \frac{\partial}{\partial \xi_1}(\eta_2) = \eta_1 \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( \frac{1}{-a+u} \right) + \eta_2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{1}{-a+u} \right) + \eta_1 \frac{\partial}{\partial r}(\eta_2) \end{cases}$$

Будем искать  $\eta_1$  и  $\eta_2$  при помощи рядов, аналогичных рядам для  $\mu_{10}$  и  $\mu_{20}$ . Причем,  $\eta_{1ki}$  будут определяться с точностью до произвольных функций от  $\xi_1$ , а  $\eta_{2ki}$  с точностью до произвольных функций от  $\xi_2$ . Выбираем эти функции так, чтобы  $\mu_1 = \mu_{10} + \mu_{11}$  и  $\mu_2 = \mu_{20} + \mu_{22}$ , где  $\mu_{11} = 0$  при отсутствии волны идущей к центру, а  $\mu_{22} = 0$  при отсутствии волны идущей от центра. В итоге получим

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) F'_{10}(\xi_1) \sqrt{r} + \left( \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} F'_{10} F_{10} + \left( \frac{1}{8} - \frac{3}{4a_0^2} \right) C_{\psi_{10}} F'_{10} \right) \ln r + 1 + \dots \\ \mu_2 &= \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) f'_{10}(\xi_2) \sqrt{r} + \left( \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} f'_{10} f_{10} + \left( \frac{1}{8} - \frac{3}{4a_0^2} \right) C_{\psi_{10}} f'_{10} \right) \ln r + 1 + \dots \end{aligned}$$

Таким образом,  $\mu_1$  и  $\mu_2$  в главных членах совпадает с  $\mu_{10}$  и  $\mu_{20}$ .

Рассмотрим теперь систему уравнений (3). Раскроем производные по формулам (7).

$$\begin{cases} \rho a \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{(v-1) \gamma p u}{(u+a)r} + \frac{2a}{(a+u)\mu_2} \left[ \rho a \frac{\partial u}{\partial \xi_2} + \frac{\partial p}{\partial \xi_2} \right] = 0 \\ -a\rho \frac{\partial u}{\partial \xi_1} + \frac{\partial p}{\partial \xi_1} + \rho u \mu_1 \frac{\partial u}{\partial r} + \mu_1 \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{\mu_1}{\mu_2} \left[ a\rho \frac{\partial u}{\partial \xi_2} + \frac{\partial p}{\partial \xi_2} \right] \\ -\frac{\partial p}{\partial \xi_1} + a^2 \frac{\partial \rho}{\partial \xi_1} + \frac{\mu_1 u}{a} \frac{\partial \rho}{\partial r} - \mu_1 a u \frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \left[ \frac{\partial p}{\partial \xi_2} - a^2 \frac{\partial \rho}{\partial \xi_2} \right] \end{cases} \quad (8)$$



Подставляя (5) в (8) и группируя слагаемые, получим систему уравнений в частных производных, решая которую будем иметь:

$$\alpha_{10} = \omega_{10} = \beta_{10} = \alpha_{21} = \omega_{21} = \beta_{21} = \omega_{20} = \alpha_{32} = \omega_{32} = \beta_{32} = 0, C_{\Psi_{21}} = C_{\psi_{21}} = C_{\Psi_{10}} = C_{\psi_{10}} = 0;$$

$$\beta_{20} = -\frac{a_0^2 - 3}{2a_0^4} F_{10} f_{10}, \quad \alpha_{31} = -\frac{a_0^4 + 11}{16a_0^4} F_{10} f_{10}^2, \quad \omega_{31} = \frac{a_0^4 + 11}{16a_0^5} F_{10} f_{10}^2,$$

$$\beta_{31} = -\frac{a_0^4 + 11}{16a_0^6} F_{10} f_{10}^2;$$

Таким образом, асимптотическое решение системы нелинейных уравнений описывающих неустановившееся движения идеального газа с цилиндрической симметрией в пределах первых пяти членов будет иметь вид

$$\begin{aligned} p &= 1 + \frac{F_{10}(\xi_1) + f_{10}(\xi_2)}{\sqrt{r}} + \frac{F_{20}(\xi_1) + \alpha_{20}(\xi_1, \xi_2) + f_{20}(\xi_2)}{r} + (C_{F_{32}} + C_{f_{32}}) \frac{\ln^2 r}{r^{3/2}} + \\ &+ (F_{31}(\xi_1) + \alpha_{31}(\xi_1, \xi_2) + f_{31}(\xi_2)) \frac{\ln r}{r^{3/2}} + \dots \\ \rho &= 1 + \frac{1}{a_0^2} \frac{F_{10}(\xi_1) + f_{10}(\xi_2)}{\sqrt{r}} + \frac{\Psi_{20}(\xi_1) + \beta_{20}(\xi_1, \xi_2) + \psi_{20}(\xi_2)}{r} + (C_{\Psi_{32}} + C_{\psi_{32}}) \frac{\ln^2 r}{r^{3/2}} + \\ &+ (\Psi_{31}(\xi_1) + \beta_{31}(\xi_1, \xi_2) + \psi_{31}(\xi_2)) \frac{\ln r}{r^{3/2}} + \dots \\ u &= \frac{1}{a_0} \frac{F_{10}(\xi_1) - f_{10}(\xi_2)}{\sqrt{r}} + (C_{\Phi_{21}} + C_{\phi_{21}}) \frac{\ln r}{r} + \frac{\Phi_{20}(\xi_1) + \phi_{20}(\xi_2)}{r} - \\ &- \frac{3}{a_0} (C_{F_{32}} - C_{f_{32}}) \frac{\ln^2 r}{r^{3/2}} + (\Phi_{31}(\xi_1) + \omega_{31}(\xi_1, \xi_2) + \phi_{31}(\xi_2)) \frac{\ln r}{r^{3/2}} + \dots \end{aligned} \quad (9)$$

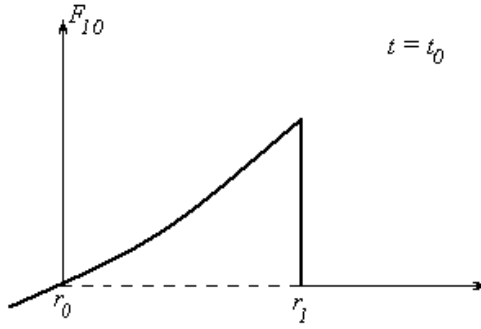
где выражения для  $F_{20}, f_{20}, \alpha_{20}, \dots$  и т.д. написаны выше. Это решение содержит в явном виде две произвольные функции и счетный набор произвольных постоянных.

## 2. Скорость убывания интенсивности ударных волн.

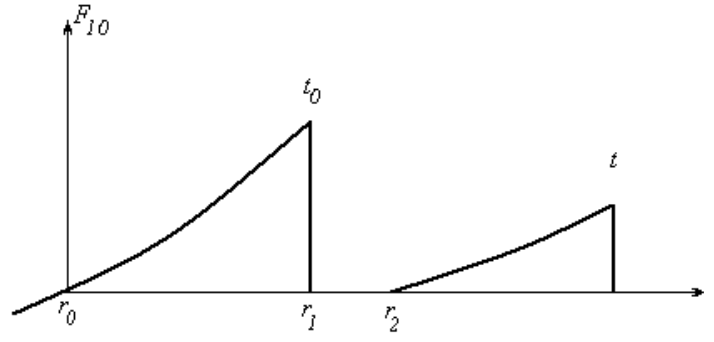
Применим полученное решение к ударным волнам. Введем в рассмотрение, например, скорость движения переднего фронта ударной волны как неизвестную пока функцию радиуса  $D(r)$ . Тогда вместе с тремя произвольными функциями (третья представляет собой счетный набор констант), имеющимися в решении, будем иметь четыре произвольные функции и для них три произвольных соотношения на ударной волне. Задаваясь видом одной из них, например,  $F_{10}(\xi_1)$  - профилем волны идущей от центра, при помощи трех соотношений на ударной волне, определим вид остальных трех функций.

Будем предполагать, что скачок движется по невозмущенной среде, где  $p_0 = 1$ ,  $\rho_0 = 1$  и  $u_0 = 0$ .

Тогда условия Ренкина-Гюгонио будут иметь вид:



**Рис. 1** Профиль волны в момент времени  $t_0$ .



**Рис. 2** Изменение профиля волны со временем.

$$u^2 = \frac{1}{\rho} \Delta p \Delta \rho. \quad (10)$$

$$D^2 = \rho \frac{\Delta p}{\Delta \rho}. \quad (11)$$

$$\Delta p \Delta \rho + \frac{2}{a_0^2 - 1} (a_0^2 \Delta \rho - \Delta p) = 0. \quad (12)$$

Рассмотрим равенство (12). Подставляя в него выражения (9) и группируя слагаемые при степенях  $r$  и  $\ln r$ , получим условия для нахождения неизвестных постоянных в выражении (9).

Получим

$$C_{\Psi_{20}} = C_{\psi_{20}} = C_{\Phi_{21}} = C_{\phi_{21}} = C_{F_{32}} = C_{f_{32}} = C_{F_{31}} = C_{f_{31}} = C_{\Psi_{32}} = C_{\psi_{32}} = C_{\Psi_{31}} = C_{\psi_{31}} = 0.$$

Из (10) получим

$$f_{10}(\xi_2) = -\frac{a_0^2 + 1}{8a_0^2} F_{10}^2(\xi_1) \frac{1}{\sqrt{r}} - \frac{a_0^4 + 11}{96a_0^4} F_{10}^3(\xi_1) \frac{\ln r}{r} + O\left(\frac{1}{r}\right).$$

Из соотношения (11) получим:

$$D = a_0 \left( 1 + \frac{a_0^2 + 1}{4a_0^2} (F_{10}(\xi_1) + f_{10}(\xi_2)) \frac{1}{\sqrt{r}} \right) + O\left(\frac{1}{r}\right).$$

Исследование асимптотического поведения ударной волны будем производить при помощи равенства

$$\mu_1 d\xi_1 = dr - (a + u) dt. \quad (13)$$

На скачке справедливо соотношение  $\frac{dr}{dt} = D(r)$ , поэтому равенство (13)

можно переписать так:

$$\mu_1 d\xi_1 = \left[ 1 - \frac{a + u}{D} \right] dr. \quad (14)$$

Подставим в (14) вместо  $\mu_1$ ,  $-(a + u)$  и  $D^{-1}$  их выражения через ряды.

Из (13) получим дифференциальное уравнение верное на скачке

$$\frac{dF_{10}}{dr} \left[ \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \sqrt{r} + \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} F_{10} \ln r + \frac{\partial \xi_1}{\partial F_{10}} + \dots \right] = -\frac{a_0^2 + 1}{4a_0^2} F_{10} \frac{1}{\sqrt{r}} + \dots \quad (15)$$

Равенство (15) было бы уравнением для определения  $F_{10}(r)$  на скачке, если бы была известна производная  $\frac{\partial \xi_1}{\partial F_{10}}$ .

Эту производную можно вычислить, если считать заданным, например, профиль волны в фиксированный момент времени  $t_0$ . Это требование играет роль начальных условий задачи. Покажем это.

Профиль волны можно считать заданным, если известна функция  $F_{10}(r, t_0)$  (рис. 1).

Предположим, что

$$F_{10}(r_0, t_0) = 0, \quad \left[ \frac{\partial F_{10}(r, t)}{\partial r} \right]_{r=r_0, t=t_0} \neq 0.$$

И что  $F_{10}(r, t_0)$  разлагается в ряд Тейлора

$$F_{10}(r, t_0) = \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r_0, t_0} (r - r_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F_{10}}{\partial r^2} \Big|_{r_0, t_0} (r - r_0)^2 + \dots; \quad (16)$$

$$\frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{t_0} = \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r_0, t_0} + \frac{\partial^2 F_{10}}{\partial r^2} \Big|_{r_0, t_0} (r - r_0) + \dots; \quad (17)$$

Отсюда получим выражение  $r(F_{10})$

$$r - r_0 = \frac{1}{(\partial F_{10} / \partial r)_{r_0, t_0}} F_{10} - \frac{1}{2} \frac{(\partial^2 F_{10} / \partial r^2)_{r_0, t_0}}{(\partial F_{10} / \partial r)_{r_0, t_0}^3} F_{10}^2 + \dots \quad (18)$$

Также

$$\sqrt{r} = \sqrt{r_0} + \frac{1}{2\sqrt{r_0}} (r - r_0) - \frac{1}{8r_0^{3/2}} (r - r_0)^2 + \dots \quad (19)$$

$$\ln r = \ln r_0 + \frac{(r - r_0)}{r_0} - \frac{(r - r_0)^2}{2r_0^2} + \dots \quad (20)$$

В фиксированный момент времени  $t_0$   $dt = 0$  и (13) примет вид

$$\mu_1 d\xi_1 = dr.$$

или

$$\left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \sqrt{r} + \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} \frac{\partial F_{10}}{\partial r} F_{10}(r, t_0) \ln r + \frac{\partial \xi_1}{\partial r} + \dots = 1. \quad (21)$$

в момент времени  $t_0$ .

Из (21) получим

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial r} \Big|_{r, t_0} = 1 - \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r, t_0} \sqrt{r} - \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r, t_0} F_{10}(r, t_0) \ln r + \dots \quad (22)$$

Подставляя в (22) выражения (16-17) и (19-20) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi_1}{\partial r} \Big|_{r,t_0} &= \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r_0,t_0} \sqrt{r_0} \right] - \\ &- \left[ \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \left( \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r_0,t_0} \frac{1}{2\sqrt{r_0}} + \frac{\partial^2 F_{10}}{\partial r^2} \Big|_{r_0,t_0} \sqrt{r_0} \right) + \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} \left[ \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r,t_0} \right]^2 \ln r_0 \right] (r - r_0) + \dots \end{aligned} \quad (23)$$

Интегрируя (23) получим

$$\begin{aligned} \xi_1(r, t_0) &= \xi_0 + \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r_0,t_0} \sqrt{r_0} \right] (r - r_0) - \\ &- \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \left( \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r_0,t_0} \frac{1}{2\sqrt{r_0}} + \frac{\partial^2 F_{10}}{\partial r^2} \Big|_{r_0,t_0} \sqrt{r_0} \right) + \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} \left[ \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r,t_0} \right]^2 \ln r_0 \right] (r - r_0)^2 + \dots \end{aligned} \quad (24)$$

Подставив в (24) вместо разности  $(r - r_0)$  выражение (18), получим

$$\xi_1(F_{10}) = \xi_0 + \chi_1 F_{10} + \frac{1}{2} \chi_2 F_{10}^2 + \dots,$$

где

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \frac{1}{(\partial F_{10} / \partial r)_{r_0,t_0}} - \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \sqrt{r_0}; \\ \chi_2 &= - \frac{(\partial^2 F_{10} / \partial r^2)_{r_0,t_0}}{(\partial F_{10} / \partial r)_{r_0,t_0}^3} - \frac{\left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right)}{2\sqrt{r_0}} \frac{1}{(\partial F_{10} / \partial r)_{r_0,t_0}} - \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} \ln r_0. \end{aligned}$$

Зависимость  $\xi_1(F_{10})$  не меняется с течением времени. Значит, в любой момент времени и для любого радиуса

$$\frac{d\xi_1}{dF_{10}} = \chi_1 + \chi_2 F_{10} + \dots \quad (25)$$

Подставляя выражение (25) в (15), получим уравнение для определения  $F_{10}(r)$  на скачке

$$\frac{dF_{10}}{dr} \left[ \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \sqrt{r} + \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} F_{10} \ln r + \chi_1 + \chi_2 F_{10} + \dots \right] = - \frac{a_0^2 + 1}{4a_0^2} F_{10} \frac{1}{\sqrt{r}} + \dots \quad (26)$$

Решение данного уравнения можно искать в виде

$$F_{10}(r) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{ki} r^{-k/4} \ln^i r, \quad i < \frac{k}{2}. \quad (27)$$

Подставляя (27) в (26) и группируя слагаемые, получим  $F_{10}(r)$  на скачке

$$F_{10}(r) = \frac{C_0}{r^{1/4}} - \frac{C_0}{2} \frac{\chi_1}{1 + 1/a_0^2} \frac{1}{r^{3/4}} - \frac{C_0^2}{12} \frac{a_0^4 + 11}{a_0^4} \frac{1}{1 + 1/a_0^2} \frac{\ln r}{r} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots \quad (28)$$

где  $C_0$  - произвольная постоянная, а  $\varepsilon_1 \sim \frac{1}{r}$  и  $\varepsilon_2 \sim \frac{1}{r^{5/4}}$ .

Теперь, подставляя (28) в (9), получим асимптотические законы затухания ударных волн с цилиндрической симметрией, движущихся по невозмущенному идеальному газу.

$$\begin{cases} p = 1 + \frac{C_0}{r^{3/4}} - \frac{C_0}{2} \frac{\chi_1}{1+1/a_0^2} \frac{1}{r^{5/4}} - \frac{C_0^2 a_0^4 + 11}{12} \frac{1}{a_0^4} \frac{1}{1+1/a_0^2} \frac{\ln r}{r^{3/2}} + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \dots \\ \rho = 1 + \frac{1}{a_0^2} \frac{C_0}{r^{3/4}} - \frac{C_0}{2} \frac{1}{a_0^2} \frac{\chi_1}{1+1/a_0^2} \frac{1}{r^{5/4}} - \frac{C_0^2 a_0^4 + 11}{12} \frac{1}{a_0^6} \frac{1}{1+1/a_0^2} \frac{\ln r}{r^{3/2}} + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \dots \\ u = \frac{1}{a_0} \frac{C_0}{r^{3/4}} - \frac{C_0}{2} \frac{1}{a_0} \frac{\chi_1}{1+1/a_0^2} \frac{1}{r^{5/4}} - \frac{C_0^2 a_0^4 + 11}{12} \frac{1}{a_0^5} \frac{1}{1+1/a_0^2} \frac{\ln r}{r^{3/2}} + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \dots \end{cases}$$

где невычисленные порядки  $\varepsilon_3 \sim \frac{1}{r^{3/2}}$ ,  $\varepsilon_4 \sim \frac{1}{r^{7/4}}$ , а постоянная  $C_0$  определяется из начальных условий.

Отметим, что первые члены разложения сохраняют свой вид, а следующий за ними член пропорционален  $\frac{\ln r}{r^{3/2}}$ , а не  $\frac{1}{r^{3/2}}$  как предполагалось ранее [8].

### 3. Законы изменения профиля ударной волны.

Теперь рассмотрим задачу о профиле волны в фиксированный момент времени. Подставив (25) в (21) получим следующее уравнение для определения формы волны в любой момент времени:

$$\frac{dF_{10}}{dr} \left[ \left( 1 + \frac{1}{a_0^2} \right) \sqrt{r} + \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} F_{10} \ln r + \chi_1 + \chi_2 F_{10} + \dots \right] = 1. \quad (29)$$

Предположим (см. рис 2), что в произвольный момент времени  $t_2$  существует точка, в которой функция  $F_{10}(r_2, t_2) = 0$  и в окрестности  $r = r_2$  разлагается по степеням  $(r - r_2)$  в ряд

$$F_{10}(r, t_2) = \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r_2, t_2} (r - r_2) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F_{10}}{\partial r^2} \Big|_{r_2, t_2} (r - r_2)^2 + \dots \quad (30)$$

В самой точке  $r_2$  имеет место  $p = 1$ ,  $\rho = 1$ ,  $u = 0$ .

Подставляя (29) в (30), получим

$$\frac{\partial F_{10}}{\partial r} \Big|_{r_2, t_2} = \frac{1}{\left( 1 + 1/a_0^2 \right) \sqrt{r_2} + \chi_1}; \quad (31)$$

$$\frac{\partial^2 F_{10}}{\partial r^2} \Big|_{r_2, t_2} = -\frac{1}{2} \frac{\left( 1 + 1/a_0^2 \right)^2 + 2\chi_2 + \left( 1 + 1/a_0^2 \right) \chi_1 \frac{1}{\sqrt{r_2}} + \frac{a_0^4 + 11}{4a_0^4} \ln r_2}{\left[ \left( 1 + 1/a_0^2 \right) \sqrt{r_2} + \chi_1 \right]^3}. \quad (32)$$

Подставим (31) и (32) в (9), предварительно продифференцированное по  $r$ . Получим

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} = \frac{1}{\sqrt{r_2}} \frac{1}{(1+1/a_0^2)\sqrt{r_2} + \chi_1} + O\left(\frac{1}{r_2^2}\right); \quad (33)$$

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} = \frac{1}{a_0^2} \frac{1}{\sqrt{r_2}} \frac{1}{(1+1/a_0^2)\sqrt{r_2} + \chi_1} + O\left(\frac{1}{r_2^2}\right); \quad (34)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} = \frac{1}{a_0} \frac{1}{\sqrt{r_2}} \frac{1}{(1+1/a_0^2)\sqrt{r_2} + \chi_1} + O\left(\frac{1}{r_2^2}\right); \quad (35)$$

$$\left. \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right|_{r_2, t_2} = \left. \frac{\partial^2 F_{10}}{\partial r^2} \right|_{r_2, t_2} \frac{1}{\sqrt{r_2}} - \left. \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} \frac{1}{r_2^{3/2}} + \frac{a_0^2 - 7}{4a_0^2} \left[ \left. \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} \right]^2 \frac{1}{r_2} + o\left(\frac{1}{r_2^2}\right); \quad (36)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} \right|_{r_2, t_2} = \frac{1}{a_0^2} \left[ \left. \frac{\partial^2 F_{10}}{\partial r^2} \right|_{r_2, t_2} \frac{1}{\sqrt{r_2}} - \left. \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} \frac{1}{r_2^{3/2}} \right] - \frac{3a_0^2 + 3}{4a_0^4} \left[ \left. \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} \right]^2 \frac{1}{r_2} + o\left(\frac{1}{r_2^2}\right); \quad (37)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right|_{r_2, t_2} = \frac{1}{a_0} \left[ \left. \frac{\partial^2 F_{10}}{\partial r^2} \right|_{r_2, t_2} \frac{1}{\sqrt{r_2}} - \left. \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} \frac{1}{r_2^{3/2}} \right] - \frac{3a_0^2 + 11}{4a_0^3} \left[ \left. \frac{\partial F_{10}}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} \right]^2 \frac{1}{r_2} + o\left(\frac{1}{r_2^2}\right); \quad (38)$$

Подставляя (33-38) в формулы

$$\begin{cases} p(r, t_2) = 1 + \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} (r - r_2) + \left. \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right|_{r_2, t_2} (r - r_2)^2 + \dots \\ \rho(r, t_2) = 1 + \left. \frac{\partial \rho}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} (r - r_2) + \left. \frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} \right|_{r_2, t_2} (r - r_2)^2 + \dots \\ u(r, t_2) = \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r_2, t_2} (r - r_2) + \left. \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right|_{r_2, t_2} (r - r_2)^2 + \dots \end{cases}$$

получим асимптотические формулы профиля ударной волны в некоторый фиксированный момент времени  $t_2$ .

Формулы (33-38) уточняют результаты работы [8].

### Заключение.

В данной работе были уточнены законы затухания и изменения профиля ударных волн с цилиндрической симметрией. Были найдены новые члены для асимптотических разложений для параметров на фронте ударной волны. Стоит отметить, что исследование более высокой точности требует учета энтропийных волн, что порождает большие математические трудности.

Благодарю научного руководителя проф. Асланова С.К. за внимание к работе, а также проф. Калинин В.В. за обсуждение и сделанные замечания.

### Литература:

1. *Crussard L.* Compt. Rend. 1913, 156, 447, 661.
2. *Шмушкевич И.М.* Затухание плоских ударных волн малой амплитуды. // Журнал технической физики. – 1938. – Т.8, №. 24. – С.2168-2174.

3. *Ландау Л. Д.* Об ударных волнах на значительных расстояниях от места их возникновения. // Прикладная математика и механика. – 1945. – Т.9, №. 4. – С.96-103.
4. *Sakurai A.* On propagation and structure of the blast wave. // Journ. Phys. Soc. Japan. – 1953. – Vol. 8, №5; 1954 – Vol. 9, №2.
5. *Христианович С. А.* Ударные волны на значительном расстоянии от места взрыва. // Прикладная математика и механика. – 1956. – Т.20, №. 5. – С.599-605.
6. *Седов Л. И.* Распространение сильных взрывных волн. // Доклады Академии Наук СССР. – 1946. – Т. 42, №1; Прикладная математика и механика. – 1946 – Т. 10, вып. 2
7. *Якимов Ю.Л.* Об асимптотических решениях уравнений одномерного неустановившегося движения идеального газа и об асимптотических законах затухания ударных волн. // Прикладная математика и механика. – 1955. – Т.19, № 6. – С.681-692.
8. *Шефтер Г.М.* Асимптотическое решение уравнений одномерного неустановившегося движения идеального газа с цилиндрической симметрией // Доклады Академии Наук СССР. – 1957. – Т. 116, №4. – С. 572-575.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика.– М: Наука, 1986. – 733 с.

***Кононов О.О.***

**Асимптотичні закони затухання ударних хвиль з циліндричною симетрією.**

АНОТАЦІЯ

*Розглядається питання про загасання ударних хвиль із циліндричною симетрією. Зокрема, використовуючи метод, запропонований у роботах Седова та Якімова знайдені нові члени відомих асимптотичних розкладань і уточнені закони зміни профілю ударної хвилі.*

***Kononov A.A.***

**Asymptotic laws of attenuation of shock waves with cylindrical symmetry.**

SUMMARY

*The article deals with the attenuation of shock waves with cylindrical symmetry. In particular, using the method, proposed by Sedov and Yakimov, new members of known asymptotic expansions are found and the laws of profile change of the shock wave are improved.*

**Кузнецов А. А.**

*Владимирский государственный университет.  
Россия, г. Владимир, ул. Горького 87.*

## **Экспериментальное исследование формирования пламенного шароида и его эволюции в вихревое кольцо в свободной атмосфере**

*При работе установки метеотрон III в факельном режиме импульсного генератора топлива при разогретой спирали теплообменника в свободной атмосфере создается пламенный шароид объемом до  $50 \text{ м}^3$  и временем жизни до 2 с с последующей эволюцией в вихревое кольцо с положительной плавучестью до 100 м. Определена роль конвекции при трансформациях и предложена модель эволюции.*

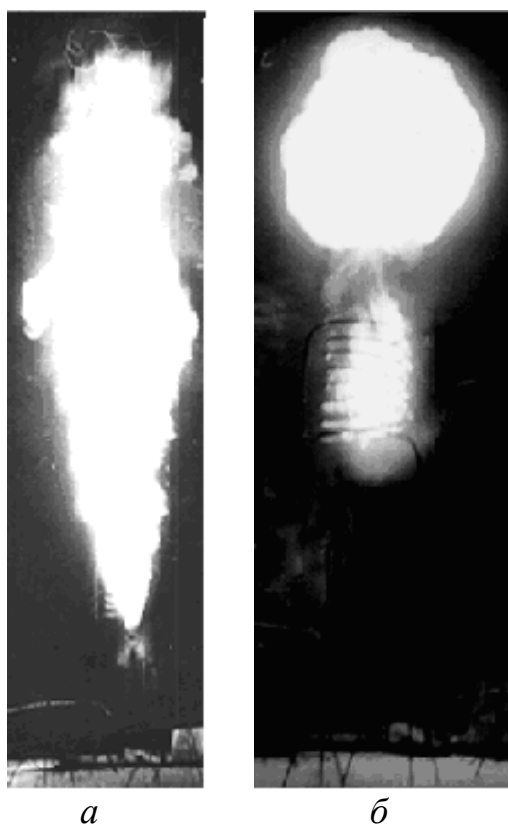
Исследование распространения пламени по двухфазной системе представляет существенный интерес для теории горения, так как механизм горения в большом не ограниченном объеме горючих газов и паров при атмосферном давлении осложняется влиянием свободной конвекции [1]. Для выяснения ее роли в механизме горения, условий возникновения и влияния ее развития на процессы распространения пламени в свободном пространстве при атмосферном давлении и в быстрогорящих смесях требуются их значительные объемы. Работа на установке метеотрон III в импульсном режиме подачи топлива [2, 3] позволяет создавать большие облака холодных топливовоздушных и нагретых паро-топливовоздушных смесей объемом более  $50 \text{ м}^3$  не контактирующих с поверхностью земли. При факельном зажигании снизу таких облаков образуется пламенный шароид со сложной внутренней динамической структурой объемного горения.

**Цель работы** – определение роли конвекции при формировании пламенного шароида и его эволюции в вихревое кольцо.

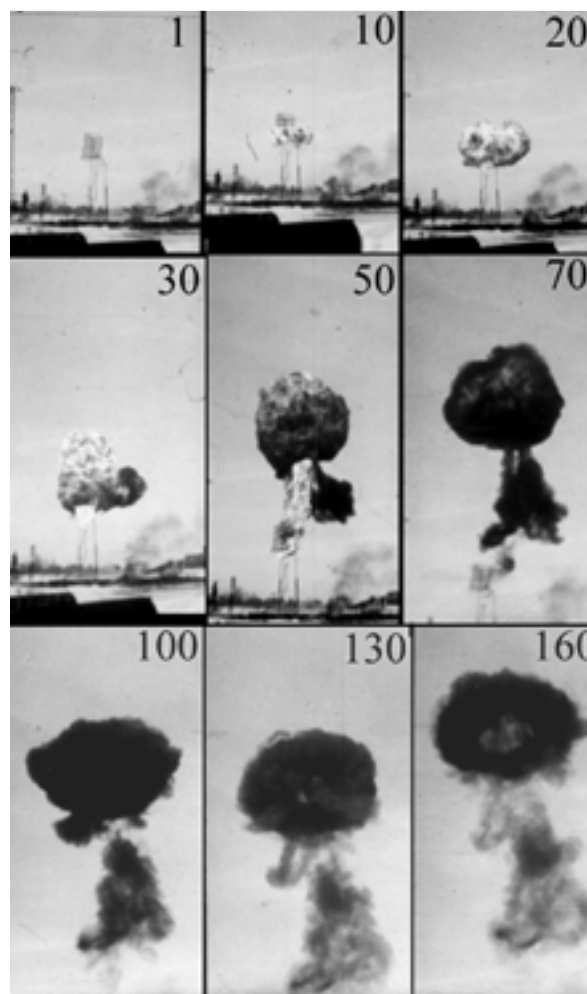
### **1. Методика эксперимента.**

Установка метеотрон III может работать в «холодном» режиме непрерывного и импульсного аэрозольного генератора топливовоздушной смеси и в факельном режиме непрерывного, переменного и импульсного генератора нагретой струи, пламенных шароидов (ПШ) и вихревых колец (ВК) в свободной атмосфере [2 – 4]. Работа в режиме импульсного генератора в обоих случаях может производиться на холодном или перегретом топливе. Агрегатное состояние топлива ТС-1 задается временем предварительного прогрева теплообменника при работе в факельном режиме непрерывного генератора нагретой струи. Кроме этого, состав, динамическую структуру, размеры, задымленность можно варьировать в широких пределах изменением характеристик форсуночного узла [3]. При непрерывной подаче топлива с постоянным давлением на форсунке в свободной атмосфере создается факел пламени с осевой симметрией (рис. 1, а).





*Рис. 1. Компьютерная версия фотографий работы установки в факельных режимах непрерывной (а) и в импульсной (б) подачи топлива на форсунку. Экспозиция в ночное время*



*Рис. 2. Компьютерная версия кадров кинограммы одного опыта. Цифры на кадрах обозначают их номера. Высота установки 5 м (кадр 1, 1/24 с)*

Если топливо подавать на вход форсунки с ц/б шнеком импульсом давления, то получится ПШ (рис. 1, б) с последующей эволюцией в вихревое кольцо [4]. Эксперименты по производству всплывающих термиком в формах ПШ и ВК проводились при атмосферном давлении и температуре окружающего воздуха от  $-20^{\circ}\text{C}$  до  $+20^{\circ}\text{C}$  в полевых условиях. Всплывание ПШ определялось перемещением геометрического центра плоской фигуры на кадрах кинограммы (рис. 2) во времени и относительно форсунки.

## **2. Результаты эксперимента.**

На кадрах кинограммы (рис. 2) показаны основные последовательные стадии организации, развития ПШ и его эволюции в ВК. При факельном воспламенении от среза форсунки нагретой паро-топливовоздушной смеси топливной головки, аккумулированной задержкой воспламенения, организуется огненный тор (первовихрь), фиксируемый в пространстве местоположением топливной головки (рис. 1, 10 – 20). При воспламенении топливной вихревой пелены по периферии топливной головки направление воспламенения не является опреде-

ляющим [1, 2]. Радиальное распределение пламени объясняется симметричным распределением размера капель относительно оси топливной струи, вертикальным топливным импульсом и ускоренным конвективным движением воспламененного объема. Вовлечение окружающего воздуха происходит благодаря двум процессам переноса: внутреннего трения и термодиффузии. При радиальном расширении объема возникает разрежение в приосевой области выходного сечения форсунки. Воздух снизу устремляется в эту область. Находящиеся здесь наиболее мелкие капли топлива быстрее прогреваются, вскипают и воспламеняются [2]. Скорость конвективного подъема в приосевой области сильно возрастает.

Вторая стадия образования ПШ начинается с организации участка вертикальной факельной струи и завершается образованием факельной головки (ФГ). На этой стадии при наличии бокового ветра легко определяется направление закрутки, определяющее экваториальное движение в торе. На кинограмме отчетливо фиксируется момент рождения бокового протуберанца № 1 (рис. 2, 20 – 30) при наличии бокового ветра. При направлении ветра «на нас» направление закрутки при взгляде от поверхности определено «по часовой стрелки». Это видно также при сравнении кадров 30 и 50. Вся динамическая система ПШ вместе с колонкой огневой связи (КОС) вращается в направлении начальной закрутки «по часовой стрелке» со скоростью около  $0,8 \pi, \text{с}^{-1}$ . Факельная струя при своем вертикальном развитии увлекает за собой гаснущий огненный тор, захватывая его в зону пониженного давления и поддерживая в нем циркуляционное движение (рис. 2, 50). Объем огненного тора организован горением наиболее крупных частиц топлива с периферии топливной струи, поэтому он наиболее сильно задымлен сажевыми частицами (массивен).

ПШ имеет некоторое время выраженную макроструктуру по вертикали, состоящую из двух частей: ФГ с ячеистым горением и «подставки» в форме сажевого тора с характерной и согласованной внутренней динамикой в форме развитой циркуляции. Наличие циркуляции объясняет отсутствие конвекционных ячеек снизу ФГ. Видно (рис. 2, 30), что подъем ФГ начинается не сразу при воспламенении, пробитием струей нагретых продуктов горения топливной головки. Сначала формируется факельная головка, а подъем начинается через  $\sim 1,5 \text{ с}$ . В этот момент времени диаметр ФГ составляет 3 м. Скорость подъема ПШ плавно возрастает и достигает величины 11 – 12 м/с, а затем - замедляется. При этом диаметр ПШ непрерывно растет (рис. 3).

По кинограмме рис. 2 построены графики функции эквивалентного диаметра плоской фигуры  $D_{\text{экв}}(n)$  и оценки скорости ее подъема  $v(n)$  от номера кадра  $n$  (рис. 3). Видимую скорость распространения пламени можно оценить по отношению приращения радиуса сферического пламени на двух соседних кадрах ко времени между их экспозициями:  $u = \Delta D_{\text{экв}} / (2\Delta r)$  [1]. По данным рис. 3 эта скорость первую секунду после воспламенения постоянна и равна 3 м/с, в течение второй секунды она близка к нулю, на третьей секунде она вновь растет до 1,5 м/с. Однако, надо иметь в виду, что на третьей секунде огневой связи с источником уже нет. При этом диаметр ПШ определяется по сильно задым-

ленному контуру. Поэтому его рост не связан со скоростью распространения пламени, а определен другими причинами.

От момента зажигания до формирования динамической структуры вихревого кольца происходит несколько качественных трансформаций промежуточных динамических макроструктур. Их алгоритмическую последовательность можно условно обозначить по кадрам (рис. 2): (1 – 10) – топливная головка, (10 – 20) – воспламенение топливной головки с организацией первовихря, (20 – 30) – формирование ФГ, (30 – 70) – формирование ПШ с выбросом большого протуберанца № 1 (см. рис. 1, б), (70 – 100) – эволюция ПШ в ВК, (100 и далее) – формирование ВК, начинающееся с выброса малого протуберанца № 2. Первые три динамические структуры поддерживают связь с источником. При формировании ПШ исчезает КОС, и последующие динамические структуры теряют огневую связь с источником и становятся автономными. Плавуемость первых структур постоянно восполняется, а область плавуемости непрерывна между источником и рассматриваемым уровнем, поэтому они по определению [5] относятся к плавающим струям. Плавуемость обеих автономных структур заключена в ограниченном объеме, потерявшим связь с источником, поэтому они по определению [6] являются термиками. Однако по более позднему определению термика [7] потеря связи ПШ с источником не обязательна.

Сформированная структура ПШ имеет три выраженные динамические составляющие: первовихрь, факельная головка и связующая их кольцевая область. Каждая из них характеризуется собственной вихревой структурой. Первые две составляющие характеризуются крупномасштабной турбулентностью, а последняя – мелкомасштабной.

### **3. Обсуждение результатов эксперимента.**

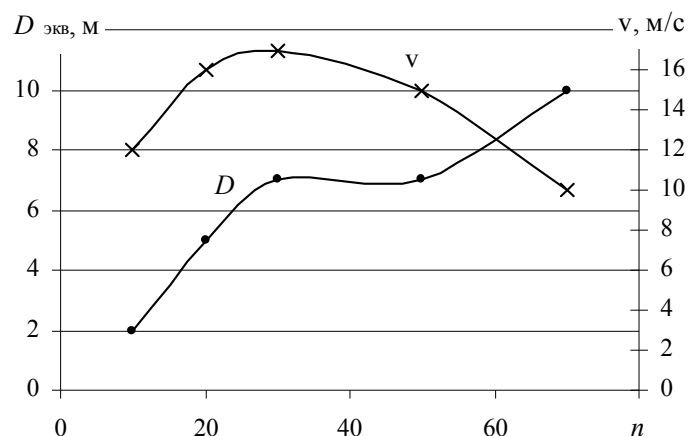
В объеме ФГ при его формировании развиваются дискретные когерентные вихреобразования сложной структуры, проявляющиеся на поверхности в форме распределенной ячеистой структуры. Как известно неустойчивость Бенара возникает в поле тяготения в горизонтальном слое жидкости с вертикальным градиентом температуры. Автор полагает, что неустойчивость Бенара (см. рис. 2, 20 – 70) возникает в поле тяготения в сферическом слое ПШ с радиальным градиентом температуры. При росте градиента температуры и достижении им порогового значения, стационарное состояние слоев становится неустойчивым. Скорость притока тепла в сферическом слое становится больше, чем скорость отвода тепла за счет теплопроводности горящей топливно-воздушной смеси. Система выбирает более эффективный для нее механизм передачи тепла с заданной скоростью – конвекцию. Конвективное движение жидкости организует внутри факельной головки радиальные конвективные ячейки с размерами, определяемыми скоростью теплопереноса. Каждая конвективная ячейка представляет собой свободное конвективное движение в форме вихря Релея – Бенара [8], в котором направление закрутки, как правило, случайное (по- или против-), если не обусловлено внешними стимулами. В нашем случае внешним стимулом на верхнем полюсе ФГ является осевой скоростной напор, поэтому резонно принять закрутку в первичной полюсной конвективной ячейке по на-

правлению «из центра – наружу». Визуально структура ячеистой поверхности подтверждает такой вывод. В таком случае конвективные ячейки представляют собой диссипативные структуры с заранее известным направлением вращения.

Горящая топливно-воздушная смесь, самоорганизуясь в шаровом слое в конвективные ячейки с размерами, определяемыми скоростью теплопереноса, интенсивно перемешивается, перемещаясь в радиальном направлении согласованно с почти одинаковыми скоростями. Наиболее охотно ячейки развиваются по вертикали и образуются в приосевой области верхней части поверхности ФГ. При вертикальном осевом поступлении в ФГ горячей топливно-воздушной смеси, подъеме и увеличении поверхности ФГ, сформированные ячейки смещаются относительно полюса по поверхности вниз в направлении к экваториальной области, уступая свое место организующимся новым ячейкам. При этом они ведут себя как устойчивые «жесткие» структурные элементы. Как известно, если две вихревые структуры в зоне контакта имеют одинаковые вектора скоростей, то они отталкиваются [3, 9]. Это обеспечивает тангенциальную упругость ФГ и ПШ. Нарождающиеся ячейки в приосевой области (область полюса ПШ) «расталкивают уже существующие и выходят на поверхность. Это продолжается все время существования ПШ. Предыдущие ячейки опускаются все ниже к экваториальной области в зону меньших температур и менее интенсивного теплообмена. Их присутствие становится необязательным для механизма теплообмена динамической макроструктуры ПШ.

Форма, размеры ячеек и их количество определены пороговым значением радиального градиента температуры и интенсивностью теплообмена в шаровом слое. При росте интенсивности теплообмена количество ячеек возрастает. Их взаимодействие (отталкивание) приводит к росту поверхности ФГ. При фиксированной интенсивности теплообмена в шаровом слое новые конвективные ячейки не образуются, а с ростом поверхности ФГ и ПШ их количество при этом убывает. Количество конвективных ячеек и их поперечный размер можно оценить по их проявлениям на поверхности ФГ и ПШ в интервале второй секунды наблюдений. В этом интервале количество ячеек практически постоянно (40 – 50), а диаметр меняется от 0.5 м на дальних меридианах до 1 м в экваториальной области. При росте диаметра ПШ увеличение размера конвективных ячеек во времени не сопровождается уменьшением их количества на поверхности. На рис. 2 видно, что при формировании факельной головки поверхностная плотность ячеек распределена неоднородно. Максимальная плотность ячеек приходится на приосевой шаровой слой ФГ с максимальным градиентом температуры.

При торможении с сопутствующим ростом диаметра ПШ радиальный градиент температуры резко падает, поверхностное распределение ячеек выравнивается. Когда пламенная структура зависает, теряя поступательную скорость перемещения (см. рис. 3), происходит заметная коллективная перестройка динамической структуры. Огневая связь центра ПШ с источником еще тормозит падение температуры в центре ПШ, сохраняя ячейковую структуру. При смещении конвективных ячеек к экваториальной области ПШ (и ниже), очевидно, резко меняются гравитационные условия их образования. Возникает вопрос о



**Рис. 3.** Изменение диаметра и скорости подъема плоской фигуры (по рис. 2) во времени (№ кадра  $n$ ).

возможности их существования или трансформации. Вихревая ячейка существует, пока существует хоть одна сколь угодно малая по сечению замкнутая сама на себя трубка тока. Вихревое кольцо, теряющее внутреннюю динамическую структуру (закрутку), превращается в дымовое кольцо [9]. Сильное задымление поверхности указывает на трансформацию конвективных ячеек в дымные кольца и, что процесс горения смещается к центру объема ПШ.

Возвратные течения в конвективных ячейках Релея-Бенара обеспечиваются вертикальным гравитационным полем. При их смещении к экватору ПШ они поворачиваются около центра ПШ так, что возвратное действие падает. Для сохранения возвратного течения они должны поворачиваться и в плоскости кадра. В таком случае они теряют связь с источником градиента температуры и принимают автономное движение. Форма овального цилиндра конвективной ячейки, теряя радиальный размер, сменяется сначала сферической формой (вихрь Хилла), а затем, при отсутствии экваториальной закрутки, вырождается в дымное кольцо (ДК). Макроструктура ПШ теряет радиальную «жесткость» и тангенциальную упругость. Форма ПШ меняется, расплываясь в радиальном направлении за счет задымления. Скоростной напор снизу превышает скорость подъема ПШ и деформирует его, поджимая вертикальный размер.

Увлекаясь циркуляционным движением, на определенном меридиане ниже кольцевой области ДК вступают в «чехарду» по направлению начальной закрутки. Оба типа движения, накладываясь, организуют вихревое макро-кольцо, как общее движение по замкнутой спирали – вихревой трубки тока (ВТТ) [4]. Таким образом, динамические диссипативные структуры в форме конвективных ячеек, образованные в сферическом слое ПШ, вырождаясь в ДК, формируют и поддерживают меридиональное и экваториальное движения при формировании кольцевой области под ПШ, как совокупности ВТТ.

### **Выводы.**

Приведенные экспериментальные факты и результаты анализа не противоречат ни предположению Л.Д. Ландау, ни экспериментальным результатом бо-

лее поздних исследований о формировании и развитии крупномасштабной турбулентности за счет мелкомасштабной [10, 11]. В рамках предложенной модели количество аккумулярованных ВТТ в кольцевой области с одной стороны определено плотностью конвективных ячеек на поверхности ПШ, или, точнее, слоев ячеек на поверхности ПШ. С другой стороны оно указывает на величину аккумулярованной энергии завихренности в кольцевой области, а, следовательно, предопределяет время жизни формируемого вихревого кольца при прочих равных условиях. Циркуляция вектора скорости по движущемуся контуру пропорциональна количеству охватываемых трубок в вихревом кольце.

### Литература:

1. *Иващенко П.Ф., Румянцев В.С.* Конвективный подъем и скорость распространения большого очага пламени // Физика горения и взрыва. – 1978. – Т. 14, № 3. – С. 87 – 90.
2. *Кузнецов А.А.* Экспериментальное исследование динамической структуры вертикального факела пламени при работе метеотрона Ш // Физика аэродисперсных систем. – 2008. – № 45. – С. 55 – 66.
3. *Кузнецов А.А., Конопасов Н.Г.* Экспериментальное моделирование факелов горящих газовых и нефтяных скважин. Тепловые установки метеотрон II и III // Инженерная физика. – 2008. № 3. – С. 20-24
4. *Кузнецов А.А., Конопасов Н.Г.* Экспериментальные исследования кольцевых вихрей продуктов сгорания в свободной атмосфере // Физика аэродисперсных систем. – 2005. – № 42. – С. 100 – 106.
5. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. Учеб. для вузов. – М.: Наука. 1987. – 840 с
6. *Тернер Дж.* Эффекты плавучести в жидкостях: пер. с англ. – М.: Мир. 1977. – 429 с.
7. *Скорер Р.* Аэрогидродинамика окружающей среды: пер. с англ. / под ред. *А. Я. Прессмана.* – М.: Мир. 1980. – 549 с.
8. *Милн-Томсон Л. М.* Теоретическая гидродинамика: пер. с англ. / под ред. *Н.Н. Моисеева.* – М.: Мир, 1964. – 656.
9. *Лэмб Г.* Гидродинамика: пер. с англ. / под ред. *Н.А. Слезкина.* – М.-Л.: ОГИЗ, 1947. – С. 929.с.
10. *Ландау Л. Д.* К проблеме турбулентности // Доклады АН СССР, Сер. Гидродинамика. 1944. – Т. 44, № 8. – С. 339 – 342.
11. *Самсонов В. П.* Самопроизвольные вихревые структуры в пламени. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. – 124 с.

**Кузнецов А. А.**

**Експериментальне дослідження формування полум'яного шароїда і його еволюції у вихрове кільце у вільній атмосфері**

**АНОТАЦІЯ**

*При роботі установки метеотрон III в факельному режимі імпульсного генератора палива при розігрітій спіралі теплообмінника у вільній атмосфері створюється полум'яний шароїд об'ємом до  $50 \text{ м}^3$  і часом життя до 2с з подальшою еволюцією у вихрове кільце з позитивною плавучістю до 100 м. Визначена роль конвекції при трансформаціях і запропонована модель еволюції.*

**Kuznetsov A.A.**

**Experimental research of formation ardent globe and its evolutions in a vortex ring in a free atmosphere**

**SUMMARY**

*At meteotron III installation work in a torch mode of the pulse fuel generator at heated heater spirals in a free atmosphere it is created ardent globe by volume up to  $50 \text{ m}^3$  and time of life up to 2 s with the subsequent evolution in a vortex ring with positive buoyancy up to 100 m. The convection role is determined at transformations and the evolution model is offered.*

*Драгуновский Н.Н., Собченко Т.А., Царенко А.П.*

*Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова*

### **Численный эксперимент для одного класса задач газовой динамики**

*Разработано и отлажено прикладное программное обеспечение, реализующее численный эксперимент по проблеме взрыва продуктов энерговыделения в некотором помещении, а также выполняющее компьютерную обработку его результатов.*

Представленная работа продолжает в данном научном сборнике публикацию [1], посвященную проблеме разработки программного обеспечения, реализующего численный эксперимент для пространственных нестационарных задач газовой динамики.

Очевидно, что результаты численного эксперимента можно считать основой для научных выводов или приемлемыми для экспертных оценок тогда, когда физико-математическая постановка задачи, положенная в основу этого эксперимента, адекватно отражает реалии исследуемого физического явления или процесса.

Если моделирование выполнено в рамках предположений, существенно упрощающих физические свойства рассматриваемых сред, или же допускается понижение пространственно-временной мерности задачи, то конечные результаты, полученные для таких моделей, могут носить только качественный, оценочный характер.

При этом определенные числовые данные могут оказаться вообще бесполезными и лишеными научной ценности, поскольку будут существенным образом отличаться от таковых, полученных ранее из натурального эксперимента.

Можно утверждать, что задачи пространственной нестационарной газовой динамики, в которых присутствуют многократные ударно-волновые взаимодействия с преградами, имеющими произвольную геометрическую форму и ориентацию в пространстве, не могут быть упрощены к двумерной модели. Кроме того, двумерная модель требует убедительного обоснования для предположения о малости разгрузки избыточного давления по одной из пространственных переменных по сравнению с остальными двумя. Открытым остается и вопрос о массе вещества, заключенного в «двумерном объеме» с продуктами энерговыделения, и содержащейся в нем энергии.

Для подтверждения вышесказанного была поставлена задача численного моделирования по проблеме разлета продуктов энерговыделения, занимающих некоторый первоначальный объем, расположенный внутри реального производственного или жилого помещения с заданными пространственными характеристиками.



Модель такого помещения, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда  $a_x \times a_y \times a_z$ , ребра которого ориентированы в направлении осей системы координат, включает толщину стен и перекрытий.

Каждая стена или перекрытие может содержать проемы (до 5 единиц на одну поверхность), которые моделируют окна и двери в помещении, или переходы между этажами в рамках многоярусных помещений.

В момент времени  $t = 0$  объем с покоящимися продуктами энерговыделения задается в форме эллипсоида (цилиндра или параллелепипеда), или его части (в случае примыкания объема к внутренней поверхности помещения), с определенными термодинамическими параметрами: давление, плотность и отношение теплоемкостей, характерными для исследуемого конкретного случая процесса энерговыделения.

Окружающая среда – атмосферный воздух в нормальных условиях, занимающий весь остальной объем внутри и вне помещения.

Модель области, в которой численным путем определяется решение указанной начально-краевой задачи, представляет собой прямоугольный параллелепипед, полностью «покрывающий» помещение. Таким образом к каждой из внешних поверхностей помещения примыкает слой покоящегося атмосферного воздуха заданной толщины. Эти слои обеспечивают во время численного эксперимента разгрузку ударно-волновых конфигураций во внешнее пространство через имеющиеся на стенах проемы.

Основной расчетный алгоритм построен по схеме Годунова [2] на равномерной и неподвижной Эйлеровой сетке. Разностная сетка строго ориентирована по ребрам расчетной области. Все геометрические размеры в задаче задаются в дециметрах (10 сантиметров). Таким образом максимальное значение для ребра кубической разностной ячейки устанавливается в 1 дм. Это дает, на наш взгляд, минимально возможное на сегодняшний день качество численного решения в рассматриваемом классе задач газовой динамики [3].

Здесь следует отметить, что уплотнение разностной сетки в 2 раза по каждому из пространственных направлений, повлечет общее увеличение вычислительных ресурсов в 16 раз (с учетом неминуемого уплотнения и по временной переменной в соответствии со схемой Годунова).

В связи со сказанным выше становится очевидной необходимостью предварительного анализа набора введенных данных с целью выяснения возможности их реализации в виде соответствующего численного эксперимента на конкретном компьютере.

Кроме того, сам объем вычислений может потребовать значительных затрат процессорного времени. Следовательно, при планировании численного эксперимента необходимо обеспечить возможность управления ходом самого вычислительного процесса с целью его ограничения или прерывания без потери накопленных результатов.

Нами выделены три параметра, которые дают исследователю информацию для принятия решения о завершении численного эксперимента: количество вы-

полненных шагов по времени; процессорное время, затраченное на вычисления; текущее время исследуемого физического явления (задачи).

Для реализации численного эксперимента по данной проблеме разработано прикладное программное обеспечение (ПО) – приложение **3D Vox** (рис. 1).

Презентация, полностью иллюстрирующая всю функциональность **3D Vox**, выложена по адресу: <http://www.mex.onu.edu.ua>.

Основная задача этого приложения – подготовка данных и выполнение собственно компьютерных вычислений.

Основным принципом, реализованным в рамках представленного программного обеспечения, была возможность выполнения на нем научно-технических действий любым подготовленным пользователем, имеющим представление о сути и целях численного эксперимента в данном классе задач.

Это, во-первых, убедительно доказывает факт реального существования заявленного ПО; во-вторых, позволяет оппонентам проводить собственные верификационные вычисления на этом ПО с целью подтверждения представляемых результатов и сравнения их с таковыми, но полученными из других источников.

Такой подход можно считать единственно корректным для научного сообщества, стремящегося понять физику процессов посредством анализа результатов компьютерных вычислений. Кроме того, это поможет установить определенные стандарты в правилах опубликования результатов, опирающихся на числовые данные, полученные с использованием некоммерческого ПО.



Рис.1. Основная форма приложения **3D Vox**.

Работа приложения **3D Vox**, как впрочем, и любой другой программы, заключается в принятии, обработке и сохранении числовых данных.

В соответствии с разработанной методикой [1,2] для обеспечения этих этапов каждый конкретный численный эксперимент оформляется в виде отдельного проекта, который содержит в себе совокупность служебных файлов и который представляет собой именованную папку в директории на жестком диске, выбранной пользователем.

Сохранив однажды данные по конкретному эксперименту в виде такого проекта, исследователь может не только вернуться к старому проекту и ознакомиться с его параметрами, но и внести какие-либо изменения и при необходимости сохранить проект с новыми данными под другим именем.

Никто не застрахован от ошибок, которые имеют место при вводе числовых данных в программу. Поэтому, с целью предотвращения попадания ошибочных данных в непосредственный счет, приложение **3D Vox** предоставляет исследователю ряд сервисов, визуализирующих вводимую информацию. Например, устанавливая размеры внешних слоев атмосферного воздуха, пользователь отслеживает их относительную длину по сравнению с размерами самого помещения.

Проемы, задаваемые на стенах и перекрытиях помещения, также отражаются на соответствующей форме. Здесь мы можем наблюдать не только их положение и относительные размеры, но и соизмерять их друг с другом.

Кроме того, один и тот же проем, установленный исследователем на конкретной стене или перекрытии, может иметь статус «активный» или «неактивный». Другими словами, если нам необходимо учесть разгрузку повышенного давления через проем во внешнее пространство – мы делаем его «активным». Если же нас интересует влияние этого проема на получаемый результат, то мы делаем его «неактивным», не удаляя из проекта остальные его параметры, и производим новый численный эксперимент.

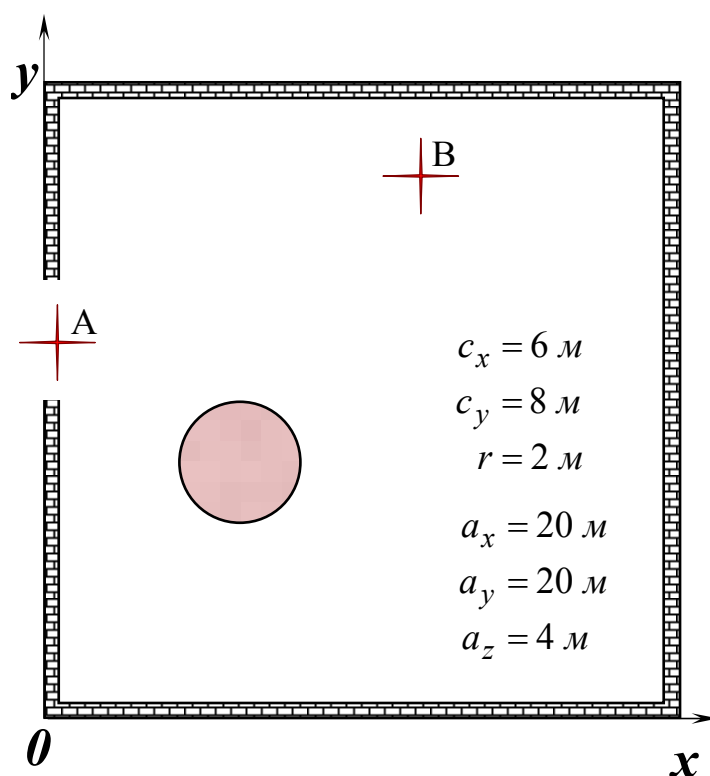
Перед тем как приступить к основному этапу – непосредственным вычислениям, исследователь может проанализировать весь набор введенной информации. Для этого ему предоставляется возможность визуально отследить распределение параметров по всем ячейкам расчетной области. Так, выбирая «контрольную точку», пользователь может увидеть распределение параметров в трех взаимно ортогональных плоскостях, проходящих через эту точку и параллельных координатным плоскостям. Различными цветами обозначены ячейки, относящиеся к : стенам помещения, продуктам энерговыделения, атмосферному воздуху. При этом, исследователь видит значения давления и плотности в контрольной точке, а также ее «статус».

Статус ячейки (на момент времени  $t = 0$ ) – это содержащееся в ней объемное количество (в процентах) продуктов энерговыделения. Дадим пояснение. Если в качестве объема с продуктами энерговыделения выбирается эллипсоид или цилиндр, то не представляется возможным в рамках прямоугольной разностной сетки точно вписать в нее криволинейную поверхность раздела между продуктами и атмосферным воздухом.

Нами разработан алгоритм, в соответствии с которым для каждой разностной ячейки определяется та часть ее объема (в процентах), которая относится к продуктам энерговыделения, остальная часть объема ячейки – атмосферный покоящийся воздух. После чего вычисляются средние значения давления и плотности для такой ячейки. Такой подход позволяет для численного эксперимента формировать начальные термодинамические параметры, не содержащие «ломаных» поверхностей раздела. При этом модель объема с продуктами энерговыделения в прямоугольных ячейках будет более качественно отражать кривизну задаваемых поверхностей раздела.

Исследование возможностей разработанного ПО проводилось на примере взрыва продуктов энерговыделения в форме цилиндра, имеющего радиус 2 м и расположенного в помещении с внутренними размерами  $20 \times 20 \times 4$  (м). Центр основания цилиндра размещался на внутренней поверхности нижнего перекрытия помещения в точке с координатами  $(c_x, c_y)$ , см. Рис. 2. Высота цилиндра (расстояние между его основаниями) изменялась в пределах  $1 \div 4$  м.

Единственный «оконный» проем задавался на стене помещения, совпадающей с координатной плоскостью  $0yz$ . Ширина проема составляла 4 м, а его



**Рис. 2.** Горизонтальное сечение помещения вдоль внутренней поверхности нижнего перекрытия:

$a_x, a_y, a_z$  – внутренние размеры помещения;

$c_x, c_y$  – координаты центра нижнего основания цилиндра;

$r$  – радиус основания цилиндра;

$A(0;12;0), B(12;18;0)$  – контрольные точки – «датчики».

удаленность от оси  $Oz$  составляла 10 м. Высота проема составляла от 1 до 4 метров, причем его вертикальное расположение также варьировалось.

Слой атмосферного воздуха, примыкающий к стене с проемом, составлял 8 метров в направлении оси  $Ox$  и имел площадь  $23 \times 7$  ( $m^2$ ) по плоскости  $Oyz$ .

Термодинамические параметры в продуктах энерговыделения и атмосферном воздухе задавались в соответствии с их значениями из [3].

Расчеты выполнялись на стандартном компьютере с одним процессором. Приложения разработаны в среде **MS® Visual Studio® 2008**, с использованием возможностей современного компилятора **Intel® Fortran** и преимуществ объектно-ориентированного программирования на **MS® Visual C# 2008**.

Время развития физического процесса в численном эксперименте ограничивалось 50 мс. Продолжительность вычислений для одного такого эксперимента составляла в среднем 600 минут. Объем данных, накопленных в ходе указанного численного эксперимента, составил ~35 ГБ пространства на жестком диске со стандартным интерфейсом АТА.

Сопоставление этих показателей со значениями, приведенными в [3], говорит о том, что предлагаемая нами трехмерная разностная реализация метода Годунова существенно превосходит двумерную реализацию в [3].

Так количество двумерных ячеек в [3] не превосходит **60 000**, а наш вариант содержал чуть больше **5 000 000** трехмерных ячеек, т.е. почти в **80** раз больше. Указанная же в [3] продолжительность вычислений всего в **2** раза меньше времени, затрачиваемого компьютером для нашего варианта.

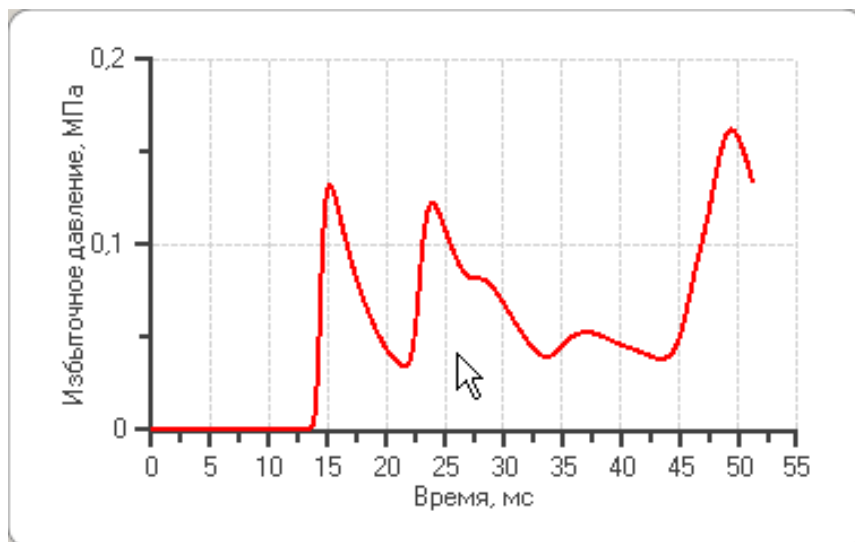
Объем данных, сохраняемых программой **3D Vox** и накопленных в ходе аналогичного численного эксперимента, отличается от указанного в [3] почти в **350** раз!

Очевидно, что для обработки таких файлов требуется специальное ПО и универсальные алгоритмы быстрого доступа к последовательно записанным данным. Такое ПО реализовано нами в виде приложения **Data Processing**, упоминавшегося в [1]. В его основу положен алгоритм интерполирования сплайнами дискретных функциональных зависимостей, который также является собственной разработкой авторов настоящей статьи.

В результате функционирования приложения **Data Processing** исследователь может за время, составляющее менее половины минуты, извлечь из данных численного эксперимента (файл с размером 35 ГБ) информацию о ходе газодинамического процесса в любой точке расчетной области и получить ее в уже обработанном виде. Речь идет не только о графике зависимости  $\Delta p(t)$ , но и количественных характеристиках всех выявленных фаз сжатия и разрежения, что имели место в данной точке пространства.

Универсальность приложения **Data Processing** заключается еще и в том, что оно предназначено для обработки данных, получаемых из численных расчетов по одномерным, двумерным и трехмерным нестационарным задачам.

Результаты численных экспериментов в данном классе задач (взрыв в замкнутом помещении) доказали безусловную необходимость использования именно трехмерных пространственных газодинамических моделей.

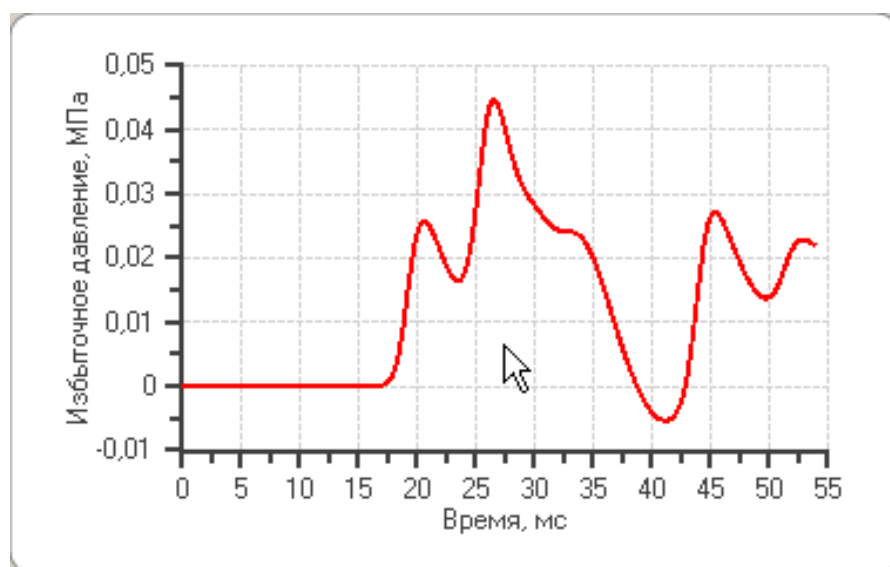


*Рис. 3. Избыточное давление в «датчике» В в соответствии с [3].*

Так в случае, если объем с продуктами энерговыделения и рассматриваемый проем (рис. 2) имеют протяженность по всей высоте помещения, то постановка задачи вырождается в «двумерную», поскольку решение задачи не будет зависеть от координаты  $z$ .

Именно такой расчет выполнен в [3] и с целью верификации реализован нами с помощью приложения **3D Vox** (рис. 3):

Если же ограничить высоту цилиндра и проема 1 метром, и расположить их на одном уровне, начиная от нижнего перекрытия, то решение задачи в точке В будет носить совершенно иной качественный и количественный характер



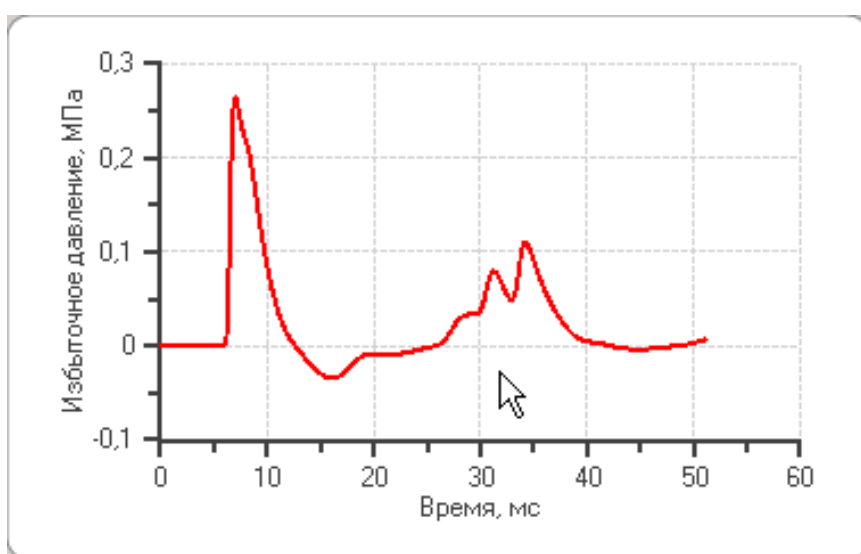
*Рис. 4. Избыточное давление в «датчике» В при высоте цилиндра и проема в 1 метр и расположенных на одном уровне; 3D-модель расчета.*

(рис. 4).

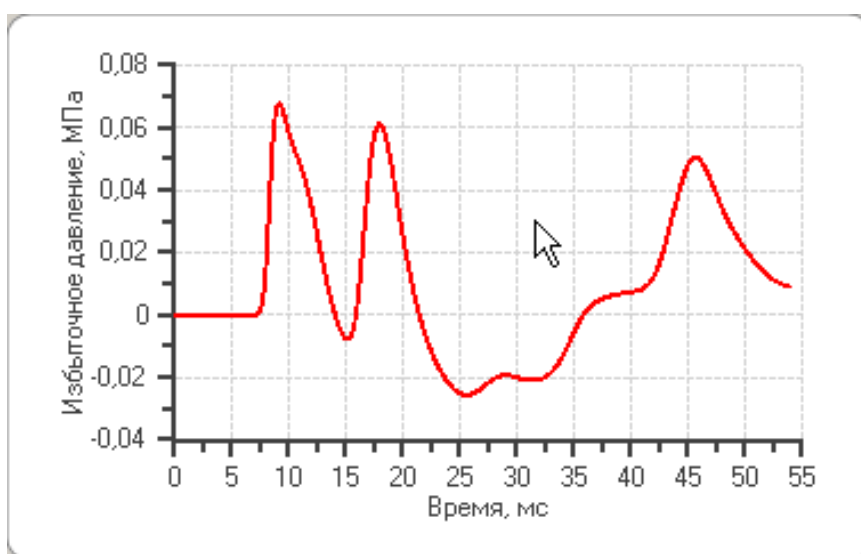
Высота помещения при этом остается изначальной – 4 метра, а верхнее и нижнее перекрытия непроницаемыми. Результат отчетливо демонстрирует влияние разгрузки давления по вертикали и присутствие отраженных волн сжатия от верхнего перекрытия. Фронт волны сжатия имеет гораздо меньшую интенсивность, вследствие чего приходит с «запаздыванием» в точку В.

Кроме того, в «датчике» В регистрируется фаза отрицательного избыточного давления ( $38 \leq t \leq 43$  мс), вообще отсутствующая на рис. 3. Дальнейший детальный анализ количественных отличий рассматриваемых решений, в виду их очевидности, на наш взгляд, не имеет смысла.

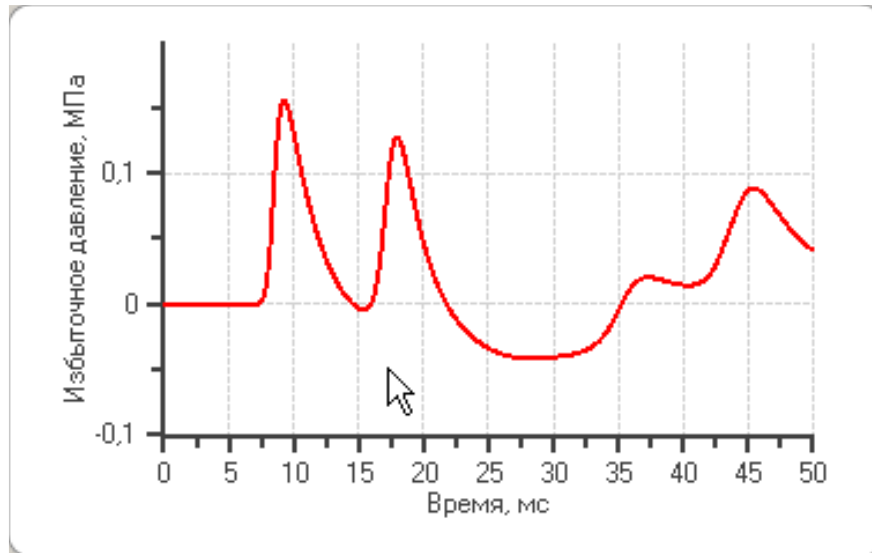
Отметим следующий момент, контрольная точка В и проем на стене находятся по разные стороны от продуктов энерговыделения. Поэтому влияние проема на решение в этой точке не столь существенно, как для «датчика» А.



*Рис. 5. Избыточное давление в «датчике» А в соответствии с [3].*



*Рис. 6. Избыточное давление в «датчике» А при высоте цилиндра и проема в 1 метр и расположенных на одном уровне; 3D-модель расчета.*



**Рис. 7.** Избыточное давление в «датчике» А при высоте цилиндра и проема в 1 метр и расположенных на разных уровнях; 3D-модель расчета.

На рис. 6 мы наблюдаем влияние конечной высоты проема на решение в точке А. Фронт ударной волны, отражаясь от части стены, расположенной над проемом, и от верхнего перекрытия, совершенно изменяет картину избыточного давления даже в самой нижней точке этого проема. Совершенно очевидно, что этот газодинамический эффект никаким образом не может быть воспроизведен моделью, предлагаемой в [3,4].

Также не может быть воспроизведен случай проема, расположенного по вертикали выше, чем продукты энерговыделения. Например, если проем разместить непосредственно под верхним перекрытием, не изменяя его высоты и ширины, а также положения по отношению к оси  $Oz$ , то в «датчике» А будет получено уже иное решение для избыточного давления  $\Delta p(t)$  (рис. 7).

Подводя итог представленному выше, можно признать несостоятельной модель газодинамики взрывной волны, предложенной в [3] для «... получения полной количественной информации о явлении и определения характеристик действия взрыва» для помещений.

Обнаруженная количественная разница между результатами [3] и полученными нами при реализации действительной трехмерной разностной схемы делает невозможным использование модели [3] «... для проведения соответствующих экспертных оценок», по крайней мере в данном классе задач нестационарной газодинамики.

В теории численных методов [5] дается определение неустранимой ошибки – погрешности физико-математической модели, которую никакими программными ухищрениями устранить невозможно.

В случаях [3,4] речь идет о допущенной неустранимой погрешности, касающейся качественного аспекта решаемой задачи. Увлечение иллюстрациями и манипулирование числовыми данными не сможет свести к минимуму указанную погрешность и улучшить качество конечного результата.



## **Выводы.**

Разработанные **Windows**–приложения позволяют на персональном компьютере проводить все этапы численного эксперимента по проблеме взрыва в помещении с целью получения экспертных оценок его последствий.

Настоящая работа выполнена на кафедре теоретической механики ОНУ имени И.И.Мечникова в рамках г/б НИР № 179 «Применение параллельных вычислений к проблеме численного моделирования процессов распространения детонационных и взрывных волн в трехмерном пространстве».

## **Литература:**

1. Драгуновский Н.Н. и др. Методика численного эксперимента для решения одного класса задач газовой динамики // Физика аэродисперсных систем. – 2009. – Вып. 46. – С. 123-132.
2. Асланов С.К., Царенко А.П., Драгуновский Н.Н. Математическое моделирование процесса воздействия взрывной волны на объекты // Вісник ОНУ. – 2003. – Т.8, вип. 2. Фіз.-мат. науки. – С. 156-162.
3. Гири́н А.Г., Абрамова А.В. Исследование динамики взрывных волн методами численного эксперимента // Физика аэродисперсных систем. – 2004. – Вып. 41. – С. 249-264.
4. Гири́н А.Г., Копыт Н.Х. Газодинамические эффекты взрыва в помещении // Сб. «Современные проблемы химической и радиационной физики». – М.: Черногoлoвка: ОИХФ РАН, 2009. – С. 107–110.
5. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1973. – 631 с.

***Драгуновський М.М., Собченко Т.О., Царенко О.П.***

## **Чисельний експеримент для одного класу задач газової динаміки**

### **АНОТАЦІЯ**

*Розроблено та відпрацьовано прикладне програмне забезпечення, що реалізує чисельний експеримент з проблеми вибуху продуктів енерговиділення у деякому приміщенні, та що здійснює комп'ютерну обробку його результатів.*

***Dragunovsky N.N., Sobchenko T.A., Tsarenko A.P.***

## **Numerical experiment for one class of tasks of gas dynamics**

### **SUMMARY**

*Developed and debugged application software, realizing a numerical experiment on the problems of explosive in premises and producing computer treatment of his results.*

УДК 633.9

*Михайловская Л.В. \*, Михайловская А.С. \*\**

*\*Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова,  
65082, Одесса, Украина*

*\*\*Ruhr-Universität Bochum, 44780 Bochum, Germany  
E-mail: [lidam@onu.edu.ua](mailto:lidam@onu.edu.ua)*

### **Влияние энергии, выделяемой на стенках газоразрядных трубок, на температуру газа в положительном столбе тлеющего разряда**

*Проведены расчеты пространственного распределения температуры газа в положительном столбе тлеющего разряда с учетом как объемных, так и поверхностных источников тепла. Анализируется поведение температуры газа в зависимости от внешних заданных параметров разряда в случае диффузионного режима горения разряда. Установлен экстремальный характер поведения газовой температуры при изменении давления газа. Определены условия применимости проделанных численных расчетов.*

#### **Введение.**

В настоящее время газовый разряд используется не только в газоразрядных источниках света, индикаторных приборах, для накачки активных сред газовых лазеров, но является одним из основных составляющих работы плазменных дисплеев [1,2]. Во всех этих приложениях и технологиях требуется стабильность и устойчивость внутренних параметров разряда при заданных внешних параметрах. До сих пор при исследовании внутренних параметров положительного столба тлеющего разряда в газоразрядных средах основное внимание уделяется изучению влияния тока разряда, давления газа и внутреннего радиуса разрядного капилляра на величину напряженности продольного электрического поля, на концентрацию электронов, а также на значение электронной температуры [3 – 5]. Особенности же теплового режима разряда в газоразрядных трубках недостаточно исследованы. Роль температуры рабочего газа теоретически и экспериментально исследована только в процессах перегревной неустойчивости [1]. При этом предполагается, что температура газа в стационарном режиме горения разряда определяется объемным энерговыделением в плазме, теплопроводностью газовой смеси и теплопередачей на поверхности трубки. И потому является как бы известной характеристикой, определяемой током разряда и напряженностью продольного поля в положительном столбе. А продольное поле определяется только электронной температурой, связанной с неупругими потерями энергии электронов среде, и не зависит от температуры газа [3, 4]. На

самом же деле, все макроскопические характеристики рабочей среды, такие, как подвижности электронов и ионов, коэффициенты диффузии, дрейфовая скорость электронов зависят от температуры газа непосредственно и через зависимость плотности нейтральных атомов от температуры через эффекты вытеснения газа в балластные объемы при нагреве газа.

В работе [6] были смоделированы физические процессы в стационарном газовом разряде с учетом полной температурной зависимости макроскопических характеристик рабочей среды газового разряда. В результате была получена замкнутая система уравнений для определения внутренних параметров газового разряда, таких как напряженность продольного электрического поля, электронной температуры и температуры рабочего газа в зависимости от величины тока разряда, давления газа и размера радиуса рабочего капилляра, а также от температуры наружных стенок газоразрядной трубки. Эта система включает уравнение баланса энергии электронов в положительном столбе, уравнение баланса числа заряженных частиц и уравнение баланса энергии нейтральных атомов. В работах [7-9] было проведено уточнение выражения для потерь энергии электронов. А именно, в этой системе уравнений были учтены потери энергии электронов на поддержание амбиполярного поля в плазме и на образование защитного пристеночного слоя объемного заряда.

В настоящей работе исследуются особенности тепловых процессов в газовом разряде с учетом энергии, выделяемой на стенках трубки. Особое внимание уделяется распределению температурного поля по сечению разряда. Анализ проводится с использованием двух основных приближений: диффузионного режима тлеющего разряда и существование максвелловского распределения электронов по скоростям.

### 1. Расчет температуры газа.

В данной работе для определения распределения температуры газа по сечению трубки в установившемся режиме решаются стационарные уравнения теплопроводности для положительного столба и стенок газоразрядной трубки с учетом граничных условий. В случае цилиндрического положительного столба эти уравнения имеют вид

$$\text{в области } 0 \leq r \leq R_0 \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \lambda \cdot r \frac{dT}{dr} \right) + q_V(r) = 0, \quad (1a)$$

$$\text{в области } R_0 < r \leq R_1 \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0. \quad (1б)$$

Здесь  $R_0$  и  $R_1$  – внутренний и внешний радиус трубки,  $q_V(r)$  - плотность тепловых источников.

Граничные условия в данном случае заключаются в непрерывности температуры на внутренней и внешней стенке разрядной трубки и непрерывности тепловых потоков. Для температур справедливы соотношения

$$T(R_0 - 0) = T(R_0 + 0) = T_w, \quad T(R_1 - 0) = T(R_1 + 0) = T_{ex}, \quad (2a)$$

где  $T_w$  – температура внутренней стенки трубки,  $T_{ex} = T_S + \alpha \cdot I_r$  – температура наружной стенки, которая определяется температурой окружающей среды  $T_S$  и условиями теплообмена – коэффициент  $\alpha$ ,  $I_r$  – ток разряда. В условиях термостатирования стенок газоразрядной трубки коэффициент  $\alpha = 0$  и температура  $T_{ex} = T_S$ . В отсутствие принудительного охлаждения стенок трубки коэффициент  $\alpha$  определяется экспериментально.

В данной работе мы учитываем дополнительный нагрев внутренних стенок разрядной трубки в результате столкновений заряженных частиц, электронов и ионов, со стенками. Поэтому условие непрерывности тепловых потоков записываем с учетом на границе источников тепла с поверхностной плотностью  $q_w$

$$-\lambda \left. \frac{dT}{dr} \right|_{R_0-0} + q_w = -\lambda_w \left. \frac{dT}{dr} \right|_{R_0+0}. \quad (2б)$$

Здесь  $\lambda$  и  $\lambda_w$  коэффициенты теплопроводности рабочего газа и стенок трубки соответственно. Из-за цилиндрической симметрии к условиям (2а, 2б) добавляется условие на оси разряда  $\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0$ .

Для решения уравнения (1а) нужно знать распределение плотности мощности, выделяемой в газе в виде тепла, и теплопроводность газа. Обычно предполагается, что объемная плотность тепловых источников определяется распределением плотности электрического тока, т.е. плотности электронов, по сечению разрядной трубки. Поэтому можно считать, что в диффузионном режиме горения разряда  $q_V(r) = q_{V0} J_0(2.4r/R_0)$ , где  $J_0$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка. В инертных газах, согласно [10], значения коэффициентов теплопроводности в функции температуры при давлении  $p < 0.1 \text{ МПа}$  ( $p < 750 \text{ мм рт.ст.}$ ) можно представить как  $\lambda(T) = \lambda_0 + \lambda_1 \cdot T$ . Тогда решение уравнения (1а) ищется с помощью замены

$$(\lambda_0 + \lambda_1 \cdot T) \frac{dT}{dr} = \frac{dC}{dr}. \quad (3)$$

При этом уравнение (1а) преобразуется в  $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dC}{dr} \right) + q_{V0} J_0(2.4r/R_0) = 0$ .

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию цилиндрической симметрии, есть  $C(r) = C_0 + q_{V0} (R_0/2.4)^2 J_0(2.4r/R_0)$ .

На стенках трубки  $C(R_0) = C_0$ . Из соотношения (3) дополнительная функция  $C = \lambda_0 T + 0.5 \lambda_1 T^2 + c_0$ , где  $c_0 = \text{const}$ .

Следовательно, решение уравнения (1а) можно записать как

$$T(r) = \sqrt{(\lambda_0/\lambda_1)^2 + 2[C(r) - c_0]/\lambda_1} - \lambda_0/\lambda_1.$$

Температура газа вблизи внутренних стенок трубки  $T(R_0) = T_w$ . Тогда

$$C_0 = C(R_0) = \lambda_0 T_w + 0.5 \lambda_1 T_w^2 + c_0.$$

В результате для решения уравнения теплопроводности (1а) можно записать следующее выражение

$$T(r) = \left[ (T_w + \lambda_0/\lambda_1)^2 + 2(q_{V0}/\lambda_1)(R_0/2.4)^2 \cdot J_0(2.4 \cdot r/R_0) \right]^{1/2} - \lambda_0/\lambda_1. \quad (4)$$

Оценки показали, что можно избавиться от корня и тогда

$$T(r) \approx \frac{q_{V0}}{\lambda_0 + \lambda_1 T_w} \cdot \left( \frac{R_0}{2.4} \right)^2 \cdot J_0(2.4r/R_0) + T_w = T_w + (T_0 - T_w) \cdot J_0(2.4r/R_0). \quad (5)$$

В центре разрядной трубки температура

$$T_0 = T(0) = \left[ (T_w + \lambda_0/\lambda_1)^2 + 2(q_{V0}/\lambda_1)(R_0/2.4)^2 \right]^{1/2} - \lambda_0/\lambda_1 \approx \frac{0.173 \cdot q_{V0} R_0^2}{\lambda_0 + \lambda_1 T_w} + T_w. \quad (5a)$$

Решение уравнения (1б)  $T(r) = C_1 \ln r + C_2$  содержит две постоянные. Граничное условие  $T(R_1) = T_{ex}$  позволяет получить  $T(r) = T_{ex} - C_1 \ln(R_1/r)$ . Отсюда

$$T_w = T(R_0) = T_{ex} - C_1 \ln(R_1/R_0).$$

Использование граничного условия для тепловых потоков (2б) позволяет найти  $C_1 = -\frac{q_{V0} R_0^2}{2.405 \cdot \lambda_w} J_1(2.405) - \frac{q_w R_0}{\lambda_w}$ . В результате распределение температуры внутри стенок разрядной трубки имеет вид

$$T(r) = \frac{0.216 q_{V0} R_0^2 + q_w R_0}{\lambda_w} \ln \frac{R_1}{r} + T_{ex},$$

а для температуры внутренней стенки трубки  $T_w$  решение уравнения теплопроводности при данных граничных условиях есть

$$T_w = T(R_0) = \frac{0.216 q_{V0} R_0^2 + q_{w0}}{\lambda_w} \ln \frac{R_1}{R_0} + T_{ex}. \quad (6)$$

Здесь  $q_{w0} = q_w R_0$ . Видно, что учитываемые в данной работе тепловые источники на внутренней поверхности трубки приводят к дополнительному нагреву стенок трубки и нейтрального газа в объеме. Заметим, что параметр  $q_{w0}$ , определяющий увеличение температуры из-за тепловых источников на внутренних стенках трубки, для узких трубок и низких давлениях газа может превышать нагрев стенок за счет объемного выделения тепла в разряде  $0.216 q_{V0} R_0^2$ . Для гелия это происходит при  $pR_0 \leq 1$ , если температура газа  $T^0 C \leq 300^0 C$ .

Средняя по сечению температура газа определяется по формуле

$$T = \left( 2/R_0^2 \right) \int_0^{R_0} T(r) r dr.$$

Используя для распределения температуры по сечению выражение (5), трудно получить

$$T = 0.43 T_0 + 0.57 T_w = \frac{0.07 q_{V0} R_0^2}{\lambda_0 + \lambda_1 T_w} + \frac{0.22 q_{V0} R_0^2 + q_{w0}}{\lambda_w} \frac{R_1}{R_0} + T_{ex}. \quad (7)$$

Отметим, что решение уравнения теплопроводности проведено при  $q_{V_0}(T) = const$ . В [4, 12] утверждается, что данное приближение пригодно в условиях, когда изменение температуры газа вдоль радиуса мало, т.е.  $\Delta T/T \ll 1$  и отсутствует контракция положительного столба. Это эквивалентно предположению, что уравнение теплопроводности решается с тепловыми источниками при некоторой средней температуре  $T$ .

## 2. Расчет плотности тепловых источников.

При прохождении электрического тока в газе в результате упругих соударений свободных электронов с атомами газа происходит передача части кинетической энергии, приобретенной электронами в электрическом поле, нейтральным частицам газа, в результате чего газ нагревается. Мощность, расходуемая на нагрев газа одним электроном, равна  $p_e = v_c \delta_c \varepsilon_e$ . Здесь  $v_c = N \cdot V_e \cdot \sigma_c(V_e)$  – частота упругих столкновений электронов с атомами,  $N = p/kT$  – плотность нейтральных атомов при давлении  $p$  и температуре  $T$ ,  $V_e = \sqrt{8kT_e/\pi m}$  – величина средней тепловой скорости электронов,  $\sigma_c(V_e)$  – сечение упругих столкновений электронов с атомами,  $\delta_c = 2m/M$  – доля энергии электрона, теряемая при упругом столкновении с атомом массой  $M$ ,  $\varepsilon_e = 1.5kT_e$  – средняя энергия электрона. Объемная плотность тепловых источников определяется плотностью свободных электронов в плазме положительного столба  $N_e(r)$  и равна  $q_V = p_e N_e(r)$ . В теории однородного диффузионного положительного столба  $N_e(r) = N_{e0} \cdot J_0(2.4r/R_0)$ . Это позволяет записать мощность, выделяемую в единице объема в виде тепла как

$$q_V = q_{V_0} J_0(2.4 \cdot r/R_0), \quad (8)$$

где

$$q_{V_0}(T_e, T, N_{e0}, p) = \frac{3}{2} kT_e \cdot \frac{2m}{M} \cdot V_e \cdot \sigma_c(V_e) \cdot \frac{p}{kT} \cdot N_{e0}. \quad (8a)$$

Существует еще один источник тепловой энергии в газоразрядной трубке. Это потери энергии электронов в виде тепла, выделяющегося при столкновении заряженных частиц со стенками трубки. Энергия, выделяемая у стенок трубки, состоит из энергии рекомбинации положительных ионов и электронов и из их кинетических энергий, которыми они обладали перед попаданием на стенки трубки. Для одного акта столкновения заряженных частиц с внутренними стенками трубки эта энергия равна  $\Delta \varepsilon_{we} = e \cdot U_{0i} + 3kT_e$ . Здесь  $U_{0i}$  – потенциал ионизации рекомбинирующего атома,  $3kT_e$  – суммарная кинетическая энергия электрона и иона при их попадании на стенку. Учтено, что в низкотемпературной плазме температура атомов  $T \approx T_i \ll T_e$ , но в двойном пристеночном слое  $T_i \approx T_e \gg T$ . Эта энергия выделяется, в основном, в виде тепла. Предполагается, что при рекомбинации излучение отсутствует. Поверхностная плотность тепловых источников определяется диффузионным потоком заряженных частиц (электронов и положительных ионов) на стенки трубки. Для диффузионного

режима горения разряда  $\Gamma_e = \Gamma_i = 1.25 \cdot D_{am} \cdot N_{e0} / R_0$ , где  $D_{am} = \mu_i \cdot kT_e / e$  – коэффициент амбиполярной диффузии,  $\mu_i(T, p)$  – подвижность ионов. В результате для поверхностной плотности тепловых источников можно записать выражение

$$q_w(T_e, T, N_{e0}, p, R_0) = 1.25 D_{am} \cdot (e \cdot U_{0i} + 3kT_e) N_{e0} / R_0. \quad (9)$$

Известно, что подвижность ионов в собственном газе определяется резонансной перезарядкой иона на атоме [3], сечение которой слабо зависит от скорости частиц. В результате для коэффициента амбиполярной диффузии можно записать выражение

$$D_{am}(T_e, T, p) = C_\mu \frac{kT_e}{N\sqrt{T}},$$

где  $C_\mu = 9.36 \cdot 10^7 \frac{1}{\sigma_{res} \sqrt{A}} \left[ \frac{(^{\circ}K)^{1/2}}{eV \cdot cm \cdot c} \right]$  – постоянная, зависящая от атомной массы  $A$  и сечения резонансной перезарядки  $\sigma_{res} [cm^2]$ .

Согласно формулам (6) и (7), объемная и поверхностная плотности тепловых источников пропорциональны плотности электронов в центре трубки. В диффузионном режиме горения разряда при заданной величине тока разряда  $I_r$ , из уравнения для полного тока, протекающего в положительном столбе

$$I_r = 2\pi \cdot eV_{dr} \int_0^{R_0} N_e(r) r dr = 2\pi \cdot eV_{dr} N_{e0} \int_0^{R_0} J_0(2.4r/R_0) r dr,$$

нетрудно получить следующее выражение для концентрации электронов в центре трубки  $N_{e0} = 0.46 \cdot 10^{16} \cdot I_r / (R_0^2 \cdot V_{dr})$ , где  $V_{dr} = \mu_e E$  – дрейфовая скорость электронов. Учитывая, что подвижность электронов  $\mu_e = \frac{e}{m \cdot v_m(T_e, T, p)}$ , оконча-

тельно имеем

$$N_{e0}(T_e, T, p, I_r, R_0) = 2.6 \frac{I_r \cdot v_m}{E \cdot R_0^2} [cm^{-3}], \quad (10)$$

где  $v_m [c^{-1}]$  – эффективная частота столкновений электронов, которая сопоставима с частотой упругих потерь  $v_c$ ,  $I_r [mA]$  – ток разряда,  $E [V/cm]$  – напряженность продольного электрического поля,  $R_0 [cm]$  – радиус трубки.

### 3. Напряженность продольного электрического поля.

Напряженность  $E$  установившегося в положительном столбе разряда продольного электрического поля определяется из условия баланса энергии электронов [3]. Энергия, которую электроны газоразрядной плазмы получают от осевого электрического поля  $E$ , теряется в объеме и на стенках разрядной трубки. Суммарные потери мощности для одного электрона определяются как [5, 6, 11]

$$\frac{e^2 E^2}{m v_m} = v_c \cdot \Delta \varepsilon_g + \sum_i v_i \cdot \Delta \varepsilon_i + v_w \cdot \Delta \varepsilon_w, \quad (11)$$

где  $\Delta \varepsilon_g$  – потери энергии электрона при упругих столкновениях с атомами,  $\Delta \varepsilon_i$  – потери энергии электрона при неупругих столкновениях с атомами,  $\Delta \varepsilon_w$  – потери энергии электрона из-за наличия стенок газоразрядной трубки,  $v_c$  и  $v_i$  – частоты упругих и неупругих столкновений электрона с нейтральными атомами,  $v_w$  – частота столкновений заряженных частиц со стенками разрядной трубки. Из сказанного ясно, что выражения для первых двух слагаемых записать нетрудно, зная соответствующие значения для частот и потенциалов возбуждения.

Потери энергии электрона при упругих столкновениях с атомами, приводящие к нагреву нейтрального газа, были рассмотрены выше.

Для частоты неупругих столкновений электрона с атомами, в результате которых происходит ионизация атомов из основного состояния, в данной работе используется формула из [3]

$$v_{0i}(T_e, T, p) = C_i \cdot V_e (eU_{0i} + 2kT_e) \exp(-eU_{0i}/kT_e) \cdot N, \quad (12)$$

где  $C_i$  – характерная для данного процесса постоянная,  $U_{0i}$  – потенциал ионизации атома из основного состояния. Соответствующая энергия  $\Delta \varepsilon_{0i} = eU_{0i}$ .

Третье слагаемое соответствует потерям мощности в положительном столбе из-за наличия стенок трубки, на которых происходит рекомбинация электронов и ионов. Соответствующая частота столкновений со стенками  $v_w$  для диффузионного режима горения разряда совпадает с частотой диффузионных уходов электронов на стенки  $v_d$ , для которой справедливо выражение  $v_d(T_e, T, p, R_0) = (2.4/R_0)^2 \cdot D_{am}$ . Потери энергии электронов из-за наличия стенок, прежде всего, складываются из средних кинетических энергий электронов и положительных ионов при их попадании на стенку, которыми они обладали перед рекомбинацией. Но существует еще необходимость затрат энергии на поддержание амбиполярного поля в плазме и на образование защитного пристеночного слоя объемного заряда [8, 13].

Энергия, затрачиваемая на поддержание амбиполярного поля в плазме, определяется как  $e(\varphi_0 - \varphi_s) = e \cdot \Delta \varphi_{am} = kT_e \cdot \ln(N_{e0}/N_{es})$ , где  $\Delta \varphi_{am}$  – разность потенциалов между осью и границей слоя,  $N_{e0} = N_e(0)$ ,  $N_{es} = N_e(R_s)$  – плотности электронов в центре трубки и на границе плазма-слой соответственно. Используя условие на границе плазма-слой  $-D_{am} dN(R_s)/dr = V_i \cdot N(R_s)/4$  с учетом факта, что на границе плазма-слой из-за сильного радиального поля ионы приобретают скорость  $V_i(R_s) \approx \sqrt{kT_e/M}$  и приближенное соотношение  $-dN(R_s)/dr \approx (N_0 - N_s)/R_0$ , имеем  $N_{e0}/N_{es} = 1 + 0.25 \cdot \sqrt{kT_e/M} \cdot R_0/D_{am}$ . Заметим, что при любых параметрах отношение  $N_{e0}/N_{es} > 1$  в отличие от формул, полученных в [5, 11].



Потери энергии электронов на образование защитного пристеночного слоя объемного положительного заряда равны  $e\Delta\varphi_s = kT_e \ln \sqrt{M/m}$  [4, 5]. В результате суммарные потери энергии электрона, связанных с наличием стенок разрядной трубки, можно записать как

$$\Delta\varepsilon_w(T_e, T, p, R_0) = 3kT_e + e \cdot (\Delta\varphi_{am} + \Delta\varphi_s) = kT_e \left( 3 + \ln(N_{e0}/N_{es}) + \ln \sqrt{M/m} \right). \quad (13)$$

Здесь учтено, что для максвелловского распределения по скоростям средняя величина кинетической энергии электронов при столкновении со стенкой равна  $2kT_e$ . Кроме того, как уже отмечалось, средняя скорость движения ионов к стенке может значительно превосходить их хаотическую скорость из-за ускорения в амбиполярном электрическом поле. Установлено [5, 11], что вблизи границы двойного слоя, ионы ускоряются до энергии порядка  $kT_e$ . Обычно включаемая в формулу для потерь энергии электронов на стенках энергия рекомбинации электронов и ионов в эту формулу не включена, т.к. она входит во второе слагаемое формулы (9), учитывающего потери энергии электронов на ионизацию атомов.

Баланс энергии электронов плазмы положительного столба связывает напряженность установившегося продольного электрического поля с электронной температурой, с давлением и температурой рабочего газа, а также с радиусом разрядного капилляра. Из (9) следует следующее выражение для стационарного продольного электрического поля, установившегося в разряде

$$E(T_e, T, p, R_0) = 0.24 \cdot 10^{-7} \sqrt{v_m} (v_c \cdot \delta_c \cdot \varepsilon_e + v_{oi} \cdot eU_{oi} + v_w \cdot \Delta\varepsilon_w) [V/cm]. \quad (14)$$

Здесь энергии  $\varepsilon [eV]$ , частоты  $\nu [c^{-1}]$ .

Выражение (7) для средней по сечению температуры газа с учетом явных выражений (8) и (9) для тепловых источников  $q_{V0} = q_{V0}(T_e, T, p, I_r, R_0)$  и  $q_{w0} = q_{w0}(T_e, T, p, I_r, R_0)$  устанавливает зависимость между температурой газа и температурой электронов с внешними заданными параметрами разряда  $p, I_r, R_0, T_{ex}$ .

Еще одно уравнение, связывающее температуру электронов  $T_e$  и температуру рабочего газа  $T$ , следует из условия баланса числа заряженных частиц в плазме.

#### 4. Расчет электронной температуры.

Необходимым условием существования стационарного разряда в газах является поддержание постоянной во времени концентрации заряженных частиц. Баланс числа заряженных частиц в плазме положительного столба низкого давления определяется процессами ионизации в объеме газа и последующими потерями вследствие диффузионных уходов электронов и ионов на стенки газоразрядной трубки. Из уравнения баланса для плотности электронов в случае учета только процессов прямой ионизации вытекает известное соотношение Шоттки. Согласно этому соотношению, частота образования заряженных частиц равна частоте диффузионных уходов этих частиц на стенки разрядной

трубки  $v_{oi}(T_e, T, p) = v_d(T_e, T, p, R_0)$ . В результате можно записать уравнение, которое обычно, при отсутствии процессов ступенчатой ионизации, используется для нахождения электронной температуры в разряде

$$C_i \cdot V_e (eU_{oi}/kT_e + 2) \exp(-eU_{oi}/kT_e) = C_\mu \cdot (2.4/N \cdot R_0)^2 (1/\sqrt{T}). \quad (15)$$

Обычно давление газа в газоразрядной трубке можно считать приближенно постоянным. При этом происходит тепловое вытеснение газа из рабочей зоны в балластные объемы согласно закону  $N = p/kT$ . В этом случае для плотности газа справедливо выражение  $N = N_{00} \cdot p/T$  [ $cm^{-3}$ ], где  $N_{00} = 9.66 \cdot 10^{18}$ , если давление  $p$  [ $mmHg$ ], температура газа  $T$  [ $K$ ]. Однако возможны ситуации, когда явление вытеснения газа при нагревании из рабочего объема отсутствует. При условии  $N(T) = N_{00} \cdot (p/T) = const$ , давление внутри трубки  $p = p_0 \cdot kT$ , где  $p_0$  – исходное давление газа в трубке.

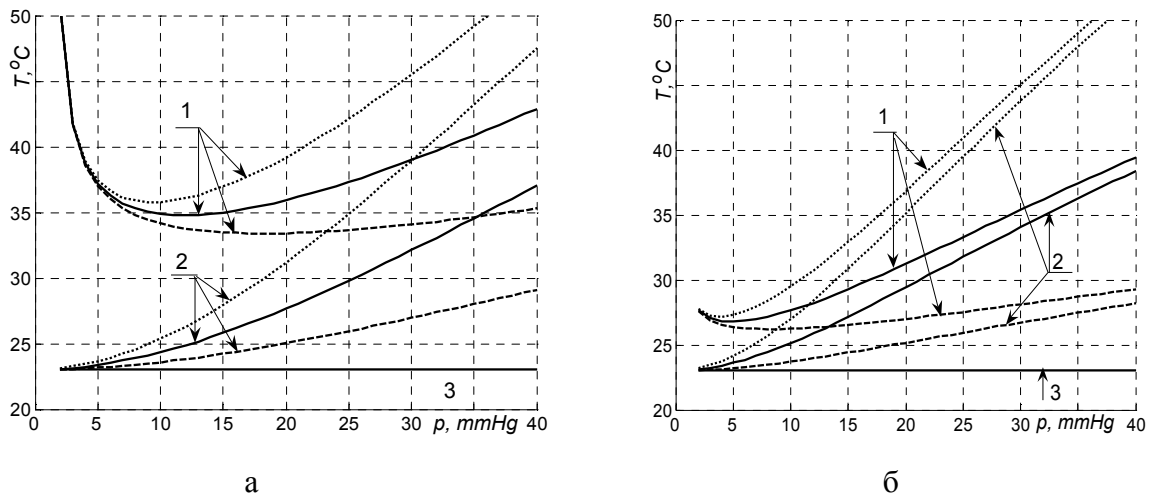
Уравнения (7) и (15) образуют замкнутую систему уравнений для нахождения температуры газа и температуры электронов, а следовательно и напряженности установившегося в разряде продольного электрического поля, плотности электронов в центре трубки при заданных внешних параметрах – давлении газа, величины тока разряда, размеров разрядной трубки и температуры наружной стенки трубки.

### 5. Результаты численных расчетов.

Численный расчет был проделан для разряда в гелии. При этом рассматривались два варианта разрядной трубки: с наличием балластных объемов и без. В гелиевом разряде, согласно [3], постоянные  $C_i = 0.12 \cdot 10^{-17} cm^2/eV$ ,  $eU_{oi} = 24.6 eV$ , частота упругих столкновений электронов с атомами  $\nu_c = 6.5 \cdot 10^{11} p/T$  [ $c^{-1}$ ], с учетом резонансной перезарядки подвижность ионов  $\mu_i = 508.4 \cdot \sqrt{T}/p$  [ $cm^2 \cdot V^{-1} \cdot c^{-1}$ ]. Коэффициент теплопроводности гелия [10]  $\lambda = (48.6 + 0.36 \cdot T) \cdot 10^{-5} \left[ \frac{W}{cm \cdot ^\circ K} \right]$ , для стекла  $\lambda_w = 10^{-2} \left[ \frac{W}{cm \cdot K} \right]$ . Здесь температура  $T$  [ $K$ ], давление газа  $p$  [ $mmHg$ ].

Расчет температур по формулам (5а, 6, 7) проводился как с учетом тепловых источников на внутренней поверхности трубки, так и без, когда в формулах параметр  $q_{w0} = 0$ . Результаты расчетов представлены на рисунках.

На рис.1 приведены результаты расчетов по формулам (5а, 6, 7) температуры газа на оси разряда, вблизи стенок и усредненное значение по сечению в зависимости от давления рабочего газа для двух поперечных размеров разрядной трубки. Видно, что учет энергии, выделяемой на внутренних стенках разрядных трубок, приводит к экстремальной зависимости от давления газовой температуры в положительном столбе тлеющего разряда. Причем, как видно из сравнения кривых 1 на рис.1а и 1б, в рассматриваемой области давлений вклад поверхностной энергии в газовую температуру больше в более узких трубках. Дело в



**Рис.1.** Зависимость температуры газа от давления с учетом (кривые 1) и без учета (кривые 2) тепловых источников на стенках разрядной трубки с внутренним радиусом  $R_0 = 0.035$  см (а) и  $R_0 = 0.075$  см (б). Сплошные кривые – средняя температура газа, точечные – температура в центре трубки, пунктирные – вблизи стенок, прямая 3 – температура наружной стенки трубки. Толщина стенок 0.15 см, ток разряда  $I_r = 5$  мА, трубка термостатирована при температуре  $T_s = 23^\circ\text{C}$ , расчет с учетом  $N_{\text{gas}} = p/T$ .

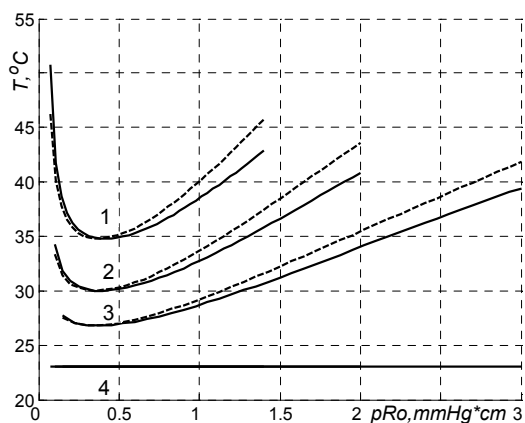
том, что вклад объемных источников тепла в газовую температуру определяется величиной  $q_{V0}R_0^2$ , а поверхностных – величиной  $q_{w0} = q_w R_0$ . Нетрудно получить, используя полученные в данной работе формулы (8а,9, 10), следующие соотношения пропорциональности

$$q_{V0}R_0^2 = 7.8kT_e (m/M) \sigma_e^2 V_e^2 (p/kT)^2 (I_r/E), \quad (16a)$$

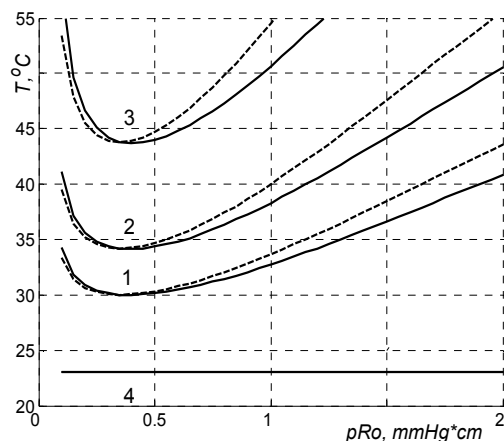
$$q_w R_0 \approx 3.6(eU_{0i} + 3kT_e) \sigma_e V_e V_{\text{gas}} (T_e/T) (I_r/ER_0^2). \quad (16б)$$

Отсюда следует, что при низких давлениях в узких трубках возможно  $q_{w0} \gg q_{V0}R_0^2$  и температура газа определяется поверхностными источниками тепла. Однако с увеличением газового давления усиливается роль объемных источников, особенно для более широких трубок. И, как видно на рис.1а, б, после достижения минимального значения температура газа растет с ростом давления.

На рис.2а,б показано поведение средней по сечению температуры газа в зависимости от давления в трубках разного диаметра при разной величине разрядного тока и разной конструкции. Сплошные кривые соответствуют разрядным трубкам с наличием балластных объемов, куда при нагревании вытесняется газ, давление при этом не меняется. Пунктирные – балластные объемы отсутствуют. Тогда при нагреве газа плотность его не меняется, а возрастает давление. Под давление понимается первоначальное давление при заполнении трубки рабочим газом. Видно, что характер зависимостей температуры от давления для этих конструкций одинаков и разница температур небольшая. Расчетные кривые на рис.2а и 2б показали, что произведение  $pR_0$ , при котором на-



а



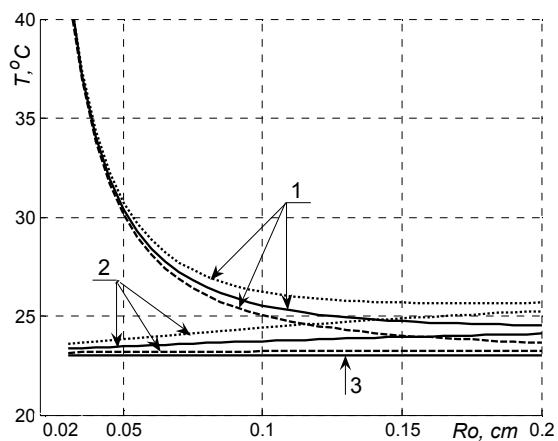
б

Рис.2. Зависимость средней температуры газа от давления с учетом тепловых источников на стенках разрядной трубки.

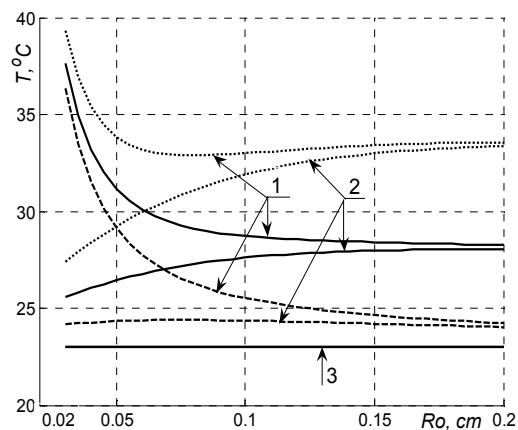
(а) Ток разряда  $I_r = 5 \text{ mA}$ . 1 –  $R_0 = 0.035 \text{ cm}$ ; 2 –  $R_0 = 0.05 \text{ cm}$ , 3 –  $R_0 = 0.075 \text{ cm}$ .

(б) Радиус капилляра  $R_0 = 0.05 \text{ cm}$ . 1 –  $I_r = 5 \text{ mA}$ ; 2 –  $I_r = 8 \text{ mA}$ ; 3 –  $I_r = 15 \text{ mA}$ .

Толщина стенок разрядных трубок равна  $0.15 \text{ cm}$ , трубка термостатирована при температуре  $T_s = 23^\circ\text{C}$  (прямые 4). Сплошные кривые –  $N_g = p/T$ , пунктирные –  $N_g = \text{const}$ .



а



б

Рис.3. Зависимость температуры газа от радиуса капилляра с учетом (кривые 1) и без учета (кривые 2) тепловых источников на стенках разрядной трубки при давлении газа  $p = 5 \text{ mmHg}$  (а) и  $p = 15 \text{ mmHg}$  (б). Сплошные кривые – средняя температура газа, точечные – температура в центре трубки, пунктирные – вблизи стенок, прямая 3 – температура наружной стенки трубки. Толщина стенок  $0.15 \text{ cm}$ , ток разряда  $I_r = 5 \text{ mA}$ , трубка термостатирована при температуре  $T_s = 23^\circ\text{C}$  (прямые 3), расчет с учетом  $N_{\text{gas}} = p/T$ .

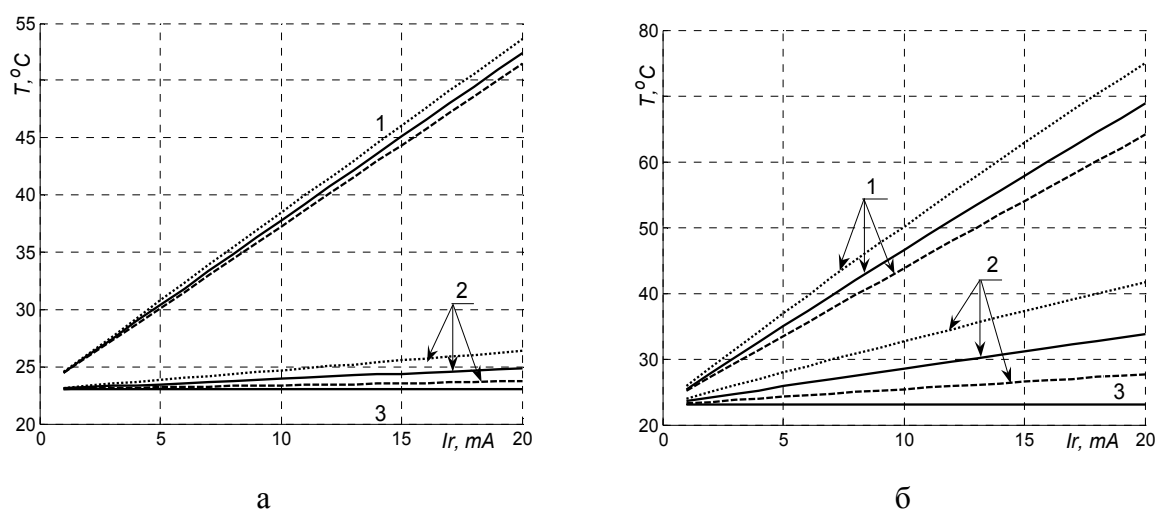


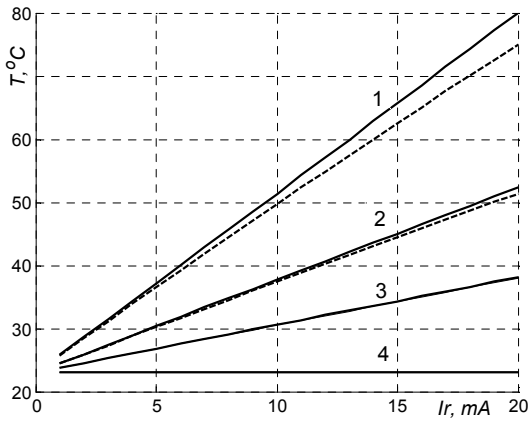
Рис.4. Зависимость температуры газа от тока разряда с учетом (кривые 1) и без учета (кривые 2) тепловых источников на стенках разрядной трубки при давлении газа  $p = 5 \text{ mmHg}$  (а) и  $p = 15 \text{ mmHg}$  (б). Сплошные кривые – средняя температура газа, точечные – температура в центре трубки, пунктирные – вблизи стенок, прямая 3 – температура наружной стенки трубки. Радиус капилляра  $R_0 = 0.05 \text{ см}$ , толщина стенок  $0.15 \text{ см}$ , трубка термостатирована при температуре  $T_s = 23^\circ \text{ C}$  (прямые 3), расчет с учетом  $N_{\text{gas}} = p/T$ .

блюдается минимальная температура, почти не зависит от радиуса и тока разряда. Эта особенность позволила оценить величину давления газа, при котором газовая температура минимальна, а именно  $pR_0 \approx 0.4$ , если давление измеряется в *мм.рт.ст.*, а радиус в *см*.

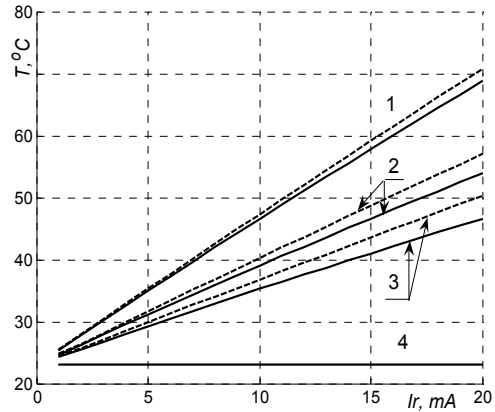
Как видно на рис.3а,3б, в узких трубках температура газа, с учетом тепловых источников на внутренней поверхности трубки, намного выше той же температуры без учета этих источников, для трубок как с низким, так и с высоким давлением газа. С ростом диаметра разрядного капилляра вклад поверхностных источников тепла в температуру газа уменьшается, вклад объемных источников тепла в температуру непосредственно не зависит от размера капилляра. Устанавливается температура, слабо зависящая от размера капилляра, как и следует из формул (5а, 6, 7, 16). Температура, определяемая объемными источниками тепла, вычисляемыми согласно формуле (16а), будет выше при более высоком давлении газа.

Источники тепловой энергии в объеме и на поверхности линейно зависят от тока разряда. Однако коэффициент пропорциональности зависит от внутренних и внешних разрядных параметров. Внутренние параметры разряда также зависят от тока разряда, поэтому линейность не является абсолютной.

Представленные на рис.4 и рис.5 зависимости температуры газа от величины тока разряда соответствуют различным внешним параметрам разряда. На рис.4 видно, что при низком давлении неоднородность температуры газа по радиусу намного меньше, чем при высоком давлении, хотя в том и другом случае



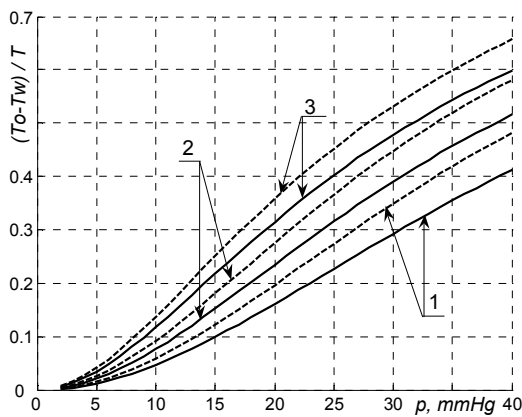
а



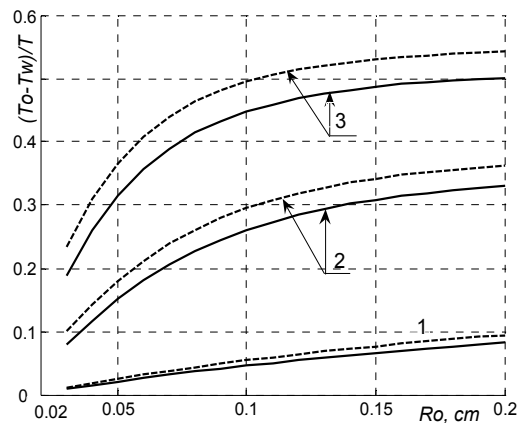
б

**Рис.5.** Зависимость средней температуры газа от тока разряда с учетом тепловых источников на стенках трубки при давлении газа  $p=5\text{ mmHg}$  (а) и  $p=15\text{ mmHg}$  (б).

Толщина стенок разрядных трубок равна  $0.15\text{ cm}$ , трубки термостатированы при температуре  $T_s = 23^\circ\text{C}$  (прямые 4). Сплошные кривые –  $N_g = p/T$ , пунктирные –  $N_g = \text{const}$ . 1 –  $R_0 = 0.035\text{ cm}$ ; 2 –  $R_0 = 0.05\text{ cm}$ , 3 –  $R_0 = 0.075\text{ cm}$ .



а

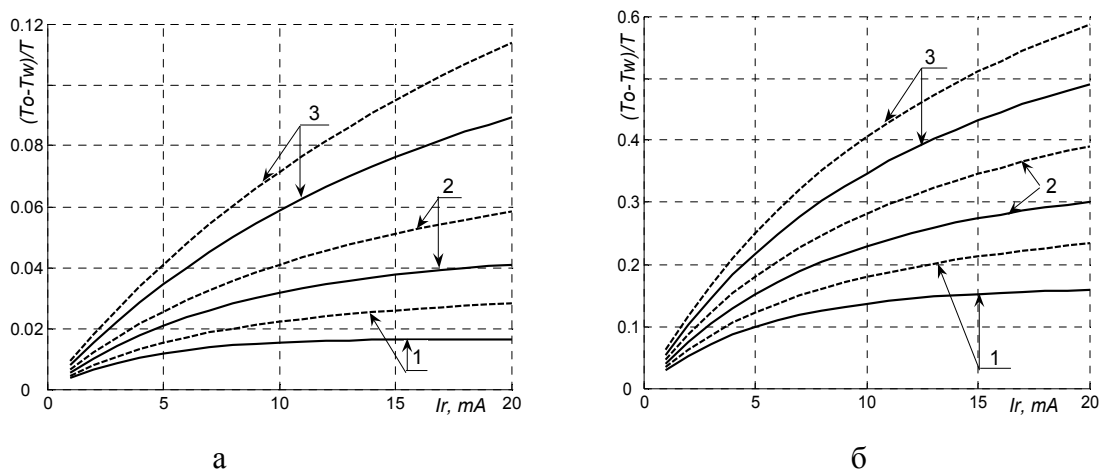


б

**Рис.6.** Зависимость точности расчетов температуры газа от давления газа (а) и от размера капилляра (б) при величине тока разряда  $I_r = 5\text{ mA}$ . Толщина стенок  $0.15\text{ cm}$ , трубка термостатирована  $T_s = 23^\circ\text{C}$ , сплошные кривые –  $N_g = p/T$ , пунктирные –  $N_g = \text{const}$ .

(а) 1 –  $R_0 = 0.035\text{ cm}$ ; 2 –  $R_0 = 0.05\text{ cm}$ , 3 –  $R_0 = 0.075\text{ cm}$ .

(б) 1 –  $p = 5\text{ mmHg}$ ; 2 –  $p = 15\text{ mmHg}$ , 3 –  $p = 25\text{ mmHg}$ .



**Рис.7.** Зависимость точности расчетов температуры газа от тока разряда при величине давления газа  $p = 5 \text{ mmHg}$  (а) и  $p = 15 \text{ mmHg}$  (б). Толщина стенок разрядных трубок равна  $0.15 \text{ cm}$ , трубки термостатированы при температуре  $T_s = 23^\circ \text{C}$ . Сплошные кривые –  $N_g = p/T$ , пунктирные –  $N_g = \text{const}$ . 1 –  $R_0 = 0.035 \text{ cm}$ ; 2 –  $R_0 = 0.05 \text{ cm}$ , 3 –  $R_0 = 0.075 \text{ cm}$ .

растет с увеличением тока разряда. Средняя по сечению газовая температура представлена на рис.5.

Как видно на рис.1, при низких давлениях температура газа на оси мало отличается от температуры вблизи стенок. Однако после прохождения минимума по температуре, температура газа на оси растет с ростом давления намного быстрее, чем вблизи стенок. На рис.3 представлена разница температур газа на оси и вблизи стенок трубки в зависимости от давления для трубок разного диаметра. Разница  $T_0 - T_w$  тем больше, чем больше давление и размер капилляра. Кроме того, она больше в трубках, в которых отсутствуют балластные объемы для вытесняемого газа при нагреве. Эта разница важна при расчете точности проведенных численных расчетов.

Неоднородность температурного поля вдоль радиуса ограничивает область параметров, при которых справедливы решения уравнения теплопроводности (7а). Полученные решения справедливы при выполнении условия  $(T_0 - T_w)/T \ll 1$ . Приведенные на рис.4 расчетные кривые показывают, что с ростом давления и радиуса капилляра точность расчетов уменьшается.

### Литература:

1. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. / Под ред. В. Е. Фортова. – Т.ХІ-4. Газовые и плазменные лазеры. – М.: Физматлит. – 2005 г.
2. Воронов А.А., Дедов В.П. Принципы построения и проблемы совершенствования плазменных дисплеев // Оптический журнал. – 1999. – Т.66, №6. – С. 79.

3. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. – Наука, Москва, 1987.– 592 с.
4. Грановский В.Л. Электрический ток в газе (установившийся ток).– М.: Наука,1971.– 544 с.
5. Миленин В.М., Тимофеев Н.А. Плазма газоразрядных источников света низкого давления.– Л.:Энергоиздат, 1991.– 240 с.
6. Mikhailovskaya L.V. Energy balance and gas temperature in plasma of positive column in gas discharge narrow tubes. // Proc. SPIE. – 1999. – V. 3686. – P. 62-69.
7. Mikhaylovskaya L.V. Characteristic properties of thermal regime in gas discharge small diameter tube // Proceedings of LFNМ'2002, 4<sup>th</sup> International Workshop on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, Kharkiv, Ukraine, June 3-5. – IEEE Lasers and Electro Optical Society, 2002. – P. 53-58.
8. Михайловская Л.В, Михайловский С.С. Особенности теплового режима разряда в узких газоразрядных трубках // Физика аэродисперсных систем. – 2004. – № 41. – С.322-333.
9. Михайловская Л.В. Влияние энергии, выделяемой на стенках узких газоразрядных трубок, на неравновесный тепловой режим разряда // Моделирование неравновесных систем // Материалы IX Всероссийского семинара, 13-15 октября 2006 г. / Под ред. В.В. Слабко. ИВМ СО РАН, Красноярск, 2006. 199 с . С.123–127.
- 10.Варгафтик Н.В, Филиппов Л.П, Тарзиманов А.А, Тоцкий Е.Е. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 352 с.
- 11.Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров С.А. Основы физики плазмы. – М.:Атомиздат, 1977.– 384с.
- 12.Велихов Е.П., Ковалев А.С., Рахимов А.Т. Физические явления в газоразрядной плазме. – М.:Наука,. 1987.–160 с.
- 13.Михайловская Л.В, Михайловский С.С. Влияние параметров разряда на пристеночный (двойной) слой в узких газоразрядных трубках // Вісник Одеськ. держ. ун-ту.– 2000.– Т. 5, вип. 3. Фіз.-мат. науки.– С.141-147.
- 14.Богданов Е., Кудрявцев А.А., Цендин Л.Д., Арсланбеков Р.Р., Колобов В.И., Кудрявцев В.В. Влияние метастабильных атомов и нелокального электронного распределения на характеристики положительного столба в аргоне // Журнал технической физики. – 2004. – Т.74, №.6. – С.35-42.



*Михайловська Л.В, Михайловська А. С.*

**Вплив енергії, яка виділяється на стінках газорозрядних трубок, на температуру газу в позитивному стовпу тліючого розряду**

АНОТАЦІЯ

*Проведені розрахунки просторового розподілення температури газу в позитивному стовпу тліючого розряду з урахуванням як об'ємних, так і поверхових джерел тепла. Аналізується поведінка температури газу в залежності від зовнішніх заданих параметрів розряду в разі дифузійного режиму горіння тліючого розряду. Встановлено екстремальний характер поведінки газової температури при зміні тиску газу. Визначені умови застосування зроблених чисельних розрахунків.*

*Mikhaylovskaya L.V, Mykhaylovska A. S.*

**Influence of releasing energy on tube walls on gas temperature in positive column of glowing discharge**

SUMMARY

*The numerical calculations of the space distribution for gas temperature in positive column of glowing discharge have been carried out taking into account volume and surface sources of the heat. The behavior of the gas temperature depending on specified external discharge parameters for the diffusion work regime of glowing discharge has been analyzed here. The extremum nature of gas temperature behavior depending on the gas pressure has been obtained. The conditions of applicability of numerical calculations have been determined.*

**Терлецкая Л.Л., Копыт Н.Х., Голубцов В.В.**

*Одесский национальный университет им. И.И.Мечникова.*

### **Особенности улучшения структурно-чувствительных параметров сенсоров на основе гетерогенных дисперсных систем**

*Рассмотрены особенности получения подложек GaAs с улучшенными структурными электрофизическими параметрами для сенсоров. Разработаны оптимальные технологические режимы процессов изотермической обработки и обработки исходных пластин в поле градиента температур, способствующих значительному снижению плотности дислокаций и уменьшению объемной доли проводящих неоднородностей. Комплексное применение разработанных методов предназначено для оптимизации технологии получения подложек GaAs в производстве сенсоров и повышения их надежности.*

Стремительное развитие современной техники требует решения технологических проблем получения полупроводниковых материалов, которые при использовании всех современных технологических средств микроэлектронной техники обеспечили бы высокое быстродействие и способствовали уменьшению энергоёмкости интегральных схем.

Наиболее востребованным материалом в электронной технике является арсенид галлия, преимущества которого неоспоримы: благоприятная зонная структура, высокая подвижность электронов, сравнительная простота получения монокристаллов и плёнок с полуизолирующими (ПИ) свойствами, хорошие теплофизические характеристики. Одно из важнейших свойств ПИ–GaAs для применения его в интегральной сенсорной технике – малые диэлектрические потери [1].

Однако, при выращивании монокристаллов GaAs всеми существующими методами из-за значительной протяжённости его области гомогенности при высоких температурах практически невозможно избежать отклонений от стехиометрии, способствующих образованию точечных дефектов, дислокаций, микровключений второй фазы [2,3]. Поэтому качество подложек GaAs, получаемых из таких монокристаллов, не удовлетворяет растущим требованиям электронной техники.

Одним из наиболее перспективных направлений на пути улучшения качества подложек в настоящее время является разработка методов воздействий на выращенный монокристалл, в результате которых происходило бы снижение внутренних механических напряжений, перераспределение и удаление дефектов, приводящее к улучшению основных характеристик, повышению однородности и термостабильности полупроводникового материала.

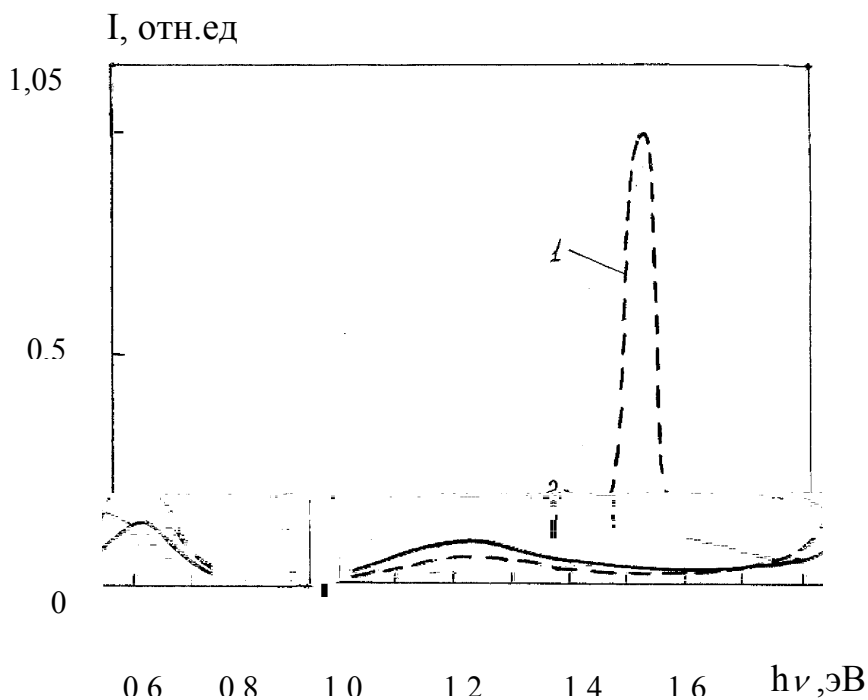
С целью устранения нестабильности и улучшения структурных и электрофизических характеристик подложек ПИ–GaAs нами проводилась различных видов термическая обработка (изотермический отжиг, обработка в поле гради-

ента температур) исходных пластин. При разработке оптимальных технологических режимов термообработки подложечного GaAs исходили из условий необходимости уменьшения влияния основных факторов, обусловленных технологическими параметрами процесса получения монокристаллических слитков (микровключений второй фазы, дислокационной структуры, неконтролируемых неоднородностей). Для отжига использовались пластины ПИ–GaAs (100) n типа проводимости, диаметром 40мм и толщиной 400-500 мкм.

Процесс изотермического отжига образцов проводился в кварцевом реакторе на установке ЖФЭ в атмосфере очищенного водорода. Термическая обработка пластин ПИ–GaAs при температурах  $T_{отж} \leq 600^{\circ}\text{C}$  в течение времени  $t \leq 3$  часа практически не оказывала существенного влияния на состояние их поверхности. При более высоких температурах ( $T_{отж} \geq 700^{\circ}\text{C}$ ) наблюдалось изменение типа проводимости приповерхностного слоя, который впоследствии удалялся методом химического травления. Наблюдалось возрастание удельного сопротивления образцов после отжига практически при всех указанных температурах процесса, что может быть обусловлено изменением состояния акцепторов. Наилучшие результаты (по удельному сопротивлению и подвижности основных носителей) были получены после обработки образцов в режиме:  $T_{отж} = 800^{\circ}\text{C}$ ,  $t = 0.5$  ч.

Исследованы основные особенности спектров фотолюминесценции (ФЛ) образцов нелегированного ПИ–GaAs, обработанных в различных температурных и временных режимах. Спектры ФЛ измерялись по стандартной методике, описанной ранее в работе [4].

Для образцов с незащищённой рабочей поверхностью после отжига при



**Рис.1.** Спектры ФЛ образца ПИ-GaAs: 1-до отжига; 2-после отжига при  $T_{отж} = 700^{\circ}\text{C}$ ,  $t=0,5$ ч (рабочая поверхность не защищена).

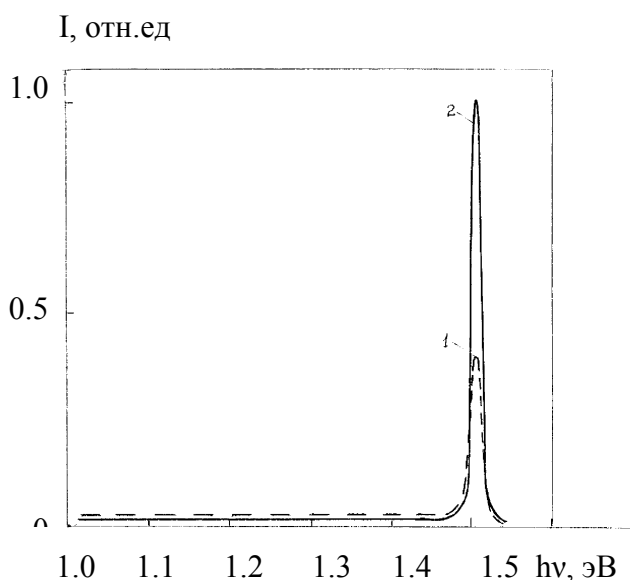
температурах 400-800 °С характерным было появление в спектрах ФЛ кроме краевой полосы излучения дополнительной полосы, соответствующей  $h\nu = 0.83$  эВ (рис.1).

На рисунке 2 представлены типичные спектры ФЛ образцов ПИ–GaAs до (кривая 1) и после термической обработки при  $T_{отж} = 700$  °С в течение 0.5ч (кривая 2). В данном случае при проведении процесса отжига две подложки плотно прижимались рабочими поверхностями одна к другой с целью исключения сублимации мышьяка с их поверхности. В спектрах таких образцов наблюдалась одна полоса излучения, соответствующая  $h\nu = 1.51$  эВ. После отжига интенсивность краевой полосы существенно увеличивалась (кривая 2), что обусловлено значительным уменьшением числа центров безызлучательной рекомбинации в GaAs.

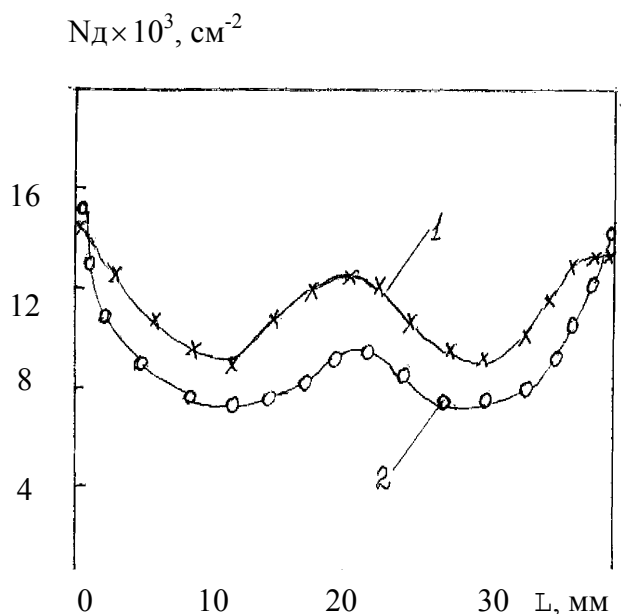
Кратковременная термическая обработка пластин с защищённой рабочей поверхностью (при тех же оптимальных параметрах процесса) способствовала также снижению плотности дислокаций и однородному её распределению в основной центральной части образцов. Наблюдалось небольшое увеличение плотности дислокаций лишь у краёв пластин (рис.3).

Более продолжительная термообработка ( $t > 1$ ч) образцов при  $T_{отж} \geq 800$  °С приводила к ухудшению указанных параметров вплоть до потери полуизолирующих свойств.

Таким образом, анализ экспериментальных данных показал, что путём оптимизации параметров процесса изотермической обработки пластин ПИ–GaAs при наличии защитного слоя на рабочей поверхности образцов можно получать однородные по свойствам подложки с существенно улучшенными структурными



**Рис.2.** Спектры ФЛ образца ПИ-GaAs: 1 – до отжига; 2 – после отжига при  $T_{отж} = 700$  °С,  $t = 0.5$ ч (рабочая поверхность защищена)



**Рис.3.** Распределение плотности дислокаций в нелегированном ПИ-GaAs: 1 – до отжига; 2 – после отжига при  $T_{отж} = 700$  °С,  $t = 0.5$ ч (рабочая поверхность защищена)

ми и электрофизическими характеристиками.

Исследования показали, что более эффективным методом улучшения качества подложек GaAs является обработка исходных пластин в поле градиента температур. Этот метод позволяет улучшить воспроизводимость результатов (по сравнению с изотермическим отжигом) в связи с тем, что на процесс хаотического перераспределения точечных дефектов и перемещения дислокаций влияет направленное упорядочивающее воздействие поля. При определённых оптимальных параметрах процесса градиент температуры оказывает решающее влияние на упорядочивание структуры. Одним из наиболее существенных преимуществ такого вида термической обработки является возможность резкого уменьшения концентрации и объёмной доли неоднородностей в виде малоизученных легкоплавких микровключений избыточного матричного металла – галлия [5]. Проводящие микровключения Ga являются не только активными концентраторами внутренних механических напряжений в монокристаллах GaAs, но и способствуют быстрой деградации приборных структур, что обусловлено экстрагентной активностью и подвижностью дефектов такого типа в решётке матрицы кристалла.

Термическая обработка пластин ПИ–GaAs в поле градиента температур (перпендикулярно поверхности) проводилась с помощью разработанного для этих целей нагревателя в специально оборудованном вытяжном шкафу. Предварительно с целью предотвращения термического разложения и формирования точечных дефектов на рабочую поверхность пластины наносился защитный слой неактивного вещества (борного ангидрида). После химической очистки, отмывки и сушки пластины укладывались нерабочей поверхностью на графитовый нагреватель. При такой обработке неоднородности галлия перемещались по направлению градиента температур и скапливались на более нагретой поверхности образца. После окончания процесса отжига обогащённый галлием

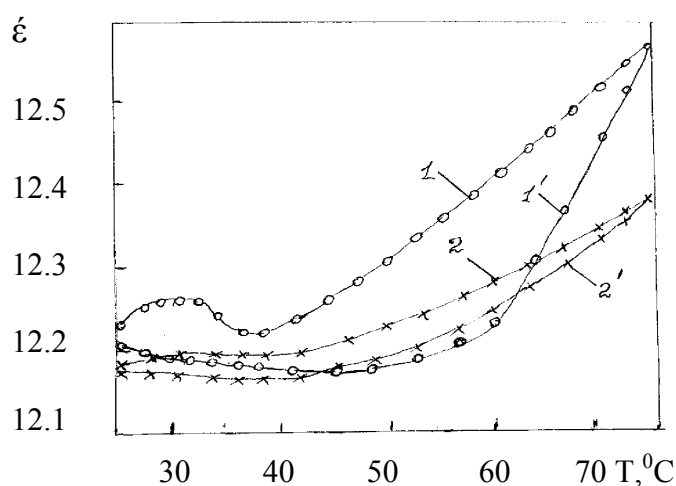


Рис. 4. Температурная зависимость диэлектрической проницаемости подложки ПИ-GaAs: 1, 1' - до отжига; 2-2' - после отжига в градиенте температур  $80^{\circ}\text{C}/\text{см}$ ; 1, 2 - нагрев; 1', 2' - охлаждение

приповерхностный слой (со стороны нагревателя) удалялся методом шлифовки и химического травления.

Исследования и контроль проводящих микровключений галлия в подложечном GaAs осуществлялись методом диэлькометрии, описанном в работе [5]. На рис.4 представлены типичные кривые температурной зависимости диэлектрической проницаемости  $\epsilon'$  пластин ПИ – GaAs до (кривые 1, 1') и после термической обработки в поле градиента температур  $80\text{ }^\circ\text{C}/\text{см}$  в течение 1 часа (кривые 2, 2'). Заметное увеличение  $\epsilon'$  при  $T > 25\text{ }^\circ\text{C}$  обусловлено процессами, предшествующими плавлению галлия в микровключениях (кривая 1).

При  $T \approx 9\text{ }^\circ\text{C}$  происходит плавление галлия во включении и дальнейшее объёмное расширение микровключений прекращается, о чём свидетельствует плато на участке кривой нагрева. Процесс плавления включений завершается при  $36\text{ }^\circ\text{C}$ .

Гистерезис, наблюдающийся при охлаждении образца (кривая 1'), может быть обусловлен дисперсией размеров включений и релаксационными процессами. Согласно методике измерений, площадь, ограниченная кривыми 1 и 1', пропорциональна суммарной объёмной доле микровключений и области объёмного заряда. Как видно на рис.4, после отжига образца в поле градиента температур объёмная доля микровключений в нём существенно уменьшилась (кривые 2, 2').

После обработки образцов в полях градиентов температур  $80\text{--}300\text{ }^\circ\text{C}/\text{см}$  в течение 1-3 часов в спектрах ФЛ (измерения проводились в различных точках поверхности) наблюдалось постоянство интенсивности появляющейся полосы излучения, соответствующей  $h\nu = 1.40\text{ эВ}$ , что, согласно данным работы [6], свидетельствует о равномерном по площади испарении атомов мышьяка. Радиальное распределение плотности дислокаций  $N_\delta$  в образцах, обработанных в поле градиента температур  $80\text{ }^\circ\text{C}/\text{см}$  в течение одного часа, было практически однородным. После такой термообработки плотность дислокаций в пластинах уменьшалась не менее, чем на порядок (до обработки:  $N_\delta = 5 \cdot 10^4 - 1 \cdot 10^5\text{ см}^{-2}$ ; после обработки:  $N_\delta = (3 - 7) \cdot 10^3\text{ см}^{-2}$ ).

Анализ полученных результатов исследований показал, что оптимизация процессов обработки пластин в поле градиента температур перпендикулярно поверхности позволяет не только значительно снижать объёмную долю микровключений галлия в ПИ–GaAs, но и полностью их удалять из объёма кристалла.

Таким образом, разработанные методики обработки исходных пластин GaAs в различных температурных полях и комплексное их применение могут быть использованы для оптимизации технологии получения подложек с улучшенными структурно-чувствительными параметрами и однородным их распределением в кристалле в производстве сенсорных интегральных схем для повышения их надёжности.

### Литература:

1. Арсенид галлия в микроэлектронике /Под ред.Н.Айспрука, У.Уиссмана. – М.: Мир, 1988.– 555 с.
2. Мильвидский М.Г., Освенский В.Б. Структурные дефекты в монокристаллах полупроводников. – М.:Металлургия, 1984. – 256 с.
3. Василенко Н.Д., Терлецкая Л.Л. Анализ качества эпитаксиальных слоёв соединений  $A^3B^5$  для приборов СВЧ-техники (обзор) // Оптоэлектроника и полупроводниковая техника. – 1991. – Вып. 21. – С.28-40.
4. Терлецкая Л.Л., Голубцов В.В., Калинин Л.Ф. Структуры на основе гетероперехода Si-GaAs для интегральных оптронов // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2003. – №2. – С.51-54.
5. Василенко Н.Д., Терлецкая Л.Л. Диэлькометрическое исследование дефектов в подложках полуизолирующего арсенида галлия // Оптоэлектроника и полупроводниковая техника. – 1993. – Вып. 25. – С.105-109.
6. Коваленко В.Ф., Лисовенко В.Д., Марончук И.Е. и др. Остаточные напряжения в монокристаллах арсенида галлия // Известия АН СССР. Неорганические материалы. –1990. – Т. 26, №2. – С. 223-236.

*Terletskaia L.L., Kopyt N.Ch., Golubtsov V.V.*

### **The features of structure-sensitive parameters improvement of heterogeneous dispersion system-base sensors**

#### SUMMARY

*Distinctive features of obtaining the sensor-designed GaAs substrates with improved structure and electrophysical characteristics are considered. Optimal regimes for the technological processes of isothermic treatment and treatment of the initial plates in a gradient temperature field have been developed, which promote a significant reduction of the dislocation density and lower the concentration of conductive inhomogeneities. Complex application of the developed methods is designed for the technology optimization of obtaining the GaAs substrates in the sensor manufacturing and increase of their reliability.*

*Терлецька Л.Л., Копит М.Х., Голубцов В.В.*

### **Особливості поліпшування структурно-чутливих параметрів сенсорів на основі гетерогенних дисперсних систем**

#### АНОТАЦІЯ

*Розглянуто особливості отримання підкладок GaAs з полішеними структурними та електрофізичними параметрами для сенсорів. Розроблено оптимальні режими процесів ізотермічної обробки та обробки пластин у полі градієнта температур, що сприяють значному зменшенню щільності дислокацій та об'ємної частки провідних неоднорідностей. Комплексне застосування розроблених методів призначено для оптимізації технології отримання підкладок GaAs у виробництві сенсорів з підвищеною надійністю.*

**Семенов К.И.**

*Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова,  
ул. Дворянская, 2, Одесса, 65082, Украина,  
[semenovki@rambler.ru](mailto:semenovki@rambler.ru)*

### **Диспергирование металла в дуге пульсирующего тока**

*Рассмотрены физические закономерности осуществления диспергирования прутка металла в дуге пульсирующего тока. Предоставлены рекомендации относительно его реализации и оптимизации процесса диспергирования. Получены экспериментальные зависимости, необходимые для расчета параметров диспергирования меди.*

Вопросы физики диспергирования, связанные с получением сферических гранул металлов имеют большое значение для порошковой металлургии, приборостроения (подшипники), некоторых специальных приложений (например, ложные цели при маскировке летательных аппаратов), а также в научных исследованиях физики теплообмена и др.

От известных способов диспергирования металлов [1], способ диспергирования в импульсной электрической дуге отличается тем, что позволяет с высокой энергоэффективностью, экологически чисто (безотходно) получать монодисперсные сферические гранулы металлов заданного размера [2]. При использовании этого способа производительность ограничивается тем, что передвижение прутка металла осуществляется в промежуток времени, когда дуга гаснет, плавления прутка не происходит. В [3] был предложен способ генерации с постоянной подачей прутка, без гашения дуги, что увеличило производительность. В статье более детально, нежели это сделано в патенте [4], рассмотрены физические закономерности осуществления диспергирования предложенным способом, а также даны рекомендации по его реализации.

Способ генерации монодисперсных сферических гранул металлов заключается в том [3], что (рис. 1) между неплавящимся электродом и плавящимся прутком металла при помощи высоковольтной искры поджигается дуга, которая оплавляет металлический пруток. На плавящемся прутке образуется капля жидкого металла, которая под действием развивающихся сил электронного давления и пинч-эффекта отделяется от прутка, принимая, за счет сил поверхностного натяжения, сферическую форму. Известно, что катодное пятно дуги имеет меньшую площадь, чем анодное [2], поэтому в процессе плавления прутка часть энергии дуги  $Q_1$  передаётся в еще не оплавленную часть прутка, а часть энергии  $Q_2$  в образующуюся каплю расплавленного металла, вызывая повышение её температуры вплоть до температуры кипения. Соотношение между этими энергиями в процессе плавления прутка изменяется, а именно: в начале плавления, после того, как от прутка отделилась капля, вся энергия идет на нагрев конца прутка, а перед отделением капли практически вся энергия дуги



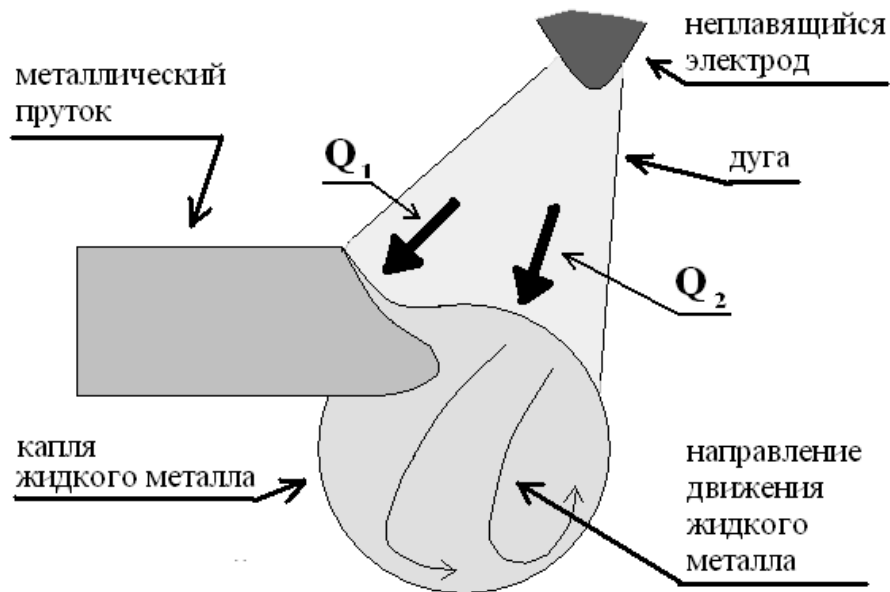


Рис. 1. Плавление прутка под действием несоосной прутку электрической дуги

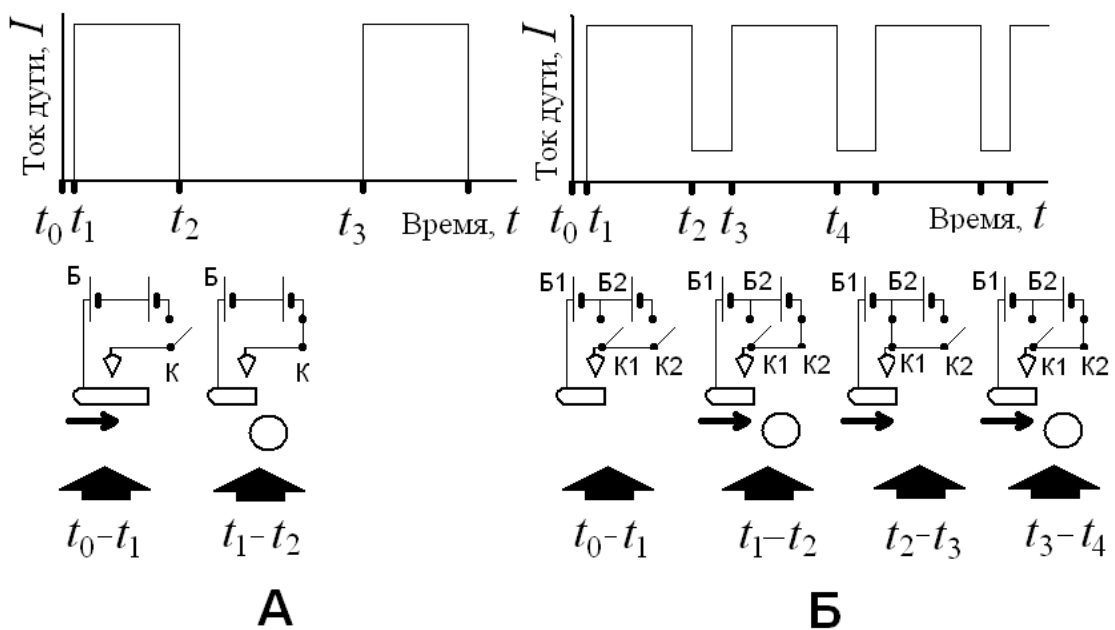


Рис. 2. Зависимость силы тока от времени при получении металлической гранулы в импульсной дуге. а) генерация в импульсной дуге; б) генерация в дуге пульсирующего тока.

идет на нагрев капли. Поскольку условия теплопереноса осложняются особенностями ввода энергии дуги, а также условиями прогрева (перемешивания жидкого металла) в образующейся капле металла, изменением температуры капли по мере её роста, то составить адекватное уравнение теплопереноса для плавящегося электрода не представляется возможным. Если же иметь экспериментальные данные о взаимозависимости тока дуги, температуры и диаметра образующихся частиц, то для процесса оплавления прутка

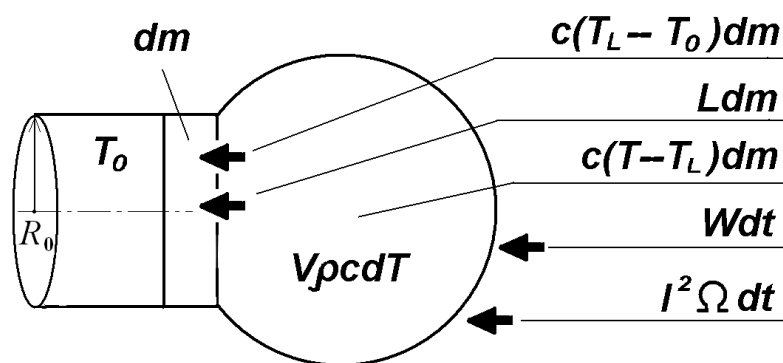


Рис. 3. Элементарные потоки тепла, учитываемые при составлении уравнения теплового баланса.

можно составить уравнение, выражающее закон сохранения энергии, включающее неизвестные параметры генерации, и позволяющее их рассчитать. Для диспергирования в импульсной дуге (рис. 2а) такое уравнение представлено в [2]. Для диспергирования в дуге пульсирующего тока уравнение будет выглядеть аналогично.

Следует только учесть, что при диспергировании в импульсной дуге плавление прутка начинается в точке, отстоящей от конца прутка на расстояние равное двум радиусам прутка. На рис. 2а это соответствует моменту времени  $t_1$ , а при диспергировании в дуге пульсирующего тока, (рис. 2б) дуга начинает оплачивать конец электрода. За время  $dt$  в каждую фазу генерации капли в плавящуюся часть прутка от электронов дуги, поступает энергия  $UIdt = Wdt$ , где  $I$  – ток дуги,  $U$  – падение напряжения на дуге,  $W$  – мощность, подводимая в электрод от дуги [5] (рис. 3). Количество теплоты, сообщённое части плавящегося электрода за время  $dt$  расходуется: на плавления массы электрода  $dm$ , с удельными теплоёмкостью  $c$  и теплотой плавления  $L$ ; на повышение температуры  $dm$  от начальной  $T_0$  до температуры плавления  $T_L$ , на нагрев оплавленной части электрода от температуры плавления до текущей температуры  $T$ ; на нагрев уже расплавленной ранее части электрода объёмом  $V_s$  и плотностью  $\rho$ . Сообщённое тепло складывается из: энергии, выделяющейся при торможении электронов дуги в жидкой фазе  $dQ_e$ ; тепла  $dQ_i$ , выделяющегося при прохождении электрического тока через сопротивление  $\Omega$ , образованного жидкой фазой, равного  $\Omega I^2 dt$ . Джоулевым теплом в  $dm$  можно пренебречь вследствие его малости. Как показал расчёт, излучением, конвективным теплообменом и теплопроводностью с площади оплавленной части электрода также можно пренебречь, т.к. их вклад в общий тепловой баланс составляет порядка 1%. Как уже было сказано, для решения уравнения необходимо дополнительно знать либо  $(dT/dt)(t)$ , либо временную зависимость радиуса капли расплавленного металла  $R(t)$  или взаимосвязь. Эти зависимости можно определить экспериментально. Например, определение изменения температуры оплавленной части прутка осуществлялось на экспериментальном стенде, представленном на рис. 4. Для медного прутка они приведены на рисунках 5, 6, 7. Очевидно, что для выхода на заданные зна-

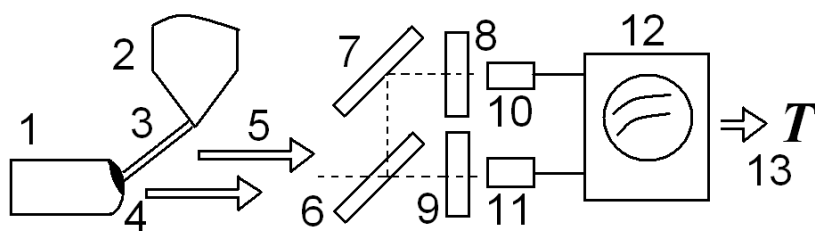
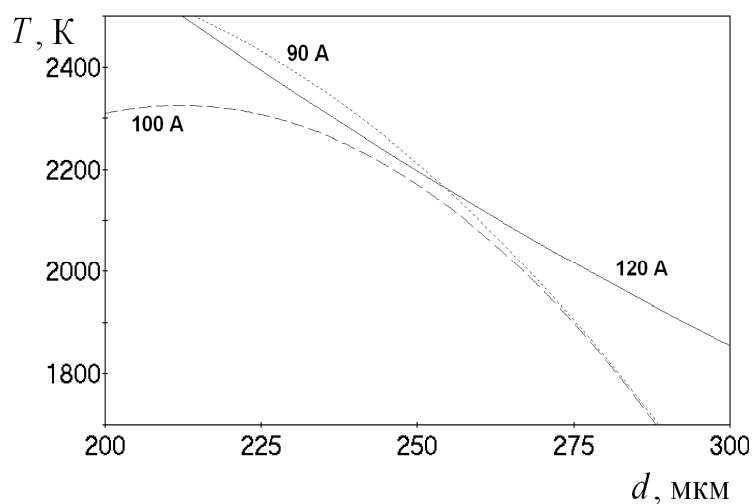


Рис. 4. Схема экспериментального стенда для измерения температуры оплавленной части прутка. 1 – металлический пруток, 2 – отрицательный электрод, 3 – дуга, 4 – расплавленная часть прутка (закрашена), 5 – стрелками обозначено излучение расплавленной части прутка и дуги, 6 – полупрозрачное зеркало, 7 – зеркало, 8 и 9 – узкополосные светофильтры, отсекающие свечение дуги, 10 и 11 – фотодатчики, 12 – запоминающий осциллограф, 13 – расчет температуры по светимости в двух участках спектра.

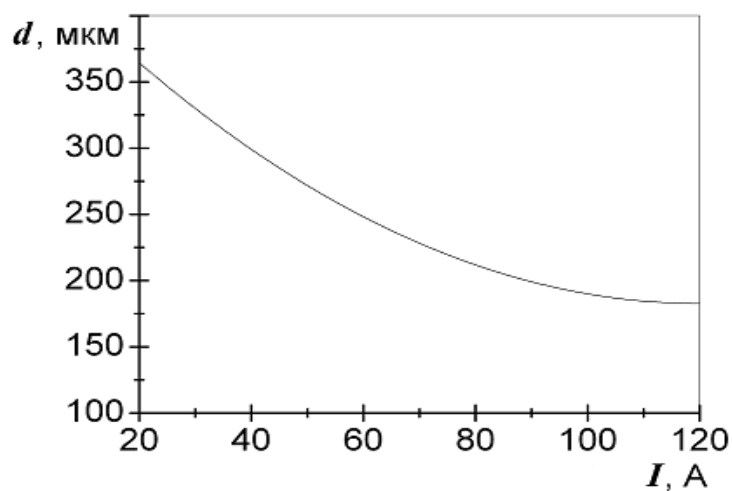
чения начальной температуры и размера частицы, необходимо изменять как скорость подачи прутка в зону действия дуги, так и ток дуги. Величина силы тока должна быть достаточной для оплавления части прутка и для необходимой величины сил пинч-эффекта и электронного давления. Минимальную силу тока необходимо ограничить условием поддержания горения дуги, около 1 А. При этом можно выбирать угол между прутком и дугой в пределах  $0^{\circ} - 90^{\circ}$ , а расстояние между электродами - от 100 мкм до 1 мм. На рис. 2б схематично показана связь изменения тока с фазой диспергирования. В момент времени  $t_0$  пруток неподвижен, в момент времени  $t_1$  пруток начинает движение. В этот же момент времени электронный ключ К2 подключает к предварительно «пробитому» высоким напряжением межэлектродному промежутку источники тока Б1 и Б2, что обеспечивает прохождение тока, достаточного для оплавления прутка. Источник высокого напряжения подключается только один раз, в начале процесса диспергирования (на рисунке не показано). В момент времени  $t_2$  ключ К2 размыкается и одновременно замыкается К1, подключая к промежутку меньшее напряжение Б1, (замыкание и размыкание должно происходить с некоторым разрывом по времени, чтобы избежать сквозные токи). Падение тока при гашении дуги может длиться до 1 мкс [6].

Падение тока вызывает развитие пинч- и скин- эффектов, что приводит к отделению капли жидкого металла от прутка. Далее, в момент времени  $t_3$  ключ К1 размыкается, а ключ К2 замыкается, что вызывает прохождение тока большей величины, оплавление прутка и, таким образом, появление следующей капли жидкого металла. Далее процесс повторяется.

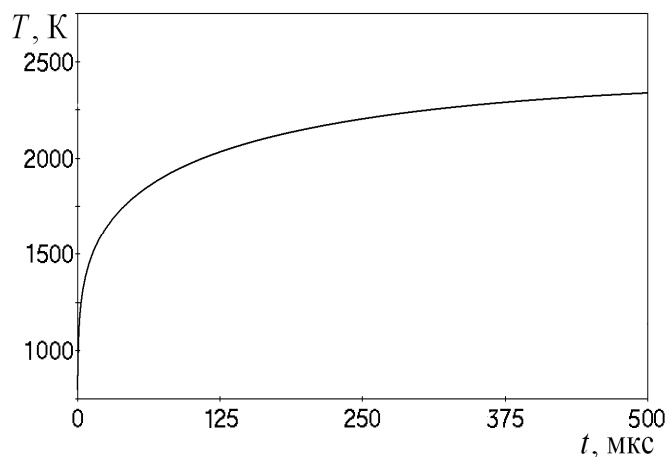
По описанной выше методике проведено диспергирование медной проволоки радиусом  $R_3 = 80$  мкм. Проволока подавалась со скоростью около 0.5 м/с в зону образования дуги так, что дуга и проволока образовывали угол  $90^{\circ}$ . При прохождении проволоки под неплавящимся электродом подачей импульса высокого напряжения инициировалось возникновение непрерывного дугового разряда, который поддерживался током 40 А в максимуме и 5 А в минимуме. Время понижения тока составляло 10 мкс. Охлаждение оторвавшихся от прутка капель проводилось в ванне с силиконовым маслом. При этом получены сферические гранулы меди диаметром  $d = 250$  мкм  $\pm$  23 мкм при частоте изменения ве-



**Рис. 5.** Экспериментальная зависимость температуры  $T$  капля металла перед отделением от медного прутка радиусом  $R_0 = 80$  мкм от их диаметра  $d$  при различных значениях тока дуги  $I$ .



**Рис. 6.** Экспериментальная зависимость диаметра образующихся частиц от силы тока дуги для медного плавящегося электрода  $R_s = 80$  мкм.



**Рис. 7.** зависимость температуры капли на конце оплаваемого прутка, диаметром 80 мкм, при токе плавления 120 А.

личины тока  $\lambda = 2$  КГц и  $d = 346 \text{ мкм} \pm 32 \text{ мкм}$  при  $\lambda = 1.44$  КГц.

Таким образом, несмотря на то, что процесс диспергирования металлического прутка в дуге пульсирующего тока нельзя описать строго аналитически, на основе экспериментальных данных возможно определить величины, необходимые для расчёта, скорости подачи прутка металла в зону действия дуги в зависимости от тепло- электрофизических параметров диспергируемого металла ( $c, \rho, \Omega, L, T_L$ ) и заданных размеров и температуры капель металла.

### Литература:

1. Монодиспергирование вещества: принципы и применения / *Е.В.Аметистов, В.В.Блаженков, А.К.Городов и др.*; под ред. *В.А. Григорьева*. – М.: Энергоиздат, 1991. – 336 с.
2. *Семенов К.И.* Роль скин- и пинч-эффектов при генерации частиц металлов в импульсной дуге // *Физика аэродисперсных систем*. – 2004. – №. 41. – С. 334-348.
3. Теория сварочных процессов // Под ред. *В.В. Фролова*. – М.: Высш. Шк., 1988. – 559 с.
4. *Семенов К.И.* Спосіб виготовлення гранул з прутка металу або сплаву // 51576 от 26.07.2010. Патент опубліковано 26.07.2010, бюл. № 14/2010.
5. *Семенов К.И.* Роль скин- и пинч-эффектов при генерации частиц металлов в импульсной дуге // *Физика аэродисперсных систем*. – 2004. – № 41. – С. 334-348.
6. *Багрянский К.В., Добротина Э.А., Хренов К.К.* Теория сварочных процессов. – К., Издательское объединение «Вища школа», 1976. – 424 с.

### *Семенов К.И.*

#### **Диспергування металу в дузі пульсуючого струму.**

##### АНОТАЦІЯ

*Розглянуто фізичні закономірності здійснення диспергування металевого прутка у дузі пульсуючого струму. Надано рекомендації щодо його реалізації і оптимізації процесу диспергування. Отримано експериментальні залежності, необхідні для розрахунку параметрів диспергування міді.*

### *Semenov K.I.*

#### **Dispersion of metal in the arch of the pulsing current.**

##### SUMMARY

*Physical conformities to law of realization of dispergating of small metallic twig in the arc of pulsating current are considered . Recommendations are given in relation to its realization and optimization of dispergating process. Experimental dependences, necessary for the calculation of parameters of dispergating of copper, are got.*

---

---

## ПЕРСОНАЛИИ

---

---

### ***ФЕДОСЕЕВ ВАЛЕРИАН АЛЕКСАНДРОВИЧ***

#### **К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ**



Профессор Валериан Александрович Федосеев (1910-1980), крупный специалист в области испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем, был не только широко известным ученым, но и замечательным организатором науки и блестящим педагогом. Спустя 30 лет после его ухода из жизни все непосредственные ученики помнят о нем и стараются равняться на него. Ученики его учеников считают большой честью принадлежать к созданной им научной школе и научному направлению в области дисперсных систем, тепломассообмена, газовой динамики и физики плазмы.

Валериан Александрович родился 25 августа 1910 года в семье сельских учителей. В 1926 году поступил в Саратовский университет на физико-техническое отделение, но по состоянию здоровья, по совету врачей, вынужден был прервать учебу в университете и выехать в Туркменскую ССР. Работая преподавателем физики средней школы, а затем ассистентом в Сельскохозяйственном институте, он продолжал заниматься радиотехникой и экспериментальной метеорологией. В 1931 в Москве на Всесоюзной конференции по борьбе с засухой большой интерес вызвал доклад об искусственном дождевании молодого ассистента В.А. Федосеева. Сразу же после конференции на заседании Наркомзема СССР было принято решение о создании в Москве Института искусственного дождевания под руководством профессора С.Л. Басталова, а одно из его отделений - Ашхабадское - возглавил В.А. Федосеев.

В 1933-1936 годах В.А. Федосеев проводит серию опытов по осаждению облаков в натуральных условиях, предложив и применив метод, основанный на использовании

гигроскопических веществ. В 1936 году газета «Правда» сообщала, что над Красной площадью в Москве во время военного парада впервые в мире был рассеян туман с использованием хлористого кальция. К сожалению, в 1939 году этот метод был запатентован в США Редфордом и Хаутоном.

Проведя серию экспериментов в районе города Минеральные Воды в 1937-1938 годах по рассеянию кучевых облаков В.А. Федосеев пришел к выводу, что даже небольшое количество введенного гигроскопического вещества за счет сильных восходящих потоков, приводящих к интенсивному перемешиванию приводит к значительному количеству выпадающих осадков, т. е. наблюдаются эффекты похожие на цепные процессы. Эти эксперименты и их анализ были очень важными, поскольку впервые в мировой научной литературе указывалось на наличие цепных процессов при образовании осадков. Работа, где указывалось на возможность цепного процесса образования осадков, привлекла внимание Н.Н. Семенова, впоследствии академика и лауреата Нобелевской премии. В эти годы состоялось их знакомство, и добрые отношения они сохранили на всю жизнь.

В 1939 году Ашхабадское отделение Московского института экспериментальной метеорологии преобразуется в Физико-техническую лабораторию в составе Туркменского филиала АН СССР. В.А. Федосеев заведовал этой лабораторией до перехода на работу в Одесский университет и переезда в Одессу в конце 1944 года.

В 1943 году Валериан Александрович защитил кандидатскую диссертацию по теме «Испарение капель воды».

Во время войны, когда Одесский университет находился в Ашхабаде, Валериан Александрович подружился с проректором по научной части Всеволодом Демьяновичем Богатским, который в конце 1944 года пригласил его на работу в университет. Начав работать доцентом кафедры общей и молекулярной физики, Валериан Александрович с 1945 по 1953 год совмещал педагогическую работу с должностью зам. директора НИИ физики ОГУ. В 1946 году в Одесском университете в НИИ физики создается сектор физики аэрозолей под руководством В.А. Федосеева.

В 1955-1960 годах Валериан Александрович проводит большой объем исследований по изучению испарения и горения, как одиночных частиц, так и порошков магния и алюминия. Результаты этих исследований легли в основу его докторской диссертации. В 1956 году Валериан Александрович заключает первую в истории университета хоздоговорную тему - «Исследование процессов горения металлических топлив в обычных условиях и разреженном воздухе». В этом же году им был разработан оригинальный метод треков, который и сейчас широко используется исследователями при изучении горения одиночных частиц, капель и аэрозвесей. В это же время заключается целый ряд хоздоговоров с предприятиями ракетно-космического комплекса, с предприятиями народного хозяйства. Много новых, оригинальных разработок выполненных Валерианом Александровичем и его сотрудниками внедрены в промышленность, военно-промышленный комплекс, нашло воплощение в различных образцах новой техники.

Вызванные производственной необходимостью борьбы с вредителем винограда – мильдией - в 1954-1958 годах в секторе аэрозолей Одесского университета начинаются исследования по изучению дробления перегретой жидкости и использованию способа получения аэрозолей по методу перегретой жидкости. Возможности этого метода уникальны - он позволяет создавать распылы жидкостей различных физико-химических свойств с достаточно узкой функцией распределения капель по размерам, которые могут наперед задаваться условиями выпуска. Применение метода позволяет

получать крупномасштабные аэрозольные облака объемом в тысячи кубических метров за малые промежутки времени, что не удастся сделать другими способами диспергирования. Передвижная установка по борьбе с вредителями винограда, в которой использован метод получения аэрозолей по способу дробления перегретой жидкости, демонстрировалась на ВДНХ СССР в 1960 году и получила бронзовую медаль. Позднее этот способ нашел применение в новых образцах техники.

В 1958 году под руководством В.А. Федосеева проводится 1-ая конференция по вопросам испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем в стенах Одесского университета. Кстати, таких конференций состоялось уже 23 а в этом году пройдет очередная, 24-ая. Они привлекают внимание многих видных ученых и специалистов многих стран. Так, участником Конференции 2004 г. Был Нобелевский лауреат из Массачусетского университета (США) Молина и по традиции продолжают называться «федосеевскими».

В 1959 году Валериан Александрович создает на базе сектора аэрозолей Проблемную лабораторию физики аэрозольных систем, кстати, эта лаборатория также была первой Проблемной лабораторией ОГУ.

В 1961 году 30 июня в Одесском университете Валериан Александрович защитил докторскую диссертацию «О горении порошков магния, алюминия и их сплавов». Кстати, одним из оппонентов был академик Ребиндер Петр Александрович.

Занимая с 1962 года должность и.о. зав. кафедрой общей и молекулярной физики, Валериан Александрович задумывает и в 1963 году добивается открытия новой кафедры в Одесском университете – кафедры теплофизики.

Важным этапом в развитии кафедры и Проблемной лаборатории был ввод в строй газодинамического стенда в с. Крыжановка в 1970 году. Стенд создавался по инициативе В.А. Федосеева на протяжении нескольких лет методом народной стройки, когда все сотрудники становились землекопами, каменщиками, штукатурами, плотниками. Построенный газодинамический стенд был уникальным в СССР и оснащен первоклассными приборами и оборудованием на нем выполнен огромный объем хозяйственных работ с Москвой, Бийском, Пермью и др.

С 1963 года по 1971 Валериан Александрович был проректором ОГУ по научной работе и под его непосредственным руководством начал создаваться НИС ОГУ.

За время научной деятельности В.А. Федосеев опубликовал более 250 работ, под его руководством защищено около 30 кандидатских диссертаций, 10 из его учеников стали докторами физ.-мат. наук.

Основав в 1969 году республиканский межведомственный научный сборник «Физика аэродисперсных систем», Валериан Александрович был его бессменным редактором вплоть до последних своих дней. Сборник пользуется признанием специалистов не только нашей страны, но и ученых ближнего и дальнего зарубежья: уже издано 46 выпуска, сейчас готовится 47-ий выпуск.

Валериан Александрович очень любил педагогическую деятельность и не мыслил себя без студентов и университета. Он долгие годы возглавлял в Одессе секцию физико-математического общества по распространению научных знаний. Пройдя стажировку в Институте проблем естествознания и имея сертификат на чтение лекций по истории физики за подписью академика Бонифатия Михайловича Кедрова, Валериан Александрович впервые на Украине в послевоенные годы читал курс «Истории физики».

Будучи талантливым экспериментатором Валериан Александрович свои навыки и умение в постановке эксперимента, его планировании и стиле проведения он стре-



мился передать студентам, увлекательно читая курс «Теория и практика эксперимента», специальные курсы по молекулярной физике, физике горения и взрыва, химической кинетике, физике аэрозолей, технике безопасности и ряд других спец. курсов.

Те, кто близко знал Валериана Александровича, помнят его неординарным, увлекающимся человеком. Большой ценитель искусства он страстно любил оперетту, близко знал многих артистов Одесской, Московской и Ленинградских оперетт, был очень дружен с Водяным, Деминой и др.

Валериан Александрович был также большим ценителем живописи, прекрасно рисовал сам, как акварелью, так и масляными красками. Его картины «Парусники в море», натюрморты и другие, поражают тонкостью понимания природы и недюжинным мастерством живописца.

Работоспособность Валериан Александрович поражала. Начиная рабочий день с 8.00 на кафедре, где постоянно решал текущие организационные вопросы, обсуждал научные и учебные задачи, он, возвращаясь домой, находил время сесть за книги, статьи. Практически каждый день приглашал к себе домой аспирантов и сотрудников кафедры и Проблемной лаборатории, которые приходили к нему по 3-4 человека, и такие приходы, как правило, превращались в научные дискуссии. В этих дискуссиях иногда принимала участие и жена Валериана Александровича Вера Николаевна - химик, преподаватель университета, очень добрая по-русски хлебосольная женщина. Всегда старалась покормить нас или хотя бы напоить чаем с душистым вареньем, зная, что многие из нас жили в аспирантском общежитии.

Обширные научные связи имел Валериан Александрович с отечественными и зарубежными учеными. Они ценили его научные разработки в области горения и аэрозолей, считались с ним, как с авторитетным экспериментатором. Многие видные ученые бывшего СССР, внесшие большой вклад в учение об аэрозолях, горении, детонации, газовой динамике, такие как академики Семенов Н.Н., Зельдович Я.Б., Щелкин К.И., Ребиндер П.А., Дерягин Б.Н., Кремнев О.А., Дубовицкий Ф.И., Титов В.М., Шамшев К.Н., Долинский А.А., Петрянов-Соколов И.В., Израэль М.И., Трефилов В.И., Солоухин Р.И., профессора Фукс Н.А., Тодес О.М., Гуревич М.А., Шиманский Ю.И., Буйков М.В., Товбин М.В., Суругин А.Г., Амелин А.Г., Ивлев Л.С., Волощук В.М., Лушников А.А., Яламов Ю.И., Волковицкий О.А., Митрофанов В.В. и многие другие были частыми гостями на «федосеевских» конференциях.

Он вел обширную переписку и имел личные контакты с целым рядом зарубежных ученых, такими как президент Болгарской академии наук академик Крыстанов, профессорами: Спурный, Чех из Чехословакии, Вуйтицкий из Польши, Керкер из США, и др.

В.А. Федосеев был членом многих научных советов как по линии ГКНТ СССР (физика аэрозолей, совет по горению) так и по линии АН СССР и АН УССР, а также Министерства образования УССР. За большие научные достижения и подготовку кадров В.А. Федосеев был награжден орденом Трудового Красного Знамени и медалями, неоднократно был отмечен грамотами Министерств высшего и среднего специального образования СССР и УССР.

*Копыт Н.Х., Калинин В.В.*

1. П. Н. Тверской Курс метеорологии. Гидрометеорологическое издательство, Ленинград, 1962, 700 стр.
2. В. Я. Никандров Искусственные воздействия на облака и туманы. Гидрометеорологическое издательство, Ленинград, 1959, 190 стр.
3. Физика образования осадков. Сборник статей под редакцией Б. В. Дерягина и А. Х. Хргиана. Издательство иностранной литературы, Москва, 1951, 254 стр.

## ***ПОЛИЩУК ДМИТРИЙ ИВАНОВИЧ.***

### **К 90-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ**



В пятидесятые годы прошлого столетия традиционное направление научных изысканий на кафедре общей физики - в области физики аэродисперсных систем, которое было сформировано и поставлено чл.-корр. АН СССР А.С. Предводителевым успешно развивалось под непосредственным руководством профессора В.А. Федосеева. В это время были получены нетривиальные результаты при изучении испарения одиночных капель различных жидкостей, что позволяло моделировать условия для больших совокупностей их – в туманах, облаках, гейзерах, в реакционных камерах различных реакторов, в том числе, камерах сгорания двигателей внутреннего сгорания и реактивных.

В ряде технических устройств капли испаряются при высоких температурах, достигающих температуры кипения жидкости и превышающих ее. По этой причине исследования испарения капель были расширены на область высоких температур (до  $800^{\circ}\text{C}$ ) и послужили отправным пунктом для развития исследований по горению диспергированных жидких и твердых топлив. Эти исследования начал, а позже, возглавил, вернувшийся с фронта Великой Отечественной войны и продолживший прерванное войной обучение, аспирант и сотрудник НИИ Физики ОГУ Д.И. Полищук. Несмотря на скудность парка оборудования (о чем можно судить по фотографии экспериментального стенда, где видна регистрирующая аппаратура того времени – метроном, баллистический гальванометр, стендовые регистраторы значений тока и прочее), им были получены достаточно представительные зависимости скорости испарения от температуры и скорости потока воздуха, обдувающего каплю воды. Кроме того, установлено, что температура испаряющейся капли определяется условиями опы-

та и всегда ниже температуры кипения жидкости. Сделан вывод об определяющем влиянии теплообмена на поверхности капли на ее испарение. Результаты этой работы были обобщены и защищались Дмитрием Ивановичем на заседании специализированного совета, что завершилось присвоением ему ученой степени кандидата физ-мат наук.

Последующие исследования испарения капель бензола, этилового спирта, толуола, ксилола, керосина, бензина и других горючих жидкостей и топлив (Д.И. Полищук, В.И. Зубков) служили как бы мостиком для перехода к изучению горения систем в дисперсном виде. В них было показано, что для монофракционных жидкостей характер зависимости скорости испарения капель от температуры и скорости потока такой же, как и в случае испарения капле; воды. В случае же испарения капель многофракционной жидкости сложного состава (бензин, керосин и др.) закон Срезневского имеет место, что связано с постепенным уменьшением скорости испарения такой капли за счет «выпаривания» более летучих фракций, и только при достаточно высоких температурах капля многофракционной жидкости испаряется так же, как и капля монофракционной жидкости.

Первые работы по исследованию горения отдельных капель были поставлены на кафедре общей физики с целью изучения кинетики процесса. В дальнейшем изучены особенности горения капель в потоке нагретого воздуха и в потоке, обогащенном кислородом. Рассмотрен вопрос о полноте сгорания капель. Проведены измерения температурного поля факела горящих капель и показано, что имеет место очень резкий перепад температур в области, непосредственно прилегающей к капле, и в области зоны горения. Вычислены также нормальные скорости распространения пламени в факеле горящей капли. Проведено тщательное исследование затухания пламени в лобовой части капли, горящей в потоке воздуха, при достижении определенной скорости потока. Оказалось, что после срыва пламени передача тепла от пламени к капле мало влияет на ее испарение, и последнее протекает в основном за счет тепла, полученного от потока воздуха, обдувающего каплю. В холодном потоке уже сравнительно малые скорости потока приводят к срыву пламени, а при высоких температурах потока скорость срыва становится значительной. Установлены зависимости скорости срыва пламени от размеров капли и температуры потока.

В 1963 году из кафедры общей физики выделилась самостоятельная кафедра теплофизики, которую возглавил проф. В.А. Федосеев. Заведующим кафедрой общей физики стал Д.И. Полищук, возглавлявший ее до 1988 г. В это время Дмитрий Иванович много сил стал отдавать административной работе. Многие выпускники и сотрудники университета помнят его доброжелательный и всегда ориентированный на интересы студентов и всех окружающих, стиль руководства и на должности сперва заместителя, а затем и декана физического факультета и на должности проректора.

Экспериментальные исследования структуры жидкости и условий зарождения в ней новой фазы, изучение физики жидких кристаллов продолжилось сотрудниками кафедры (В.Г.Заремба, Б.А.Алтоиз), а теоретические аспекты этих проблем решались при тесном сотрудничестве с кафедрой теоретической физики, которую в те годы уже возглавлял блестящий ученый профессор И.З. Фишер.

Наряду с перечисленным, отметим еще одно направление, развитие которого на кафедре во многом обязано деятельности ее заведующего проф. Д.И. Полищука. С начала 70-х годов Дмитрий Иванович, используя свою эрудицию и богатый опыт исследователя и педагога, сосредоточил свое внимание на проблемах преподавания физики как в средней школе, так и высших учебных заведениях. Созданная им группа

исследователей, которую возглавила Л.А. Осадчук, вела активную работу в этом направлении. Был сформулирован и принят к решению ряд проблем, касающихся совершенствования методики преподавания физики, учебных планов, компьютеризации процесса обучения, введение тестов и рейтинговой системы контроля обучения. В это же время был создан, не потерявший актуальности до настоящего времени, кабинет методики преподавания физики, неоднократно признававшийся лучшим не только в масштабах города, но и среди ВУЗов Украины. Признание лидирующей роли кафедры в этой области выразилось в присвоении кафедре статуса опорной по южному региону Украины, а профессору Полищуку – звания Заслуженного работника народного образования Украины.

Параллельно с названными направлениями на кафедре продолжались и активизировались работы в области физики горения. В конце 60-х годов профессором Д.И. Полищуком была организована группа молодых исследователей, ориентированная на изучение процессов горения перспективных металлизированных топливных композиций. Группу возглавил, позже сменивший Дмитрия Ивановича на должности заведующего кафедрой, А.Н. Золотко. Благоприятная творческая обстановка на кафедре и физическом факультете университета, непосредственное участие в исследованиях опытных преподавателей кафедры, плодотворные личные контакты с такими ведущими в области физики горения учеными, как профессора Л.А. Клячко, О.М. Тодес, А.Г. Мержанов, Б.В. Новожилов позволили этой группе довольно быстро занять одну из лидирующих позиций в стране в области физики горения дисперсных систем. В течение нескольких лет активной работы, когда сотрудничество со многими ведущими организациями оборонной, в том числе, ракетной (реактивной) техники СССР, определяющими актуальности выбранной тематики, строилось на основе договорных обязательств, был решен целый ряд фундаментальных и прикладных проблем горения различных типов горючих применительно к запросам энергетики, химической технологии, материаловедения, транспорта, пожаровзрывобезопасности, экологии.

Активная деятельность продолжалась до последних лет жизни Д.И. Полищука. Многие начатые им проекты были завершены значительно позже, как например, подготовка к изданию курсов общей физики для студентов физического факультета, которая была подготовлена к публикации благодаря усилиям одного из учеников и сотрудников Дмитрия Ивановича – профессором Козицким С.В.

Многие ученики, воспитанники, последователи с уважением вспоминают разнообразную деятельность Дмитрия Ивановича Полищука, его талант ученого, воспитателя, организатора и Учителя.

*Калинчак В. В., Золотко А. Н., Полищук Д. Д.*

## ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

### А

Алтоиз Б.А. 27  
Асланов С.К. 100  
Abdullah В.Ј. 67

### Б

Британ А.В. 49

### В

Вербинская Г.М. 49  
Вовчук Я.И. 81

### Г

Глауберман М.А. 34  
Голубцов В.В. 154

### Д

Демирова М.В. 91  
Дорошенко А.В. 34  
Драгуновский Н.Н. 128

### З

Золотко А.Н. 91

### И

Иоргов А.И. 41

### К

Калинчак В.В. 5  
Калугин В.В. 5  
Камбовский В.Л. 49  
Кириян С.В. 27  
Клецонок Т.В. 49  
Кононов А.А. 107  
Копыт Н.Х. 154  
Костенюк В.В. 34  
Кузнецов А.А. 120  
Кутаров В.В. 41  
Кутовой В.А. 59

### М

Михайловская А.С. 138  
Михайловская Л.М. 138

### Н

Николаенко А.А. 59

### Р

Рогульская О.С. 81

### С

Сафронков А.Н. 5  
Селиванов С.Е. 16  
Семенов К.И. 160  
Собченко Т.А. 128  
Сторчак И.В. 81

### Т

Терлецкая Л.Л. 154

### У

Ушакова Н.А. 91

### Ц

Царенко А.П. 128

### Ч

Черненко А.С. 5

### Ш

Шевченко В.Н. 41

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ СТАТЕЙ

1. В сборнике публикуются статьи с оригинальными результатами научных исследований по тематике:

- испарение, конденсация, коагуляция и электрическая зарядка аэрозолей, механизмы их образования и переноса;
- горение аэродисперсных систем;
- тепломассообмен и газодинамические явления в дисперсных системах при фазовых и химических превращениях;
- низкотемпературная плазма с конденсированной дисперсной фазой.

2. Статьи с результатами исследований, выполненными в организациях, подаются с разрешением этой организации на публикацию и сопроводительным письмом. Рукопись подписывается авторами (автором). На отдельном листе необходимо указать фамилию, имя, отчество, место работы, должность, контактные телефоны и адреса (электронный и почтовый).

3. Текст статей представляется в двух экземплярах на украинском, русском или английском языке с двумя аннотациями на двух (из трех указанных) языках, отличных от языка оригинала статьи и электронным файлом на дискете. Файл создается в Word и должен содержать текст статьи, аннотацию и рисунки. Название файла образуется от фамилии первого автора.

4. Статьи проходят научное рецензирование. В случае отрицательной рецензии статья или присылается на доработку или отклоняется.

### Оформление статьи

Материал статьи должен быть изложен в следующей последовательности:

- 1) номер УДК;
- 2) инициалы и фамилии авторов;
- 3) название организации (й), представляющей (их) статью (если организаций больше, чем одна, после фамилии каждого автора ставится знак сноски (\*), а ниже указываются все организации, названия городов;
- 4) название статьи;
- 5) аннотация;
- 6) текст статьи;
- 7) литература;
- 8) аннотации на 2-х упомянутых выше языках, отличных от языка оригинала статьи, с фамилиями и инициалами авторов и названием статьи.

Объем статьи, включая рисунки, литературу, аннотации, не должен превышать 10 страниц текста, напечатанного на компьютере через 1 интервал (с размером букв 14 pt). Поля: левое – 20 мм, правое 20 мм, сверху 20 мм, внизу 20 мм. Название статьи, фамилии авторов и название организаций печатаются буквами, размером 14 pt с межстрочным расстоянием между УДК, названием статьи и фамилиями авторов 1.5 интервала.

Таблицы. Таблицы нумеруют только в том случае, если их больше одной. Отступ до таблицы и после нее - 2 интервала. При необходимости таблицы могут иметь заголовки и примечание.

**Иллюстрации.** Иллюстрации выполняются по ходу изложения текста статьи по мере их упоминания в тексте в РСХ – формате или другом распространенном формате. Под рисунком печатается соответствующая подпись. Надписи, загромаждающие рисунок, заменять цифровыми или буквенными обозначениями и переносить в текст статьи или в подписи под рисунком. Все обозначения на рисунке должны соответствовать обозначениям в тексте. Нумерацию кривых на рисунке вести сверху вниз, слева направо. Размер рисунка должен быть не менее 50 × 50 мм и не более 100 × 100 мм.

**Литература.** После текста статьи через 2 интервала печатается список литературных источников, используемых в статье, на языке оригинала по образцу:

**Книги:**

1. *Бабий В.И., Куваев Ю.Ф.* Горение угольной пыли и расчет пылеугольного факела. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 206с.
2. Основы практической теории горения: учебное пособие для вузов // *В.В. Померанцев, К.М. Арефьев, Д.Б. Ахметов и др.* // под ред. Померанцева. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 312с.

**Статьи:**

- a. *Асланов С.К., Конейка П.И.* Об особенностях моделей детонационного спина в различных горючих средах. // Физика аэродисперсных систем. – 1971. – Вып. 5. – С.92-100.
- b. *Флорко А.В., Золотко А.Н., Каминская Н.В., Шевчук В.Г.* Спектральные исследования горения частицы магния // Физика горения и взрыва. – 1982. – Т.18, №1. – С.17-22.
- c. *Калинчак В.В.* Тепломассообмен и кинетика химических реакций углеродной частицы с газами // Вісник Одеськ. держ. ун-ту. Сер.: фіз.-мат. науки. – 1999. – Т.4, вип.4. – С.12-16.
- d. *Zatovsky A.V., Zvelindovsky A.V.* Hydrodynamic fluctuations of a liquid with anisotropic molecules // Physica A. – 2001. – V.298. – P. 237-254.

**Тезисы:**

1. *Стручаев А.И., Стручаев Н.И.* Оценка среднего размера жировых шариков гомогенизированного молока // Дисперсные системы. XX научная конференция стран СНГ, 23-27 сент. 2002 г., Одесса, Украина / Тез. докл. – Одесса: Астропринт, 2002. – С.252-253.
2. *Suslov A.V., Semenov K.I.* Interaction of high-temperature monodispersed metal particles with gases // Abstr. Of 14<sup>th</sup> Annual meeting of the American Association for aerosol research. – Pittsburgh, USA. – 1995. – P.37.

**Аннотация,** предшествующая тексту статьи, пишется на языке статьи одним абзацем, размером букв 12 pt, объемом 6-10 строк. **Аннотации** на других языках к тексту статьи печатаются после списка литературы. Аннотациям предшествуют фамилии и инициалы авторов и название статьи. После слова “АННОТАЦІЯ” или “SUMMARY” с абзаца печатается текст аннотации.

Наукове видання

**ФІЗИКА  
АЄРОДИСПЕРСНИХ  
СИСТЕМ**

*Випуск 47*

*Міжвідомчий науковий збірник*

*Російською, українською та англійською мовами*

Головний редактор **В.В. Калінчак**

Підписано до друку 15.03.2011. Формат 60x84/16.  
Умов.-друк. арк.. 11,0. Тираж 100 прим.

Надруковано з готового оригінал-макету.

Видавництво  
Одеського національного університету  
імені І.І. Мечникова,  
вул.Єлісаветинська, 12, м. Одеса, 65082, Україна  
Тел.: (048) 723 28 39